



Universidade de Aveiro Departamento de Matemática
2013

**Vera Ivanovna
Kharlamova**

**F. G. Teixeira e a Comunidade Matemática Europeia
nos Séculos XIX - XX**



**Vera Ivanovna
Kharlamova**

**F. G. Teixeira e a Comunidade Matemática Europeia
nos Séculos XIX - XX**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Matemática, realizada sob a orientação científica do Doutor Helmuth Robert Malonek, Professor Catedrático do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro (Portugal) e co-orientação do Doutor Sergey Sergeyevich Demidov, Professor Catedrático da Universidade Estatal de Moscovo e membro do Instituto da História das Ciências e de Tecnologia S. I. Vavilov da Academia de Ciências da Rússia.

Apoio financeiro da FCT (MCTES) e do
FSE no âmbito do III Quadro
Comunitário de Apoio e do POPH –
QREN - Tipologia 4.1.



FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA; TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR Portugal

Dedicado à minha família.

o júri

presidente

Doutor Vítor Brás de Sequeira Amaral
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

Doutor Sergey Sergeyevich Demidov
Full Professor of Institute of the History of Natural Sciences and Technology,
Russian Academy of Sciences, Moscow (Coorientador)

Doutor José Francisco da Silva Rodrigues
Professor Catedrático da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Doutor Helmuth Robert Malonek
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro (Orientador)

Doutor Jaime Maria Monteiro Carvalho e Silva
Professor Associado da Universidade de Coimbra

Doutor Luís Manuel Ribeiro Saraiva
Professor Associado da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Doutor Carlos Manuel Monteiro Correia de Sá
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências da Universidade de Porto

agradecimentos

Este trabalho não teria sido possível sem a ajuda e contribuição a vários níveis de pessoas que certamente não consigo nomear na totalidade.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao Professor Sergey Sergeyevich Demidov e ao Professor Helmuth Malonek por me terem apoiado, pela ajuda que me deram e pela motivação que me transmitiram. Gostaria de agradecer-lhes o encorajamento, a sabedoria, o bom humor e a sua disponibilidade.

Agradeço a todos aqueles que durante execução deste trabalho tiveram a paciência de me apoiar. Às colegas e amigas Paula Rocha, Sandrina Santos, Adelaide Freitas e Tatiana Tchemisova Cordeiro, por me ajudarem com a revisão do texto em relação à ortografia e gramática. À Teresa Costa pelas traduções do francês para português.

Aos Arquivos da Universidade de Coimbra e do Porto, aos Arquivos da Academia das Ciências da Rússia em Moscovo, ao Arquivo da Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina (Academia Alemã das Ciências Leopoldina) e finalmente aos Arquivos do Círculo di Palermo, o meu agradecimento por me terem facultado acesso à consulta dos seus fundos e à reprodução dos documentos relevantes para o trabalho aqui levado a cabo.

Não posso deixar de agradecer à minha família – marido e filhos - por todo o apoio que me deram no decorrer do doutoramento.

Agradeço ainda a todos aqueles que, embora não tendo sido nomeados em particular, intervieram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

Finalmente, agradeço aos elementos do júri que deram indicações construtivas para o melhoramento da tese.

palavras-chave

Francisco Gomes Teixeira; História da Matemática em Portugal; Revistas de Matemática; Teixeira's Journal; Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik; Comunidade Internacional de Matemática; Sociedades Matemáticas, Teorema de Teixeira

resumo

Esta dissertação descreve o processo de integração dos matemáticos portugueses na comunidade matemática internacional no final do século XIX e início do século XX, focando-se na vida e obra do matemático Francisco Gomes Teixeira (1851-1933). Tenciona a ser mais um contributo para o reconhecimento nacional e internacional do matemático Gomes Teixeira analisando a sua obra como matemático e organizador científico em Portugal através de fontes, parcialmente ainda não conhecidas.

Para esse efeito analisou-se a evolução histórica que ocorreu no mundo científico daquela época, em particular a formação da comunidade matemática através de iniciativas individuais ou coletivas, muitas vezes acompanhadas pela fundação de revistas e elaboração de manuais que contribuíram para a internacionalização e, de certa forma, para uma standardização do estudo universitário básico. Em particular foi estudada a situação em Portugal, onde o papel de liderança foi assumido por Gomes Teixeira. Mostra-se como Gomes Teixeira, graças ao seu trabalho, ao seu talento como matemático e à sua atividade como organizador académico, conseguiu reduzir significativamente o isolamento científico de Portugal na área da matemática.

Estudou-se em extensão a fundação de revistas científicas em diferentes países, acompanhando a sua evolução desde de revistas nacionais até revistas internacionais. Focando-nos no Jornal de Ciencias Matemáticas e Astronómicas, fundado em 1877 por Gomes Teixeira (mais tarde conhecido internacionalmente como Teixeira's Journal), acompanhamos detalhadamente a sua transformação de uma revista nacional numa revista internacional, sendo esta transformação comum naquela época à maioria de revistas científicas importantes de outros países como, por exemplo, no caso do Jornal de Crelle, do Jornal de Liouville, ou outros. Estudou-se igualmente o reconhecimento a nível internacional, através de referências estrangeiras, da abordagem original de Gomes Teixeira à Análise Infinitesimal patente nos seus manuais. O interesse de Gomes Teixeira pela teoria das funções analíticas e pelos seus diferentes desenvolvimentos em série manifestou-se no grande número de artigos publicados sobre este tema e encontrou reconhecimento justo pela designação de um teorema que completa resultados de Lagrange e de Laurent como Teorema de Teixeira. Na sua análise do mérito científico de Gomes Teixeira esta dissertação restringiu-se conscientemente nesta área da Análise Matemática, uma vez que um estudo abrangente de toda a obra ultrapassasse o nosso objetivo.

Foi também discutido o intenso intercâmbio científico levado a cabo por Gomes Teixeira através de correspondência e troca de publicações ou permuta de revistas com os matemáticos de diferentes países. Esta análise permitiu verificar um aumento da popularidade dos matemáticos

resumo (cont.)

portugueses através do incremento do número de artigos publicados no estrangeiro durante quase 30 anos. Uma fonte imprescindível nesta análise foi o Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, cujas referências (em geral na língua alemã e por isso até agora quase nunca usadas na literatura Portuguesa) documentaram as publicações em quase todas as revistas matemáticas durante os anos da sua existência entre 1868 e 1942.

Descreve-se a colaboração de Gomes Teixeira com diferentes organizações internacionais e documenta-se o apreço internacional por parte do mundo académico. Novos documentos traçam o processo de eleição como membro da Academia das Ciências Alemã Leopoldina, sob proposta de Georg Cantor e outros matemáticos alemães.

Finalmente, incluí-se uma breve descrição das atividades levadas a cabo na Rússia, em Espanha e na Grécia em prol do processo de internacionalização da comunidade matemática europeia tendo em vista uma melhor contextualização do contributo de Gomes Teixeira para a integração de Portugal neste processo.

keywords

Francisco Gomes Teixeira; History of Mathematics in Portugal; Mathematics journals; Teixeira's Journal; Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik; Mathematics international community; Mathematics societies; Teixeira's Theorem

abstract

This thesis describes the process of integration of portuguese mathematicians into the mathematical community in Europe in the late nineteenth and early twentieth century and intends to be a contribution to the national and international recognition of the mathematician Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) based on a detailed scientific analysis of his work as mathematician and as organizer of the scientific life in Portugal in this period.

To this end we analysed the historical evolution that occurred in the scientific world of that time, in particular the formation of the mathematical community through individual or collective initiatives, often accompanied by the foundation of journals and the elaboration of manuals that have contributed to the internationalization and, somehow, to a standardization of the basic university studies in Mathematics. In particular, the situation in Portugal was studied. Here the leading role was taken over by Francisco Gomes Teixeira. It is shown that thanks to his work, his talent as a mathematician and his academic organization skills Gomes Teixeira was able to considerably reduce the isolation of Portugal in the field of mathematics.

We have studied at length the foundation of scientific journals in different countries, following up their evolution from national journals to international journals. Focusing on the *Jornal de Sciencias Matemáticas e Astronómicas* (later known internationally as *Teixeira's Journal*), founded in 1877 by Gomes Teixeira, we follow the transformation of a national journal into an international journal in detail. This transformation was common, at that time, to the majority of important scientific journals of other countries, as for instance, the *Journal of Crelle*, *Journal of the Liouville*, and others. We also studied the recognition at international level and through foreign references of the original approach of Gomes Teixeira, put forward in his manuals on *Infinitesimal Analysis*. The interest of Gomes Teixeira in the theory of analytic functions and their various series expansions resulted in a large number of articles published on this topic. This work found a well deserved recognition by the international community who designated one of his theorems that completes results of Lagrange and Laurent as *Teixeira's Theorem*. In its analysis of the scientific merits of Gomes Teixeira the thesis was consciously restricted on this area of Mathematical Analysis, since a comprehensive study of all the work would surpass our goal.

The intensive scientific exchange carried out by Gomes Teixeira through correspondence and exchange of publications or journals with mathematicians from different countries was also the subject of a detailed analysis. This analysis has allowed registering an increase in the popularity of Portuguese mathematicians through growth in the number of articles published abroad for almost 30 years. A indispensable source for this

abstract (cont.)

analysis was the Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, whose references (usually in German and thus almost never used in the Portuguese literature, so far) documented all publications in almost every mathematical journals during its existence between 1868 and 1942.

This thesis also describes the collaboration of Gomes Teixeira with different international organizations and documents various awards received by Gomes Teixeira in many foreign countries, in most cases by means of documents that were previously not accessible. Copies of original documents authored by Gomes Teixeira follow the election process as member of the German Academy of Sciences Leopoldina, proposed by Georg Cantor and other german mathematicians.

Finally, a short description of the activities of Russia, Spain and Greece to the process of the internationalization of the european mathematical community is included, allowing a better contextualization of Gomes Teixeiras' contribution to the integration of Portugal into this process.

Índice

Introdução	1
Capítulo 1. Características históricas do desenvolvimento da Matemática em Portugal.....	11
1.1 Introdução.....	11
1.2 Condições históricas e sociais do desenvolvimento da Matemática em Portugal.....	13
1.3 Estudos sobre a História da Matemática em Portugal na obra de L. Saraiva.....	21
1.4 A situação da comunidade matemática na Península Ibérica no século XIX segundo E. Ortiz.....	26
1.5 Gomes Teixeira na obra de G. Alves.....	30
Capítulo 2. Vida e obra de Francisco Gomes Teixeira – breve panorâmica.....	33
2.1 Introdução.....	33
2.2 Ascendência familiar e formação científica.....	34
2.3 Episódios da vida profissional.....	36
2.4 Outros momentos marcantes na vida de Gomes Teixeira.....	62
Capítulo 3. Revistas matemáticas internacionais até ao início do século XX – um levantamento geral.....	69
3.1 Introdução.....	69
3.2 As primeiras revistas científicas.....	72

3.3	Revistas matemáticas de índole geral.....	82
3.4	Revistas em ramos específicos da Matemática.....	88
3.5	Revistas bibliográficas e de resenhas.....	90
3.6	Revistas dedicadas a temas da Matemática Elementar.....	100
3.7	Nota final.....	105
Capítulo 4.	<i>O Jornal de Teixeira</i> e seu papel na colaboração com a comunidade matemática na Europa.....	107
4.1	Introdução.....	107
4.2	Revistas científicas generalistas em Portugal anteriores ao <i>Jornal de Teixeira</i>	109
4.3	<i>O Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> - Jornal de Teixeira.....	112
4.3.1	Uma análise volume a volume.....	117
4.4	O contributo do <i>Jornal de Teixeira</i> para o processo de internacionalização.....	135
4.5	Notas Finais.....	145
Capítulo 5.	A investigação de Gomes Teixeira como base para o seu reconhecimento internacional.....	147
5.1	Introdução.....	147
5.2	Ecos da obra de Gomes Teixeira no estrangeiro.....	149
5.3	Uma área exemplar: trabalhos sobre séries.....	174
5.3.1	Considerações gerais sobre séries.....	174
5.3.2	Generalização da série de Bürmann.....	183

5.4	Nota final.....	197
Capítulo 6.	Integração de investigação e ensino: o <i>Curso de Analyse Infinitesimal</i>	199
6.1	Introdução.....	199
6.2	Enquadramento e reações ao <i>Curso de Analyse Infinitesimal</i> de Gomes Teixeira.....	200
6.3	Sobre o estilo e a abordagem de Gomes Teixeira.....	204
6.3.1	Observações gerais.....	204
6.3.2	Algumas notas sobre a abordagem adotada.....	208
6.4	Nota final.....	213
Capítulo 7.	Gomes Teixeira e as organizações internacionais.....	215
7.1	Introdução.....	215
7.2	A colaboração no <i>Répertoire</i>	215
7.3	O processo de formação das sociedades matemáticas.....	219
7.4	Colaboração de Gomes Teixeira com associações e sociedades estrangeiras.....	225
7.5	Participação nos Congressos Internacionais de Matemáticos.....	229
7.6	O apreço de organizações internacionais por Gomes Teixeira: dois exemplos documentados.....	233
7.6.1	Contextualização.....	233
7.6.2	O processo de eleição como membro da Academia Leopoldina.....	235
7.6.3	A admissão como membro do <i>Circolo Matematico di Palermo</i>	246

Capítulo 8. Atividades de internacionalização - o exemplo de três países: Rússia, Espanha e Grécia.....	253
8.1 Introdução.....	253
8.2 Características das condições internas e protagonistas.....	255
8.2.1 Rússia.....	256
8.2.2 Espanha.....	267
8.2.3 Grécia.....	274
8.3 Nota final.....	279
Conclusão	281
Bibliografia	285
Anexo A – Listas de publicações dos matemáticos portugueses.....	307
Lista de publicações de matemáticos portugueses referenciados no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i> (1876-1936).....	309
Lista de publicações de matemáticos portugueses nas revistas estrangeiras.....	326
Anexo B - Artigos, cartas e outra documentação referente a Gomes Teixeira.....	337
Cartas com referências à troca de publicações entre o <i>Jornal de Teixeira</i> e revistas estrangeiras.....	339
Cartas sobre a troca do <i>Jornal de Teixeira</i> com publicações de algumas Sociedades e Academias.....	364
Cartas sobre contactos internacionais relacionados ao <i>Jornal de Teixeira</i> e o <i>Curso de Cálculo Infinitesimal</i>	372
Cartas enviadas à Gomes Teixeira por matemáticos espanhóis e gregos.....	380
Cartas – artigos publicados no <i>Jornal de Teixeira</i>	386

Cartas solicitando trabalhos matemáticos publicados em Portugal para o <i>Jahrbuch</i>	397
Documentos relacionados com os Congressos Internacionais dos Matemáticos.....	402
Cartas enviadas a Gomes Teixeira por A.V. Vasiliev (Sociedade Físico-Matemática de Kazan).....	406
Algumas notícias de jornais sobre Gomes Teixeira.....	415
Alguns documentos com referências às obras de Gomes Teixeira.....	421
Alguns documentos comprovativos da obtenção de graus e títulos.....	441
Alguns extratos de resenhas de trabalhos de Gomes Teixeira no <i>Jahrbuch</i>	471
Anexo C - Publicações no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i>	473

Lista de Ilustrações

Ilustração 1	Marquês de Pombal (1699-1782).....	17
Ilustração 2	Extrato da <i>Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences</i> , capítulo <i>Science Progress Report N° 5, The "Marranos" - Or how Portugal and Spain sank back into the Middle Ages (1498-1615)</i> , relatando as raízes do Gomes Teixeira.....	35
Ilustração 3	Casa onde nasceu Gomes Teixeira em São Cosmado (fotografia da autora).....	37
Ilustração 4	Placa colocada na casa onde nasceu Gomes Teixeira na vila de São Cosmado. (fotografia da autora).....	37
Ilustração 5	Certidão da inscrição de Gomes Teixeira como aluno voluntário do primeiro ano da Faculdade de Mathematica, (Alves, 2004)....	38
Ilustração 6	Certidão de matrícula de Gomes Teixeira no primeiro ano do curso de matemática, como aluno ordinário, (Alves, 2004).....	39
Ilustração 7	Retrato de Gomes Teixeira nos seus tempos de estudante.....	40
Ilustração 8	Primeira página do artigo <i>Appliação das fracções contínuas á determinação das raízes das equações</i> , publicado em 1873 no <i>Jornal das Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes</i> , (n° 14, vol. 4).....	42
Ilustração 9	Reitoria da Universidade do Porto, Praça de Gomes Teixeira.....	47
Ilustração 10	Capa do primeiro tomo da revista <i>Anais da Faculdade de Sciências do Porto</i> , 1927.....	51
Ilustração 11	Capa do livro <i>Who's Who in Science</i> de 1914, que contém referência a Gomes Teixeira.....	56
Ilustração 12	Referência a Gomes Teixeira no <i>Who's Who in Science</i> de 1914	57
Ilustração 13	Início do artigo sobre atribuição do prémio <i>Prix Binoux</i> no <i>Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris</i> (p. 906)....	57
Ilustração 14	Busto de Gomes Teixeira colocado na sua vila natal, São Cosmado. Ao fundo, atrás do busto está a igreja onde se encontra inumado (fotografia da autora).....	61

Ilustração 15	Artigo de <i>O Jornal de Notícias</i> de 12 de Abril de 1924 noticiando o convite feito a Gomes Teixeira para o VII Congresso de Matemática.....	62
Ilustração 16	Capas dos livros <i>Santuários de Montanha e Apoteose de S. Francisco de Assis</i>	63
Ilustração 17	Capas dos livros <i>Uma Santa e uma Sábia e Santo António de Lisboa</i>	64
Ilustração 18	Frontispício do livro <i>História das Matemáticas em Portugal</i>	65
Ilustração 19	O Comércio do Porto, 10 de fevereiro de 1933.....	66
Ilustração 20	Placa do local de inumação do Gomes Teixeira na igreja de São Cosmado.....	67
Ilustração 21	Igreja de São Cosmado onde está inumado Gomes Teixeira. Ao findo, do lado esquerdo da igreja pode ver-se o busto de Gomes Teixeira colocado na praça central desta vila (fotografia da autora).....	68
Ilustração 22	Francisco Gomes Teixeira, retrato a óleo de Abel de Moura, que se encontra no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.....	68
Ilustração 23	Capa de <i>Journal des Savants</i> (1666).....	73
Ilustração 24	<i>Philosophical Transactions of the Royal Society</i> , 6 de Março de 1665, Reino Unido.....	74
Ilustração 25	Capa do <i>Giornale de' Letterati</i> de 1669.....	74
Ilustração 26	<i>Acta Eruditorum</i> , 1682, Alemanha.....	75
Ilustração 27	Página do <i>Gentleman's Diary or The Mathematical Repository</i> , 1741.....	76
Ilustração 28	Capa do <i>Journal de l'Ecole Polytechnique</i> , primeiro volume, 1794.....	77
Ilustração 29	Capa dos <i>Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae</i> , vol. II, 1727, publicado em 1729.....	78
Ilustração 30	Índices dos <i>Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae</i> , vol. II, 1727.....	79
Ilustração 31	Capa da revista de Poggendorff, <i>Biographisch-Literarisches Handwörterbuch der exakten Naturwissenschaften</i> , vol. II, 1863.....	81
Ilustração 32	Capa do primeiro tomo da revista <i>The Mathematical Repository</i> , 1799.....	82

Ilustração 33	Capa do primeiro tomo da revista matemática de J. D. Gergonne, <i>Annales de Mathématiques Purés et Appliquées</i> , 1811.....	83
Ilustração 34	Capa do primeiro tomo da revista <i>Journal für die reine und angewandte Mathematik</i> (Crelle's Journal), 1826.....	84
Ilustração 35	Capa do primeiro tomo da revista <i>Journal de Mathématiques Pures et Appliquées</i> (Jornal de Liouville), 1836.....	85
Ilustração 36	Capa do segundo tomo da revista <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> (Jornal de Teixeira), 1878.....	86
Ilustração 37	Capa de primeiro volume de <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i> , publicado em 1871, contendo artigos de 1868.....	91
Ilustração 38	Resumos de artigos da revista <i>Acta Mathematica</i> (1894) publicados na revista <i>Revue semestrielle</i> , vol. III (1), p. 142, 1895.....	95
Ilustração 39	Início da tabela da <i>Revue semestrielle</i> , p. 149, vol. III, 1895.....	96
Ilustração 40	Página 305 de <i>Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématique</i> , 4 ^a série, 1895.....	99
Ilustração 41	Distribuição dos volumes do <i>Catalogue of Scientific Papers</i> da Royal Society of London por anos.....	99
Ilustração 42	Primeiro <i>Comité de Patronage</i> da revista <i>L'Enseignement Mathématique</i> de 1899, mais tarde surgiram novos membros: em 1904 Vasiliy Petrovich Ermakof (Kiev); Andrew Russell Forsyth (Cambridge); Gino Loria (Genova); David Eugene Smith (New York); em 1907 Jérôme Franel (Zurich) (Furinghetti, 2003).....	104
Ilustração 43	Introdução do volume I do <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> , onde foram definidos objetivos da revista.....	112
Ilustração 44	Índice do volume XII do <i>JSMA</i> (1894).....	126
Ilustração 45	Página 15 do volume XIV do <i>JSMA</i> , secção <i>Bibliographia</i>	128
Ilustração 46	Página 15 do volume XV do <i>JSMA</i> , secção <i>Bibliographia</i>	128
Ilustração 47	Número de autores portugueses e estrangeiros que publicaram no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> , por volumes.....	132
Ilustração 48	Número de artigos portugueses e estrangeiros no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> , por volumes.....	133
Ilustração 49	Resenha de Gomes Teixeira e Ohrtmann sobre o trabalho J. A. M. da Silva.....	136

Ilustração 50	Resenha de Gomes Teixeira e Henoch sobre o trabalho A. Schiappa Monteiro.....	136
Ilustração 51	Resenha de Gomes Teixeira e Lampe sobre o trabalho J. B. de Cabedo.....	137
Ilustração 52	Evolução da quantidade de resenhas de publicações de matemáticos portugueses no <i>JFM</i> (exceto Gomes Teixeira) – a azul, e de Gomes Teixeira – a vermelho.....	141
Ilustração 53	Publicações dos matemáticos portugueses nas revistas estrangeiras (excepto Gomes Teixeira) – azul, e de Gomes Teixeira – vermelho.....	144
Ilustração 54	Capa do trabalho <i>Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem</i> , tese de doutoramento de Gomes Teixeira, 1875.....	151
Ilustração 55	Capa do livro de Forsyth <i>Theory of Differential Equations</i> , vol. VI, 1906.....	152
Ilustração 56	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira no livro de Forsyth, <i>Theory of Differential Equations</i> , p. 453 (Forsyth, 1906).....	154
Ilustração 57	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira no livro de E. Goursat <i>Leçons sur L'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre</i> (Goursat, 1898, p. 265).....	157
Ilustração 58	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre</i> (Bulletin de l'Académie de Belgique, 1882) no livro de E. Goursat <i>Leçons sur L'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre</i> (Goursat, 1898, p. 269).....	158
Ilustração 59	Capa do <i>Tohoku Mathematical Journal</i>	160
Ilustração 60	Referência ao trabalho <i>Sur les roulettes circulaires</i> (1913) de Gomes Teixeira no <i>Tohoku Mathematical Journal</i> , vol. 4, 1914..	161
Ilustração 61	Capa da edição de 1946 da <i>Encyclopædia Britannica: A New Survey of Universal Knowledge</i> , Vol. 6.....	162
Ilustração 62	Referência ao trabalho <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> de Gomes Teixeira (vol. V de Obras sobre Mathematica) na <i>Encyclopædia Britannica</i> , 1946, Vol. 6, p.894..	162
Ilustração 63	Referência ao trabalho <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> (Obras sobre Mathematica) de Gomes Teixeira na <i>Encyclopædia Britannica</i> , 1946, Vol. 6, p. 899.....	163

Ilustração 64	Referência ao trabalho <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> de Gomes Teixeira (vol. IV e V de Obras sobre Mathematica) no livro de Edward Harrington Lockwood, <i>A Book of Curves</i> , (Lockwood, 1971, p. 191).....	163
Ilustração 65	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira na <i>Encyclopedic Dictionary of Mathematics</i> . Bibliografia da secção sobre as curvas, que inclui, na página 353, artigo de Gomes Teixeira <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> , que foi incorporado na <i>Obras sobre Mathematica</i>	164
Ilustração 66	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira, incorporado na <i>Obras sobre Mathematica</i> , feita por Michael Trott no seu livro <i>The Mathematica GuideBook for Graphics</i> , 2004, p. 606.....	164
Ilustração 67	Bibliografia de <i>Geometry by Its History</i> , 2012 com a referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> , que foi publicado em Madrid, 1905 (Ostermann & Wanner, 2012, p. 415).....	165
Ilustração 68	Referência ao artigo de Gomes Teixeira <i>Ueber einen Satz der Zahlentheorie</i> (Archiv der Mathematik und Physik, 1885) no livro de Dickson.....	168
Ilustração 69	O problema proposto por Gomes Teixeira no artigo <i>Sur la série de Lagrange et ses applications</i> , (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences, 1904), publicado em (Comtet, 1974, p. 118).....	171
Ilustração 70	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur les dérivées d'ordre quelconque</i> (1880) em (Comtet, 1974, p. 137).....	172
Ilustração 71	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur le développement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus</i> (1896) em (Comtet, 1974, pp. 167-168).....	172
Ilustração 72	Extrato da bibliografia do livro <i>Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions</i> . (Comtet, 1974, p. 334), com referência aos três artigos de Gomes Teixeira mencionados no texto	173
Ilustração 73	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable</i> , (Nouvelles Annales de Mathématiques, série 3, vol. 15, pp. 270-274) por Donald E. Knuth, no artigo <i>Convolution Polynomials</i> (1992).....	173
Ilustração 74	Primeira página do artigo de N. V. Bugaev referenciando o trabalho do Gomes Teixeira.....	180

Ilustração 75	Primeira página da carta de Gomes Teixeira a A. Vasiliev.....	182
Ilustração 76	Folha de rosto do artigo premiado, incluído nas <i>Obras sobre Matemática</i> de Gomes Teixeira, vol. I.....	183
Ilustração 77	Índice do mesmo artigo, <i>Sobre o desenvolvimento das funções em série</i> , vol. I, p. 399.....	183
Ilustração 78	Gráfico de $ \sin z $	189
Ilustração 79	Curvas de nível $ \sin z =c$	189
Ilustração 80	O anel limitado por duas curvas S e s ; x representa um ponto do interior deste anel (cf. p.63 de (Neves, 2008)).....	191
Ilustração 81	Primeira página do artigo de Gomes Teixeira no <i>Jornal de Crelle</i> , 1900.....	192
Ilustração 82	Exemplo da autoria de Gomes Teixeira no livro de Whittaker & Watson: <i>A Course of Modern Analysis</i> , 1927, p. 132.....	195
Ilustração 83	Outro exemplo da autoria de Gomes Teixeira no livro de Whittaker & Watson: <i>A Course of Modern Analysis</i> , 1927, p.146	196
Ilustração 84	Carta de Poincaré solicitando informação sobre trabalhos portugueses a indicar no <i>Répertoire</i> (sem ano, mas dia 29 de fevereiro sugere uma alta probabilidade de que ele poderia ser 1892 ou em um dos ano bissexto seguinte).....	216
Ilustração 85	Lista do <i>Comité Internacional</i> do Quinto Congresso Internacional de Matemáticos com a participação do Gomes Teixeira (ICM, 1913).....	231
Ilustração 86	Carta assinada por Gutzmer, Stäckel, Wangerin e Cantor a propor, entre outros, Gomes Teixeira como membro da Academia Leopoldina.....	237
Ilustração 87	Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Imperial das Ciências de Halle, comunicando a eleição de Gomes Teixeira como sócio correspondente.....	238
Ilustração 88	Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Leopoldina, a propósito do envio a Gomes Teixeira do respetivo diploma de membro.....	242
Ilustração 89	Diploma de membro da Academia Leopoldina concedido a Gomes Teixeira. Gentileza do Arquivo da Academia Leopoldina.....	243
Ilustração 90	Carta de Gomes Teixeira agradecendo o envio do diploma de membro da Academia Leopoldina. Gentileza do Arquivo da Academia Leopoldina.....	245

Ilustração 91	Carta do Presidente M. Albeggiani comunicando a admissão de Gomes Teixeira como sócio do <i>Circolo Matematico di Palermo</i> .	247
Ilustração 92	Formulário de admissão de Gomes Teixeira no <i>Circolo Matematico di Palermo</i> . Gentileza do Arquivo do <i>Circolo Matematico di Palermo</i>	248
Ilustração 93	Formulário de admissão de Gomes Teixeira no <i>Circolo Matematico di Palermo</i> (continuação). Gentileza do Arquivo do <i>Circolo Matematico di Palermo</i>	249
Ilustração 94	Carta de agradecimento de Gomes Teixeira, que se encontra no arquivo do <i>Circolo Matematico di Palermo</i> . Gentileza do Arquivo do <i>Circolo Matematico di Palermo</i>	250
Ilustração 95	Correção de Gomes Teixeira à prova tipográfica de uma sua biografia para o <i>Annuario Biografico del Circolo Matematico di Palermo</i> . Gentileza do Arquivo do <i>Circolo Matematico di Palermo</i>	251
Ilustração 96	Pagina 118 do <i>Annuario Biografico del Circolo Matematico di Palermo</i> onde consta o nome de Gomes Teixeira (Palermo, 1928).....	252
Ilustração 97	Retrato de V. Ya. Bunyakovsky (1804-1889).....	257
Ilustração 98	Retrato de Sofia Kovalevskaya (1850-1891).....	258
Ilustração 99	Retrato de N. V. Bugaev (1837-1903).....	259
Ilustração 100	Convite a Gomes Teixeira para participar nas comemorações do 25º aniversário da Sociedade Matemática de Moscovo, assinado pelo seu Presidente, N. Bugaev.....	260
Ilustração 101	Documento de admissão de Gomes Teixeira na <i>Sociedade Matemática de Moscovo</i> a 15 de Março de 1911.....	260
Ilustração 102	Lista de membros estrangeiros da Sociedade Matemática de Moscovo, publicada na revista da Sociedade, <i>Matematiceskii Sbornik</i> , v. 28, nº 1, 1911, pp. III-VI.....	261
Ilustração 103	Carta nº 123, de K. A. Andreeve sobre a troca da revista <i>Communications de la Société Mathématique de Kharkov</i> (Soobscheniya Kharkovskogo matematicheskogo obschestva) com o <i>Jornal de Teixeira</i>	262
Ilustração 104	Diploma da Sociedade Matemática de Kharkov (1908).....	262
Ilustração 105	Retrato de V. G. Imschenetsky (1832-1892).....	263
Ilustração 106	Primeira página da dissertação de Gomes Teixeira.....	264

Ilustração 107	Carta de Vasiliev (Vassilieff) sobre a troca de publicações com o <i>Bulletin de la Société Physico-Mathématique de Kazan</i> , 1891....	264
Ilustração 108	Retrato de A. V. Vasiliev (1853-1929).....	265
Ilustração 109	Retrato de José Echegaray (1833-1916).....	268
Ilustração 110	Retrato de Eduardo Torroja Caballé (1847-1918).....	270
Ilustração 111	Retrato de Zoel Garcia de Galdeano (1846-1924).....	271
Ilustração 112	Carta de Galdeano a Gomes Teixeira.....	273
Ilustração 113	Retrato de Kyparissos Stephanos (1857-1917).....	275
Ilustração 114	Resposta de Stephanos a um convite de Gomes Teixeira para colaborar nos <i>Annaes</i>	276
Ilustração 115	Retrato de Ioannis Hadjidakis (1844-1921).....	277
Ilustração 116	Carta nº 71, de G. Bettaglini, aceitando a troca do <i>Jornal de Teixeira</i> com o seu <i>Giornale di Matematiche</i> (1877).....	339
Ilustração 117	Carta nº 803 - Carta de A. Marre sobre a troca do <i>Jornal de Teixeira</i> com o <i>Bullettino di bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche</i> do príncipe Baldassarre Boncompagni-Ludovisi. (1879).....	340
Ilustração 118	Carta nº 100 - Carta do Príncipe B. Boncompagni sobre a troca do <i>Jornal de Teixeira</i> com o <i>Bullettino di bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche</i> (1881).....	341
Ilustração 119	Carta nº 76, de F. Gastaldi, sobre a troca da sua revista <i>La Rivista di Matematica</i> com o <i>Jornal das Ciências Mathematicae Astronomicas</i> , (1881).....	342
Ilustração 120	Carta nº 125, de Mittag-Leffler, anunciando a remessa da <i>Acta Mathematica</i> em troca do <i>JSMA</i> (Stockholm) (1883).....	343
Ilustração 121	Carta nº 61, de F. Ruffini, secretário da Academia de Bolonha, aceitando a troca entre o <i>Jornal de Teixeira</i> e o <i>Rendiconti</i> desta Academia. (1884).....	344
Ilustração 122	Carta nº 96, de Hoppe, professor da Universidade de Berlim, aceitando a troca do <i>Jornal das Ciências Mathemáticas e Astronomicas</i> com os seus Arquivos de Matematica, (1884).....	345
Ilustração 123	Carta nº 619, de Ch. Brisse, sobre a troca do <i>Jornal</i> com as <i>Nouvelles Annales de Mathématiques</i> , onde também recorda que fundou com J. Ch. D´Almeida o <i>Journal de Physique</i> , (1884).....	346

Ilustração 124	Carta nº 98, do Secretário da <i>Sociedade Real de Ciências de Gottingen</i> , a comunicar que esta sociedade aceita a troca entre <i>Jornal das Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> e os seus <i>Wissenschaftliche Nachrichten</i> , (1885).....	347
Ilustração 125	Carta sobre a troca do JSMA com <i>Communications de la Société Mathématique de Kharkov</i> (1885).....	348
Ilustração 126	Carta sobre a troca do JSMA com <i>Communications de la Société Mathématique de Kharkov</i> (1885) (cont.)	349
Ilustração 127	Carta nº 268 - Bilhete de G. Eneström a aceitar a troca da sua <i>Bibliotheca Mathematica</i> com o <i>Jornal de Teixeira</i> e a pedir informação de trabalhos portugueses sobre a História da Matemática (1886).....	350
Ilustração 128	Carta nº 133, de G. de Longchamps, a agradecer a Gomes Teixeira pelo envio do seu <i>Curso de Análise</i> , e a anunciar a receção de algumas das obras de Gomes Teixeira e a propor a troca entre o <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas</i> e o <i>Journal de Mathématiques Spéciales</i> (jornal de G. de Longchamps) (1888).....	351
Ilustração 129	Carta nº 132, do Secretário da Academia de Ciências de Caen, aceitando a troca entre as <i>Memórias</i> desta Academia e o <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> (1889).....	352
Ilustração 130	Carta nº 489, de Emilio Weyr (irmão de Eduardo Weyr), professor na Universidade de Viena, a agradecer um livro e a propor a troca da sua revista, <i>Monatshefte fur Mathematik und Physik</i> , com o <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> , (1889).....	353
Ilustração 131	Carta nº 1732, de R. Aguilar sobre a troca do JSMA com as <i>Mémoires</i> da Sociedade Científica “Antonio Alzate”, México (1890).....	354
Ilustração 132	Carta nº 128, de Korteweg, professor da Universidade de Amesterdão sobre a troca do <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> com a <i>Revista da Sociedade Matemática de Amesterdão</i> , (1891).....	355
Ilustração 133	Carta nº 566, de Juel, professor na Escola Politécnica de Copenhague, a agradecer o <i>Curso de Analyse Infinitesimal</i> do Gomes Teixeira, e mencionando a troca do <i>Jornal</i> com o seu <i>Tidsskrift fur Mathematik</i> , (1891).....	356
Ilustração 134	Carta nº 1736. Ofício de Vassilieff (Vasiliev) sobre troca de publicações com a <i>Bulletin de la Société physico-mathématique de Kazan</i> , (1891).....	357

Ilustração 135	Carta nº 1709, de E. Weyr, sobre troca de publicações com as <i>Casopis Mathematicky a Fysiky</i> (revista de Sociedade Matemática de Praga). (1891).....	358
Ilustração 136	Carta nº 1036. Carta do editor da <i>Revista Religiosa Científica y Política</i> , Madrid, solicitando a troca entre a sua revista e o <i>Jornal de Sciencias Matemáticas</i> , (1893).....	359
Ilustração 137	Bilhete de Lazzeri solicitando a troca do <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas</i> com o seu <i>Periódico di Matematica</i> , (1896).....	360
Ilustração 138	Carta nº 1033, de Gascó, professor na Universidade de Valencia, sobre troca da sua revista <i>Archivo de Matemáticas</i> com o <i>Jornal de Ciências Matemáticas</i> (1897).....	361
Ilustração 139	Carta nº 1719. Carta do secretário da Universidade de Kansas sobre troca do JSMA com a <i>The Kansas University Quarterly</i> (1898).....	361
Ilustração 140	Carta nº 853, de B. Niewenglowski sobre a troca da <i>Bulletin de Mathématiques Élémentaires</i> com o <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas</i> (1899).....	362
Ilustração 141	Carta nº 424, do Dr. Walter F. Wislicenus solicitando a troca do seu <i>Astronomischer Jahresbericht mit Unterstutzung de Astronomischen Gesellschaft</i> com o <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas</i> . (1899).....	363
Ilustração 142	Carta nº 515, de A. Lancaster, astrónomo do Observatório de Bruxelas, solicitando a troca do <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas</i> com as publicações do Observatório (1881).....	364
Ilustração 143	Carta nº 1729. Carta do secretário da <i>Academia das Ciências de Torino</i> sobre troca de publicações (1882).....	365
Ilustração 144	Carta nº 1705. Carta do Presidente da <i>Sociedade Científica de Argentina</i> sobre troca de publicações (1883).....	366
Ilustração 145	Carta nº 537, de C. Le Peige sobre a troca do <i>Jornal de Teixeira</i> com as publicações da <i>Sociedade Real das Ciências de Liêge</i> (1883).....	367
Ilustração 146	Carta nº 115. Carta do Presidente da <i>Sociedade da Matemática de Hamburgo</i> aceitando a troca das publicações desta Sociedade com o <i>Jornal de Ciências Mathematicas</i> , (1884).....	368
Ilustração 147	Carta nº 1718, de J. P. Cooke, secretário da <i>Academia Americana de Artes e Ciências</i> sobre troca de publicações (1885).....	369

Ilustração 148	Carta nº 54, de Albeggiani, professor em Palermo e secretário do <i>Circolo Matematico di Palermo</i> , sobre a troca do <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas</i> com as publicações desse centro. (1885).....	370
Ilustração 149	Carta nº 425, de E. Woelfffing, professor na Escola Superior Técnica de Stuttgart, solicitando a troca do <i>Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas</i> com as publicações da <i>Sociedade Matematica de Wuerttemberg</i> (1889).....	371
Ilustração 150	Carta nº 137, de Lemoine, a agradecer uma notícia sobre a sua Geometrografia no <i>JSMA</i> e a informar sobre a fundação do <i>Intermédiaire des Mathématiciens</i> , solicitando a colaboração neste jornal.....	372
Ilustração 151	Carta nº 137, de Lemoine, a agradecer uma notícia sobre a sua Geometrografia no <i>JSMA</i> e a informar sobre a fundação do <i>Intermédiaire des Mathématiciens</i> , solicitando a colaboração neste jornal. (cont.).....	373
Ilustração 152	Carta nº 785, de Laisant, solicitando que Gomes Teixeira lhe indique um colaborador para dar notícias sobre a vida matemática em Portugal no <i>L'Enseignement mathématique</i> (1900).	374
Ilustração 153	Carta nº 1120, de Thomas Muir (África do Sul), solicitando informação sobre publicações portuguesas relativas a determinantes. (1902).....	375
Ilustração 154	Carta nº 360, de O. Bolza, professor na Universidade de Chicago, solicitando um número do <i>JSMA</i> (1906)	376
Ilustração 155	Carta nº 360, de O. Bolza, professor na Universidade de Chicago, solicitando um número do <i>JSMA</i> (1906) (cont.).....	377
Ilustração 156	Carta nº 1776, do Professor C. Parvulesco (Romenia), solicitando informação sobre o <i>JSMA</i>	378
Ilustração 157	Carta nº 358, de Blumenthal, professor na Escola Superior Técnica de Aix-la-Chapelle, a referir-se à visita de Gomes Teixeira a esta cidade e a agradecer e apreciar algumas obras que Gomes Teixeira ofereceu. (1910).....	379
Ilustração 158	Carta nº 948, de G. de Galdeano a Gomes Teixeira. (1891).....	380
Ilustração 159	Carta nº 897, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, a agradecer um livro e solicitando um retrato, (1896).....	381
Ilustração 160	Carta nº 898, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, a apreciar o <i>Curso de Análise</i> , (1898).....	382

Ilustração 161	Carta nº 899, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, sobre a sua colaboração nos <i>Anais</i> , (1906).....	383
Ilustração 162	Carta nº 901, de Panaiotis Zervos, professor na Universidade de Atenas, sobre o seu encontro com Gomes Teixeira em Cambridge. (1912).....	384
Ilustração 163	Carta nº 901, de Panaiotis Zervos, professor na Universidade de Atenas, sobre o seu encontro com Gomes Teixiera em Cambridge. (1912) (cont.).....	385
Ilustração 164	Carta nº 141, de Hermite, que resultou num artigo no primeiro volume do <i>Jornal</i> de Gomes Teixeira, pp. 65-70.....	386
Ilustração 165	Carta nº 141, de Hermite, que resultou num artigo no primeiro volume do <i>Jornal</i> de Gomes Teixeira, pp. 65-70 (cont.).....	387
Ilustração 166	Artigo baseado na carta nº 141 de Hermite publicada no primeiro volume do <i>Jornal</i> de Gomes Teixeira, pp. 65-70 (carta nº 141).....	388
Ilustração 167	Carta nº 142, de Hermite, que resultou no artigo publicado no <i>Jornal</i> no vol. 2, pp.65- 67.....	389
Ilustração 168	Artigo de Hermite publicado no <i>Jornal de Teixeira</i> no vol. 2, pp.65- 67, baseado na carta nº 142.....	390
Ilustração 169	Carta nº 437, de M. Lerch, a comunicar um resultado a que chegou sobre uma questão de aritmética superior. Foi publicado um extrato desta carta no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas</i> , volume 8, página 161.....	391
Ilustração 170	Carta nº 437, de M. Lerch, a comunicar um resultado a que chegou sobre uma questão de aritmética superior. Foi publicado um extrato desta carta no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas</i> , volume 8, página 161 (cont.).....	392
Ilustração 171	Artigo de Lerch publicado no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i> , volume 8, p. 161, baseado na carta 437.....	393
Ilustração 172	Carta 479, de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries. Foi publicada no <i>JSMA</i> no volume 8, p 97.....	394
Ilustração 173	Carta 479, de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries. Foi publicada no <i>JSMA</i> no volume 8, p 97 (cont.).....	395
Ilustração 174	Artigo de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries publicado no <i>JSMA</i>	396

	no volume 8, p 97 baseado na carta nº 479.....	
Ilustração 175	Carta nº 116, do Ohrtmann, Director do <i>Jahrbuch (JFM)</i> solicitando a Gomes Teixeira que fique responsável pelo envio das notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal e Espanha. (1881).....	397
Ilustração 176	Carta nº 116, do Ohrtmann, Director do <i>Jahrbuch (JFM)</i> solicitando a Gomes Teixeira que fique responsável pelo envio das notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal e Espanha. (1881) (cont.).....	398
Ilustração 177	Carta nº 118, de Max Henoch, a agradecer as notícias sobre os trabalhos matemáticos portugueses para o <i>Jahrbuch</i> (1885).....	399
Ilustração 178	Carta nº 297. Bilhete de Lampe, professor na Escola Superior Técnica de Charlottenburg a pedir as notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal em 1897 para o seu <i>Jahrbuch</i> (1898).....	400
Ilustração 179	Carta nº 274. Bilhete de Lampe, a pedir as notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal em 1899 para o seu <i>Jahrbuch</i> (1900).....	401
Ilustração 180	Extrato dos <i>ICM Proceedings 1897 Zurich</i> (Rudio, 1898).....	402
Ilustração 181	Carta nº 390, de K. Hensel (Marburg).....	403
Ilustração 182	Transcrição e tradução da carta apresentada na Ilustração anterior.....	404
Ilustração 183	Carta nº 385, de Gutzmer a Gomes Teixiera, agradecendo o envio do tomo I das <i>Obras</i> . Nesta carta Gutzmer exprime a esperança de encontrar Gomes Teixeira no III Congresso Internacional de Matemáticos em Heidelberg.....	405
Ilustração 184	Carta nº 11, escrita por Vassilieff (Vasiliev) a convidar o Gomes Teixeira para a celebração do centenário de N. Lobachevsky.....	406
Ilustração 185	Carta nº 11, escrita por Vassilieff (Vasiliev) a convidar o Gomes Teixeira para a celebração do centenário de N. Lobachevsky (cont.).....	407
Ilustração 186	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração.....	408

Ilustração 187	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	409
Ilustração 188	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	410
Ilustração 189	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	411
Ilustração 190	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	412
Ilustração 191	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	413
Ilustração 192	Carta nº 20, da <i>Sociedade Fisico-Matemática de Kazan</i> , enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do <i>Comité</i> desta celebração (cont.).....	414
Ilustração 193	Resposta de Gomes Teixeira, em <i>Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa</i> , na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matemáticos. (<i>O Tempo</i> , 02.05.1889).....	415
Ilustração 194	Resposta de Gomes Teixeira, em <i>Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa</i> , na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matemáticos. (<i>O Tempo</i> , 02.05.1889) (cont.).....	416

Ilustração 195	Resposta de Gomes Teixeira, em <i>Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa</i> , na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matemáticos. (<i>O Tempo</i> , 02.05.1889) (cont.).....	417
Ilustração 196	O artigo de <i>O Jornal de Notícias</i> de 12 de Abril de 1924 referindo o convite feito a Francisco Gomes Teixeira para participar no Congresso dos Matematicos a realizar em Toronto em 1924.....	418
Ilustração 197	Notícia no jornal <i>O Primeiro de Janeiro</i> de 18 de Maio de 1925, sobre a viagem de Gomes Teixeira ao Vaticano.....	419
Ilustração 198	Notícia no jornal <i>O Primeiro de Janeiro</i> de 27 de Maio de 1925, sobre a viagem de Gomes Teixeira ao Vaticano.....	420
Ilustração 199	Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no <i>Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan</i> , 1903.....	421
Ilustração 200	Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no <i>Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan</i> , 1903 (cont.).....	422
Ilustração 201	Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no <i>Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan</i> , 1903 (cont.).....	423
Ilustração 202	Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no <i>Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan</i> , 1903 (cont.).....	424
Ilustração 203	Capa do <i>Curso de Análise Moderna</i> de E. T. Whittaker e G. N. Watson.....	425
Ilustração 204	Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no <i>Curso de Análise</i> de E. T. Whittaker e G. N. Watson.....	426
Ilustração 205	Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no <i>Curso de Análise</i> de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).....	427
Ilustração 206	Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no <i>Curso de Análise</i> de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).....	428
Ilustração 207	Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no <i>Curso de Análise</i> de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).....	429

Ilustração 208	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur les dérivées d'ordre quelconque</i> (1880), feita por I. Opatowski no seu artigo <i>Combinatoric interpretation of a formula for the nth derivative of a function of a function</i> , 1939.....	430
Ilustração 209	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur les dérivées d'ordre quelconque</i> (1880), feita por J. Riordan no seu artigo <i>Derivatives of composite functions</i> (Riordan, 1946).....	431
Ilustração 210	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira na lista de bibliografia de artigo <i>Derivatives of composite functions</i> , p. 667 (Riordan, 1946).....	432
Ilustração 211	O problema proposto por Gomes Teixeira no artigo <i>Sur la série de Lagrange et ses applications</i> , (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences, 1904), publicado em (Comtet, 1974, p. 118).....	432
Ilustração 212	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur les dérivées d'ordre quelconque</i> (1880) em (Comtet, 1974, p. 137).....	433
Ilustração 213	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur le développement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus</i> (1896) em (Comtet, 1974, pp. 167-168).....	433
Ilustração 214	Extrato da bibliografia do livro <i>Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions</i> . (Comtet, 1974, p. 334), com referência aos três artigos de Gomes Teixeira mencionados no texto	433
Ilustração 215	Referência ao artigo de Gomes Teixeira <i>Ueber einen Satz der Zahlentheorie</i> (Archiv der Mathematik und Physik, 1885) no livro de Dickson.....	434
Ilustração 216	Referência ao artigo de Gomes Teixeira <i>Ueber einen Satz der Zahlentheorie</i> (Archiv der Mathematik und Physik, 1885) no livro de Dickson, (cont.).....	435
Ilustração 217	Referência ao trabalho de Gomes Teixeira <i>Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable</i> , (Nouvelles Annales de Mathématiques, série 3, vol. 15, pp. 270-274) por Donald E. Knuth, no artigo <i>Convolution Polynomials</i> (1992).....	436
Ilustração 218	<i>Celebrated Problems of Geometry</i> de R. C. Archibald (Archibald, 1918, pp. 207-210).....	437
Ilustração 219	<i>Celebrated Problems of Geometry</i> de R. C. Archibald (Archibald, 1918, pp. 207-210) (cont.).....	438

Ilustração 220	<i>Celebrated Problems of Geometry</i> de R. C. Archibald (Archibald, 1918, pp. 207-210) (cont.).....	439
Ilustração 221	<i>Celebrated Problems of Geometry</i> de R. C. Archibald (Archibald, 1918, pp. 207-210) (cont.).....	440
Ilustração 222	Documento comprovativo da obtenção do grau de Bacharel por Gomes Teixeira, disponibilizado pelos arquivos da Universidade de Coimbra.....	441
Ilustração 223	Documento comprovativo da obtenção de grau de Licenciado por Gomes Teixeira, disponibilizado pela Universidade de Coimbra.....	442
Ilustração 224	Documento comprovativo da obtenção de grau de Doutor por Gomes Teixeira, disponibilizado pelos arquivos da Universidade de Coimbra.....	443
Ilustração 225	Diploma da Sociedade Real das Ciências de Liège (1883).....	444
Ilustração 226	Diploma da Sociedade Real Boémia (1891).....	445
Ilustração 227	Carta nº 162. Documento de aceitação do Gomes Teixeira na <i>Sociedade Matemática de Moscovo</i> a 15 de Março de 1911.....	446
Ilustração 228	Diploma da Faculdade de Ciências da Universidade de Lima (1913).....	447
Ilustração 229	Diploma de sócio correspondente da <i>Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei</i>	448
Ilustração 230	Diploma de sócio ordinário da <i>Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei</i>	449
Ilustração 231	Diploma da <i>Sociedade Matemática de Kharkov</i> (1908).....	450
Ilustração 232	Certificado de Sócio Correspondente de <i>Real Academia de Ciências e Artes</i> de Barcelona.....	451
Ilustração 233	Ata da assembleia geral do Instituto de Coimbra de 12 de Novembro de 1924.....	452
Ilustração 234	Diploma relativo ao Título de <i>Caballero de Gran Cruz de Afonso XII</i>	453
Ilustração 235	Diploma relativo à condecoração com a <i>Ordem de S. Tiago de Espada</i>	454
Ilustração 236	Diploma relativo à <i>Ordem Nacional da Legião da Honra</i>	455

Ilustração 237	Artigo referente à entrega da <i>Cruz da Legião de Honra</i> a Gomes Teixeira.....	456
Ilustração 238	Diploma da comenda de S. Gregório Magno, conferida pelo Papa Pio XI.....	457
Ilustração 239	Diploma de Doutoramento <i>Honoris Causa</i> de Francisco Gomes Teixeira, pela Universidade Central de Madrid.....	458
Ilustração 240	Diploma de Doutoramento <i>Honoris Causa</i> de Gomes Teixeira, pela Universidade de Toulouse.....	459
Ilustração 241	Carta assinada por Gutzmer, Stäckel, Wangerin e Cantor a propor, entre outros, Gomes Teixeira como membro da Academia Leopoldina.....	460
Ilustração 242	Transcrição e tradução da carta apresentada na Ilustração 240....	461
Ilustração 243	Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Imperial das Ciências de Halle, comunicando a eleição para sócio correspondente.....	462
Ilustração 244	Transcrição e tradução da carta apresentada na ilustração anterior.....	463
Ilustração 245	Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina.....	464
Ilustração 246	Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina (cont.).....	465
Ilustração 247	Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina (cont.).....	466
Ilustração 248	Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Leopoldina, a propósito do envio a Gomes Teixeira do respetivo diploma de membro.....	467
Ilustração 249	Transcrição e tradução da carta de A. Wangerin reproduzida na ilustração anterior.....	468
Ilustração 250	Diploma de membro da Academia Leopoldina concedido a Gomes Teixeira.....	469

Lista de Tabelas

Tabela 1	Relação entre os períodos de “interrupção” na publicação do <i>Jornal</i> e os períodos biográficos de Gomes Teixeira entre 1877 e 1902.....	45
Tabela 2	Distribuição de artigos por volume segundo as línguas usadas.....	129
Tabela 3	Distribuição quantitativa dos artigos por autores (autores estrangeiros a vermelho).....	130
Tabela 4	Resenhas de publicações de matemáticos portugueses no <i>Jornal de Teixeira</i> contidas no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i>	138
Tabela 5	Número de artigos de matemáticos portugueses publicados em cada volume do <i>Jornal de Teixeira</i> e número de resenhas de publicações dos volumes correspondentes contidas no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i>	140
Tabela 6	Lista de revistas que pediram permuta com o <i>JSMA</i>	142
Tabela 7	Algumas Sociedades e Academias que referem a permuta de publicações com o <i>JSMA</i>	143
Tabela 8	Referências às publicações de Gomes Teixeira no <i>Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques</i>	218
Tabela 9	Cartas de algumas associações e sociedades científicas estrangeiras com as quais Gomes Teixeira manteve contactos. É usada a numeração de (Vilhena, 1936).....	226
Tabela 10	Abreviaturas utilizadas no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i>	309
Tabela 11	Referências as publicações de matemáticos portugueses (exceto Gomes Teixeira) no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i> (até 1934).....	310

Tabela 12	Publicações de Gomes Teixeira referenciadas no <i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik</i>	321
Tabela 13	Publicações de Gomes Teixeira em revistas estrangeiras.....	326
Tabela 14	Publicações de matemáticos portugueses em revistas estrangeiras (exceto Gomes Teixeira).....	331
Tabela 15	Análise do número de autores nacionais e internacionais no <i>Jornal de Teixeira</i>	475
Tabela 16	Análise do número de artigos nacionais e internacionais no <i>Jornal de Teixeira</i>	475
Tabela 17	Lista de todos os autores e artigos publicados no <i>Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas</i>	476

Introdução

“Nada há mais prejudicial para a ciência de um povo do que o seu isolamento no meio da ciência dos outros. Este isolamento foi quase completo em Portugal na maior parte do século XIX, e o motivo principal estava no desconhecimento da nossa língua nos meios científicos estrangeiros. As nossas revistas eram pouco lidas lá fora e os nossos sábios não recorriam às revistas mais vulgarizadas dos grandes países para apresentar os resultados das suas investigações.” (Teixeira, 1925b)

Este trabalho tem por objetivo investigar a ação de Francisco Gomes Gomes Teixeira no processo de integração dos matemáticos portugueses na comunidade matemática internacional no final do século XIX e início do século XX. Neste período, a comunidade matemática portuguesa estava ainda em formação. Pretendemos estudar o caráter e a evolução das ligações internacionais de Portugal com os outros países, quase exclusivamente levadas a cabo através de atividades deste eminente matemático.

Além disso, o presente trabalho constitui uma tentativa para contribuir para a própria biografia científica de Gomes Teixeira. É elaborado com base no estudo de uma parte substancial da sua obra matemática e das atividades de gestão académica a nível nacional e internacional resultantes do seu prestígio como matemático. Uma análise completa e uma avaliação justa da obra matemática de Gomes Teixeira, no contexto do desenvolvimento da matemática no final do séc. XIX e início do séc. XX, pode ser só objeto de estudos posteriores, uma vez que a sua obra é extraordinariamente extensa e variada.

No trabalho consideraremos aspectos qualitativos e quantitativos da obra científica criada por Gomes Teixeira durante cerca de 60 anos (entre 1874 e 1933), que constituiu a

base do seu reconhecimento no seio da comunidade matemática europeia na segunda metade do século XIX. Este estudo será realizado do ponto de vista dos conhecimentos matemáticos atuais no tempo de Gomes Teixeira, das correntes dominantes da investigação matemática e das condições nacionais e internacionais de publicação e divulgação da matemática da época.

Apesar das contribuições significativas e meritórias feitas recentemente por autores como L. Saraiva (Saraiva, 2000; 2002; 2008) e G. Alves (Alves, 2004) sobre vários aspetos da obra e da personalidade de Gomes Teixeira, a abordagem escolhida aqui abre, em nossa opinião, uma nova perspetiva sobre o seu trabalho, especialmente porque foram usadas, na medida do possível, fontes estrangeiras não utilizadas anteriormente, especialmente de origem russa e alemã. Em nossa opinião, a utilização destas fontes como testemunhos da apreciação do valor científico da sua obra fora de Portugal garante um maior grau de objetividade e imparcialidade do que as fontes nacionais que surgiram durante a vida ou logo após a morte de Gomes Teixeira.

Na Europa do séc. XIX, a matemática desenvolvia-se rapidamente. Começaram a surgir comunidades científicas, por norma nas cidades europeias em que havia universidades e academias de ciências. O fortalecimento das comunidades matemáticas a nível nacional foi acompanhado por um aumento do número de matemáticos profissionais (em geral, professores universitários), pela difusão de problemas matemáticos comuns através de publicações científicas, pelo aumento da qualidade da investigação, pela reforma da educação matemática e da preparação dos jovens matemáticos.

A união dos matemáticos a nível nacional foi uma etapa crucial para a difusão da matemática bem como para o estabelecimento da comunidade matemática internacional. O desenvolvimento natural desta tendência de internacionalização levou à organização dos primeiros congressos matemáticos: o primeiro em 1897 em Zurique e o segundo em 1900 em Paris.

Assim, no início do século XX, surgiu entre os matemáticos a sensação de pertença a uma comunidade, não dividida pelas fronteiras políticas, tendo-se iniciado o trabalho para criar instituições internacionais, que culminou, em 1919, com a fundação da União

Internacional de Matemática¹.

Para a criação das condições intelectuais de união dos matemáticos ao nível mundial contribuíram os representantes nacionais das comunidades matemáticas dos países europeus. O desenvolvimento das escolas científicas nacionais, começando pela escola matemática francesa no fim do séc. XVIII (com a fundação da Escola Politécnica de Paris) e posterior avanço para a vanguarda das escolas matemáticas alemãs no meio do séc. XIX (nomeadamente Göttingen e Berlim) levou à saída da matemática para além das fronteiras².

O fortalecimento das escolas matemáticas nacionais e a intensificação dos contactos internacionais está associado aos nomes de matemáticos proeminentes daquela época. Durante o século XIX e o início do séc. XX, formaram-se dois centros matemáticos mundiais: França e Alemanha. Entre os matemáticos franceses, contavam-se J. Fourier (1768-1830), S. Poisson (1781-1840), A. Cauchy (1789-1857), E. Galois (1811-1832), Ch. Hermite (1822-1901), C. Jordan (1838-1922), G. Darboux (1842-1917), H. Poincaré (1854-1912), P. Painlevé (1863-1933), J. Hadamard (1865-1963), E. Borel (1871-1956). Dos matemáticos alemães, podemos mencionar nomes como C. F. Gauss (1777-1855), J. Dirichlet (1805-1859), E. Kummer (1810-1893), K. Weierstrass (1815-1897), G. Riemann (1826-1866), J. Dedekind (1831-1916), G. Cantor (1845-1918), F. Klein (1849-1925), D. Hilbert (1862-1943). Em ambos os casos, estas listas não são exaustivas.

Na maioria dos outros países da Europa onde se desenvolvia matemática, pode-se referir apenas alguns nomes isolados: W. Hamilton (1805-1865), J. Sylvester (1814-1897) e A. Cayley (1821-1895) na Inglaterra, N. Abel (1802-1829) e S. Lie (1842-1899) na Noruega, T. Stieltjes (1856-1891) e E. Brouwer (1881-1966) na Holanda, Ch. Vallée-Poussin (1866-1962) na Bélgica, U. Dini (1845-1918), G. Peano (1858-1932) e V. Volterra (1860-1940) em Itália, G. Mittag-Leffler (1846-1927) e E. Fredholm (1866-1927) na Suécia, N. Lobachevsky (1792-1856), P. L. Chebyshev (1821-1894), A. Markov (1856-1922) e A. Lyapunov (1857-1918) na Rússia, F. G. Teixeira (1851-1933) em Portugal, Z. Galdeano (1846-1924), J. Echegaray (1833-1916) e E. Torroja (1847-1918) em Espanha, I.

¹ União Internacional de Matemática foi fundada em 1919, estando inativa de 1936 até 1951. (Ramos & Malonek, 2005)

² Acima de tudo, e ainda no século XVIII, destacaram-se em França os matemáticos J. Lagrange (1736-1813), P. Laplace (1749-1827), G. Monge (1746-1818) e A. Legendre (1752-1833), que fundaram a base da escola matemática francesa do século XIX. Na Alemanha, a base para o desenvolvimento de escolas matemáticas foi lançada por C. Gauss (1777-1855).

Hadjidakis (1844-1921) e K. Stephanos (1857-1917) na Grécia.

Neste cenário surgiram personagens de um novo tipo, cuja principal (mas não única) função era a organização do bom funcionamento de toda a comunidade. No entanto, no período que consideramos neste trabalho, estes indivíduos já não aparecem esporadicamente, mas definem antes um novo tipo de agente na comunidade. Eram, por norma, bons matemáticos, cujas características temperamentais e sociais os tornou indispensáveis no processo da construção da comunidade matemática internacional. Destacam-se entre estes o italiano Giovanni B. Guccia (1855-1914) (Brigaglia & Masotto, 1982; Brigaglia, 2002), o espanhol Z. Garcia de Galdeano (Hormigon, 1991; 1993), o grego Kyparissos Stephanos (Phili, 1997) e o português F. Gomes Teixeira. É importante notar que nem todos eles eram provenientes de países com fortes escolas matemáticas, mas todos eram movidos pelo desejo de criar tais escolas no seu próprio país e unir-se à cultura matemática de vanguarda.

Um grande e decisivo contributo para o desenvolvimento das relações científicas foi o aparecimento de revistas matemáticas internacionais, que, por norma, estavam relacionadas com o nome do cientista-matemático criador da revista. No séc. XIX, contam-se entre estas, por exemplo, o *Jornal de Crelle*, o *Jornal de Liouville*, o *Jornal de Teixeira*. Assim, na revista editada por A. L. Crelle, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*³, publicaram os seus trabalhos matemáticos de vários países como, por exemplo, o norueguês N. H. Abel, o russo N. I. Lobachevsky, o alemão C. Jacobi. Esta tendência também foi acompanhada pela criação de revistas de resenhas. A primeira revista matemática deste tipo foi criada em 1868 e intitulava-se *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*⁴. Finalmente, começaram a ser organizados projetos internacionais como, por exemplo, a edição da *Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften*⁵, que se iniciou em 1898, ou a organização, por iniciativa do F. Klein, da reforma da educação matemática nas escolas, através da Comissão Internacional de Instrução Matemática, fundada em 1908, entre outros.

Como já foi mencionado, o processo de integração de matemáticos portugueses na

³ Em português: *Jornal de Matemática Pura e Aplicada*

⁴ Em português: *Anuário sobre o Progresso da Matemática*

⁵ Em português: *Enciclopédia de Ciências Matemáticas*

comunidade matemática internacional está essencialmente associado ao nome de Gomes Teixeira.

Enquanto, até à data, a investigação histórica e sistemática sobre a vida e obra de Gomes Teixeira se dedicou intensivamente ao estudo biográfico e bibliográfico ((Guimarães, 1914), (Vilhena, 1936), (Alves, 2012)) bem como ao seu contributo como autor de manuais (*Francisco Gomes Teixeira o homem, o cientista, o pedagogo* - tese de doutoramento de Graça Alves; essencialmente sobre o seu *Curso de Analyse Infinitesimal*), o trabalho aqui realizado é um contributo para o reconhecimento nacional e internacional do papel de Gomes Teixeira baseado na análise científica detalhada da sua obra como matemático e organizador da vida científica em Portugal durante o final do século XIX e início do século XX.

Uma figura tão proeminente como Gomes Teixeira pode facilmente transformar-se num mito, especialmente quando analisada através de abordagens tradicionais que emanam da fama e do halo que o circundavam nos seus últimos anos de vida. Isso transparece em parte nas fontes essenciais que surgiram durante a vida ou logo após a morte de Gomes Teixeira, como os trabalhos de R. Guimarães (1866-1918) (1900; 1911; 1914), de Duarte Leite (Leite, 1933) e de H. Vilhena (Vilhena, 1936), que, contudo, são obras incontornáveis para qualquer estudioso do trabalho de Gomes Teixeira.

Para evitar uma repetição frequente de factos já conhecidos, o presente trabalho debruça-se apenas sobre o enquadramento da obra de Gomes Teixeira nas tendências internacionais do desenvolvimento da matemática em alguns dos seus períodos mais criativos. Concentramo-nos em particular num dos aspetos do trabalho de Gomes Teixeira na Análise Matemática que consideramos mais importantes, mais concretamente, nas representações de funções analíticas em diferentes tipos de séries, problema que estudou intensamente e que constituía, na segunda metade do século XIX, o centro de atenção da maioria dos analistas de todos os países europeus, essencialmente influenciados pela obra de K. Weierstrass.

A escolha desta área específica do trabalho de Gomes Teixeira parece-nos também particularmente justificada pelo facto de as suas contribuições para a representação de funções analíticas em série terem culminado numa generalização da série de Lagrange (ou de Bürmann-Lagrange), que em 1900 foi publicada no prestigiado *Journal de Crelle*. Esta

generalização foi aliás referida por Whittaker e Watson (Whittaker & Watson, 1927) como *Teixeira's Theorem* (*Teorema de Teixeira*) ou *Teixeira's Serie* (*Série de Teixeira*), o que demonstra a posição de destaque que Gomes Teixeira assumiu entre os seus contemporâneos. Apesar de se tratar de uma temática que, em geral, não está incluída nos manuais de cursos básicos da *Análise Complexa* de hoje, em parte por se considerar que pertence à área da Matemática Aplicada, a *Série de Teixeira* constitui um assunto que pode ser tratado com base na matéria normalmente leccionada nestes cursos em um ou dois semestres. As únicas obras portuguesas, onde podemos encontrar referências à *Série de Teixeira* e à sua aplicação a problemas da teoria dos campos, são da autoria de L. Campos (Campos, 1988; 1990).

Tanto quanto sabemos, não foi até à data levado a cabo qualquer estudo detalhado da obra de Gomes Teixeira, num contexto internacional, no âmbito de uma tese de doutoramento. No entanto, as teses de mestrado de L. Bernardo (Bernardo, 2006) de A. Neves (Neves, 2008) e de O. Roque (Roque, 2008), orientadas por H. Malonek, podem ser consideradas como trabalhos preparatórios importantes que nos servem como fontes para os pormenores matemáticos do trabalho de Gomes Teixeira.

Um outro contributo excecional de Gomes Teixeira, nomeadamente para a criação da comunidade europeia de matemáticos, foi a criação do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, conhecido como *Jornal de Teixeira*, cujo reconhecimento internacional foi em grande parte devido à fama alcançada pelo seu fundador como matemático de mérito. A popularidade crescente do *Jornal de Teixeira* em toda a Europa e nos Estados Unidos representa sem dúvida um sucesso extraordinário. Além disso, o *Jornal de Teixeira* surgiu ainda numa época em que as revistas eram ainda designadas pelo nome dos seus editores, o que permitiu uma maior visibilidade não só de Gomes Teixeira, como também de Portugal, como país onde se desenvolvia trabalho matemático de qualidade. Deste modo, o presente trabalho também inclui uma incursão na história das revistas científicas, que podem ser consideradas como um dos fatores históricos mais importantes para o sucesso da formação da comunidade matemática europeia.

O significado dos manuais de análise infinitesimal, *Calculo Diferencial* (1887) e *Curso de Analyse Infinitesimal*, *Calculo Integral* (1889,1892) elaborados por Gomes Teixeira já foi sobejamente realçado na dissertação de G. Alves (Alves, 2012). Falta ainda levar a cabo uma análise científica do *Tratado de las Curvas Especiales Notables*

(Teixeira, 1905) e do seu significado para os nossos dias, apesar de existirem trabalhos que se dedicam a alguns aspetos parciais desta obra, como, por exemplo, a tese de mestrado de D. Tavares (Tavares, 2006), orientada por H. Malonek.

No entanto, na presente dissertação apenas mencionaremos o *Tratado de las Curvas Especiales Notables* no contexto da valorização do trabalho científico de Gomes Teixeira pela comunidade internacional, tendo preferido acrescentar algumas observações sobre os seus manuais de *Análise Infinitesimal*, com base numa nota de Grattan-Guinness (Grattan-Guinness, 2002) sobre a necessidade de investigar o papel dos manuais do século XIX como catalisadores da formação da comunidade matemática internacional.

Contrariamente a muitos outros matemáticos de países periféricos, que estudaram em Berlim ou em Paris, Gomes Teixeira adquiriu os seus conhecimentos matemáticos e capacidades científicas apenas através do seu estudo na Universidade de Coimbra. Note-se no entanto que, embora invulgar, não era, à época, totalmente impossível para um português efetuar estudos no estrangeiro, como demonstra o caso de Henrique Manuel de Figueiredo, que estudou em Paris, (Gray & Ortiz, 1999). Gomes Teixeira iniciou a sua atividade criativa ainda enquanto estudante, apesar de não ter tido qualquer apoio especial dos seus mestres de Coimbra, exceto no que respeita a atribuição do grau de Doutor quando terminou a sua licenciatura. Contudo, durante os primeiros anos da sua vida profissional, Gomes Teixeira foi apoiado por Daniel da Silva, professor da Escola Naval de Lisboa.

Apesar de não dispor de contactos pessoais nem da ajuda de terceiros, Gomes Teixeira conseguiu, através da edição do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, construir uma vasta rede de colaboração com outros matemáticos estrangeiros. Isto proporcionou-lhe contactos cada vez mais intensos com os mais importantes representantes da comunidade matemática do centro da Europa, assim como dos países periféricos, em particular na última década do século XIX e na primeira década do século XX. Todas as fontes disponíveis confirmam que Gomes Teixeira sempre foi aceite em pé de igualdade pelas figuras mais proeminentes da matemática da sua época.

A presença de Gomes Teixeira tornou-se importante em muitas atividades internacionais a nível europeu, como por exemplo, a elaboração de resenhas de artigos publicados na área da matemática no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* (*JFM*) fundado por matemáticos alemães em 1868 (antecessor da revista bibliográfica e de

resenhas *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* – desde 1931). Esta sua atividade como resenhista garantiu que, durante um período de cerca de 30 anos, fossem incluídos no *Jahrbuch* os trabalhos de autores portugueses. O mesmo aconteceu com a colaboração de Gomes Teixeira no projeto francês *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*, iniciado em 1885 por H. Poincaré, no qual trabalharam entre 1885 e 1912 mais de 50 matemáticos de 16 países, (Rollet & Nabonnand, 2003). Uma outra atividade notável de Gomes Teixeira a nível internacional foi a sua participação a partir de 1908 na edição da revista *L'Enseignement Mathématique*, órgão do ICMI (*International Commission on Mathematical Instruction*, que é, desde 1952, uma comissão oficial da IMU). Os contactos regulares que Gomes Teixeira manteve, a partir de 1886, com o representante da secção alemã do ICMI, August Gutzmer, um dos colaboradores mais próximos de F. Klein e sucessor de G. Cantor, são um exemplo das suas intensas relações com a Alemanha, (Malonek & Kharlamova, 2010).

Tudo isto demonstra que Gomes Teixeira foi um agente requisitado e participativo na formação da comunidade matemática internacional no final do século XIX e início do século XX. É pois consequência natural que tenha sido objeto de variadas distinções, não só em Portugal como em muitos outros países estrangeiros, desde a atribuição de doutoramentos honoris causa até à sua eleição como membro de diversas academias de ciências.

Embora os simples factos sejam quase todos conhecidos, optamos por incluir, num capítulo final, novos documentos, descobertos em arquivos estrangeiros, de modo a completar o conhecimento concreto sobre o apreço, a nível internacional, da obra da extraordinária personagem da história da matemática portuguesa que foi Gomes Teixeira.

A organização desta tese é a seguinte.

No Capítulo 1, começa-se por referir de uma forma sucinta as etapas históricas do desenvolvimento da matemática e do sistema educativo em Portugal nos séculos XVIII-XIX.

No Capítulo 2 dá-se uma breve panorâmica sobre a vida e obra de Gomes Teixeira, enquadrando-a numa perspetiva histórico-social. Completam-se ainda alguns aspetos da sua biografia com documentos, anteriormente desconhecidos.

No Capítulo 3, tendo como objetivo um melhor enquadramento do prestígio

alcançado por Gomes Teixeira a nível internacional através da sua revista, discute-se de forma detalhada o aparecimento das primeiras revistas internacionais que publicaram artigos matemáticos, o aparecimento das revistas matemáticas especializadas e das revistas dedicadas a áreas específicas de matemática. Também se analisa o papel da crescente acessibilidade da literatura científica na Europa na internacionalização da investigação. Mostra-se ainda como as revistas científicas europeias contribuíram não só para a formação de escolas científicas nacionais, mas também para a própria internacionalização da ciência.

O Capítulo 4 é dedicado ao desenvolvimento da Matemática em Portugal e, em particular, ao aparecimento das sociedades e revistas científicas portuguesas entre a segunda metade do século XVIII e o início do século XX. Focando a atenção no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* fundado em 1877 por Francisco Gomes Teixeira, mostra-se como esta revista evoluiu desde uma edição científico-informativa até se transformar numa revista científica internacional especializada que publicava trabalhos matemáticos originais.

O Capítulo 5 contém uma apresentação (que não pretende de todo ser completa) da atividade científica de Gomes Teixeira, salientando as suas investigações na área da Análise Matemática que chamaram a atenção da comunidade matemática europeia. Neste contexto apresentam-se as variadas referências aos seus resultados matemáticos em publicações científicas estrangeiras até aos nossos dias. Analisa-se ainda o contributo de Gomes Teixeira para a teoria das séries e, em particular, o Teorema de Teixeira.

No Capítulo 6 referem-se alguns tópicos do manual de Análise Infinitesimal elaborado por Gomes Teixeira. Mostra-se, que o *Curso* de Gomes Teixeira foi um curso moderno de ensino universitário desta época. Em particular, a fundamentação dos números reais no início do seu manual está em conformidade com tendências gerais no final do século XIX.

O Capítulo 7 é dedicado à atividade de Gomes Teixeira como agente científico no seio da comunidade matemática internacional da sua época. Descreve-se a sua colaboração com diferentes organizações internacionais emergentes na segunda metade do século XIX. Salienta-se particularmente o seu papel na colaboração com outros matemáticos da Península Ibérica. Além disso, documenta-se o apreço internacional de Gomes Teixeira por parte do mundo académico. Destaca-se, em particular, a eleição de Gomes Teixeira como

membro da Academia das Ciências Alemã *Leopoldina*, sob proposta de um grupo de quatro matemáticos, incluindo Georg Cantor. Apresentam-se novos documentos, relativos a todo o processo de eleição nesta academia.

Finalmente, no Capítulo 8, encontra-se uma descrição das atividades de alguns países europeus de características semelhantes a Portugal, como a Rússia, a Espanha e a Grécia, nos seus esforços de integração no processo de internacionalização da comunidade matemática europeia. A escolha destes países baseia-se também no facto de Gomes Teixeira ter mantido com os diferentes representantes destes países uma comunicação científica ativa. A perceção das diferentes condições e abordagens nacionais permitem, no nosso entender, uma melhor avaliação do contributo de Gomes Teixeira para a integração no processo de internacionalização da comunidade matemática europeia.

Capítulo 1. Características históricas do desenvolvimento da Matemática em Portugal.

1.1 Introdução

Uma parte significativa da investigação internacional em História da Matemática tem-se dedicado, nos últimos 10 a 15 anos, ao estudo das intenções e atividades relacionadas com a intensificação dos contactos científicos entre os matemáticos europeus na segunda metade do Século XIX e início do Século XX.

Resultado e referências básicas do estado da arte nesta área de investigação são os livros: *L'Europe mathématique: histoire, mythes, identités* (Goldstein, et al., 1996), *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development* (Dauben, et al., 2002), *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800-1945* (Parshall, et al., 2002).

De facto existiram no século XIX três fatores essenciais para o desenvolvimento de uma comunidade matemática europeia (além das mudanças políticas e económicas ocorridas nesta altura):

- 1) A fundação de novas revistas matemáticas, bem como o intercâmbio destas publicações, que transformaram revistas nacionais em verdadeiras revistas internacionais.
- 2) Um aumento significativo da mobilidade entre os centros de ensino e de

investigação matemática (França (Paris), Alemanha (Berlim, Göttingen), Inglaterra (Londres), Itália (Roma), Rússia (Moscou) e Estados Unidos) graças aos novos meios de transporte.

- 3) A fundação e as atividades de sociedades matemáticas nacionais, em particular a organização de encontros nacionais com convites a estrangeiros.

É conhecido que Gomes Teixeira participou ativamente neste desenvolvimento, por exemplo através da fundação do *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas* em 1877, publicado até 1905. No entanto, até agora só ocasionalmente se encontraram indicações na correspondência pessoal de Gomes Teixeira sobre outras medidas para o estabelecimento de contactos institucionais.

O livro *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*⁶ (Dauben, et al., 2002) contém um capítulo da autoria de Luís M. R. Saraiva intitulado *Portugal* sobre a historiografia da matemática em Portugal, enquanto o livro *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800–1945* (Parshall, et al., 2002) contém um artigo substancial sobre o contributo da Espanha: *Spanish Initiatives to bring Mathematics in Spain into the International Mainstream* de Elena Ausejo e Mariano Hormigon da Universidade de Zaragoza. Neste artigo menciona-se uma vez Gomes Teixeira como Membro Honorário da Sociedade Matemática de Espanha.

Não se conhecem trabalhos comparáveis com este trabalho de historiadores espanhóis sobre acontecimentos análogos em Portugal (em particular, sobre o papel de Gomes Teixeira). Um dos objetivos deste trabalho é precisamente preencher esta lacuna no conhecimento matemático-histórico de Portugal.

⁶ *Writing the History of Mathematics* oferece tanto a história do desenvolvimento intelectual como social do tema que foi primeiro descrito na Grécia antiga até aos dias de hoje. Um projeto especial da *International Commission on History of Mathematics*, este trabalho é o resultado de mais de dez anos de colaboração de uma equipa de 32 especialistas, cada um contribuindo acerca da história da matemática nos seus próprios países ou regiões com base em extensa investigação e estudo de arquivos. Ainda, além destes indivíduos, instituições como universidades, academias, institutos, bibliotecas e outros estão abrangidas, incluindo jornais, enciclopédias e outros projetos coletivos que promovem a história da matemática. O livro ainda inclui retratos de 25 historiadores de matemática.

1.2 Condições históricas e sociais do desenvolvimento da Matemática em Portugal

Embora a matemática, como fenómeno intelectual, não tenha ligação direta com fatores sócio - económicos, é importante, na nossa perspectiva, apresentar as questões discutidas neste trabalho, tendo em consideração o contexto histórico-social. Para este efeito, vamos realizar uma breve digressão pela história de Portugal.

Depois de uma época de grandes descobrimentos geográficos no século XVI, o império português⁷ tornou-se o primeiro império do mundo nos cinco continentes. Mas no final do século XVI, Portugal sofreu um longo período de declínio que durou até meados do século XVIII.

A cronologia geralmente aceite do Império Português é a seguinte:

- Primeiro Império (1415 - 1580) – descoberta e conquista dos territórios africanos e orientais; a época termina com uma perda de independência: Filipe II, rei da Espanha, que foi um dos herdeiros diretos do trono português, foi proclamado o Rei de Portugal em 1581; Portugal e as suas colónias passaram a fazer parte das possessões de Espanha;
- Segundo Império (1580 - 1822) – a perda da influência no leste e reforço da importância económica do Brasil;
- Terceiro Império (1822 - 1975) – reconhecimento da independência do Brasil, aumento da importância económica das colónias africanas, guerras coloniais e perda definitiva dos territórios africanos.

Com Portugal estão relacionados alguns nomes muito conhecidos da Europa. Baruch Spinoza⁸ era filho de um judeu português sefardita, que fugiu da Inquisição para Holanda.

⁷ Império português – o nome geral de todos os territórios ultramarinos, ocupados ou controlados por Portugal desde o início do século XV até ao início do século XXI. O termo "Império Português" não foi utilizado oficialmente, sendo que os territórios ultramarinos foram chamados " Ultramar Português». O início de formação do império está associado à conquista da antiga cidade marroquina - fortaleza de Ceuta no norte da África em 1415, e o seu declínio - o fim do governo português em Macau (China) em 1999 e a proclamação da independência de Timor Leste em 2002 (o último território ultramarino pertencente a Portugal).

⁸ Baruch Spinoza (1632 — 1677) - um dos grandes racionalistas do século XVII dentro da chamada Filosofia Moderna, juntamente com René Descartes e Gottfried Leibniz. Nasceu em Amsterdão, nos Países Baixos, no seio de uma família judaica portuguesa e é considerado o fundador do criticismo bíblico moderno.

O economista inglês David Ricardo⁹ nasceu numa família de portugueses – judeus, que tinham fugido para a Holanda, e mais tarde se mudaram para a Inglaterra. O grande pintor Espanhol Diego Velázquez¹⁰ era neto de um nativo da cidade do Porto, forçado a procurar trabalho em Sevilha. Estes são apenas alguns exemplos típicos, para uma visão mais detalhada e actual, referimos o leitor para as obras de Henrique Leitão e colaboradores, (Leitão, 2003, 2004), (Costa & Leitão, 2008).

Durante uma parte do século XVI, todo século XVII e a primeira metade do século XVIII, a Inquisição¹¹ conseguiu manter a cultura portuguesa isolada dos processos europeus de desenvolvimento, que precisamente nesse período foram muito intensos e criativos. As consequências deste desenvolvimento sentiam-se ainda até o século XX.

(...) O resultado é uma consciência da identidade marcada pelo desencanto e por um confronto com o estrangeiro (com as nações "polidas e ilustradas") em que Portugal faz a figura de um "reino cadaveroso" [...], e que está na origem do decadentismo que caracteriza as correntes dominantes da cultura portuguesa durante os séculos XIX e XX. (...) (Mattoso & Hespanha, 1997, p. 29)

O diplomata português desta época, José da Cunha Brochado (1651 – 1733), relata de forma muito dura como as “élites” portuguesas eram consideradas em França:

(...) Em Portugal não há ciência, nem há política, nem há economia, nem há educação, nem há nobreza, e não há corte. As letras estavam desterradas; nos conventos apenas se sabia rezar o ofício divino; ninguém sabia nem era versado em história da Bíblia e livros sagrados. (...) (Cunha Brochado, 1909, p. 11)

Ele caracteriza o conteúdo e a forma de estudos:

⁹ David Ricardo (1772 — 1823) é considerado um dos principais economistas do mundo, um dos fundadores da escola clássica inglesa da economia política, juntamente com Adam Smith e Thomas Malthus. David Ricardo foi uma das várias figuras de destaque na comunidade judaica de origem portuguesa em Amsterdão.

¹⁰ Diego Rodrigues da Silva y Velázquez (1599 — 1660) - pintor espanhol e artista principal da corte do Rei Filipe IV de Espanha. Filho de um advogado de nobre ascendência portuguesa (os seus avós paternos eram do Porto, João Rodrigues da Silva).

¹¹ A Inquisição portuguesa foi oficialmente aprovada em 1536 a pedido do Rei de Portugal D. João III. A Inquisição portuguesa, assim como a espanhola, era na verdade uma inquisição pública, embora a sua base legal consistisse na autoridade do Papa. Na segunda metade do século XVIII, a actividade da Inquisição na Península Ibérica foi consideravelmente reduzida - em parte graças à liberalização da consciência pública, e, por outro lado, por causa da ausência quase completa do objeto de perseguição. Em Portugal, o último auto-de-fé foi realizado em Outubro de 1765; formalmente a Inquisição foi abolida em Março de 1821.

(...) Estudava-se um pouco de teologia escolástica, cansando-se muito em argumentos sofisticados e delgadezas inúteis e impertinentes. (...) (Cunha Brochado, 1909, p. 12)

A imagem do país, descrita nas palavras de Cunha Brochado, fica ainda melhor caracterizada pelos outros factos bem conhecidos. Desde o final do século XVI e até meados do século XVIII, os jesuítas¹² tiveram um papel importante na vida cultural de Portugal. Foram eles que promoveram a educação e controlavam quase toda a vida cultural. Em todos os países em que foi criada a Ordem, os jesuítas tomaram a educação nas suas próprias mãos e fizeram-no com grande sucesso¹³.

Embora existam estudos mais recentes sobre esta matéria, (Leitão, 2003; 2004), (Costa & Leitão, 2008), é interessante notar a visão de Gomes Teixeira na sua obra *História das Matemáticas em Portugal*, publicada postumamente em 1934:

(...) Com a expulsão da Península hispânica dos seguidores de Moisés e de Mahomet tinha-se estabelecido nela a unidade religiosa e receiava-se talvez que, com a introdução das novas ideias filosóficas, viessem as heresias que lavravam além dos Pirinéus perturbar a paz religiosa. Parece que se tinha medo da ciência, da verdade, dos deslumbramentos de luz! Tinha-se talvez receio de que a fé científica enfraquecesse a fé religiosa. Mas aquelas novas ideias filosóficas entraram e, em vez de enfraquecer a crença cristã, levantaram-na e firmaram-na, separando os domínios da ciência e da religião e modificando a interpretação, como já dissemos, de algumas passagens dos livros sagrados. (...) (Teixeira, 1934)

Nas suas escolas, espalhadas por todo o país, os jesuítas ensinavam a ler e escrever, promovendo o ensino secundário. A formação que davam, era uma das formas de lutar

¹² Jesuítas (Ordem de Jesuítas; nome oficial "Companhia de Jesus," em latim Societas Jesu) - ordem religiosa masculina da Igreja Católica Romana, fundada em 1534 por Inácio de Loyola e aprovada em 1540 por Papa Paulo III. Os jesuítas desempenharam um papel importante na Contra-Reforma, participaram ativamente no desenvolvimento da ciência, educação e actividade missionária. A oposição de monarcas católicos da Europa (Espanha, Portugal, França) aos jesuítas forçou o Papa Clemente XIV de abolir a Ordem em 1773. No entanto, os jesuítas continuaram a sua actividade na China, Índia, Prússia, e, sobretudo, na Rússia, onde Catarina II se recusou de reconhecer o decreto do Papa. A Sociedade foi restaurada em 1814.

¹³ Em Portugal, os colégios jesuítas (escolas) funcionaram em todas as grandes cidades. Também existiram várias escolas no Brasil, África e Índia. Tais escolas constituíram a primeira rede das escolas secundárias em todo Portugal e nas suas colónias.

contra a heresia e o espírito da Reforma.

Gomes Teixeira na mesma obra *Historia das Mathematicas* escreveu:

(...) Ensinava-se naqueles colégios e na Universidade (mencionando somente o que convém aqui notar) elementos de Aritmética, de Geometria e de Astronomia e as doutrinas filosóficas e físicas de Aristóteles, e alguns dos seus mestres compuseram bons manuais para o ensino daquelas ciências e outros comentaram sábiamente estas doutrinas, mas desprovidos de originalidade de espírito e fundamentalmente conservadores, presos às velhas doutrinas dos Peripatéticos e dos escolásticos medievais, não introduziram no país as descobertas que no campo da ciência e da filosofia se iam fazendo fora dêle. Eram doutos e sabiam ensinar e ensinavam bem, mas só ensinavam a conhecer as obras do passado, não olhavam para o futuro, não ensinavam a progredir. Demais, o que principalmente os preocupava era a defesa do catolicismo contra as heresias e a divulgação da civilização cristã pelas terras de além-mar. Em Portugal era naturalmente êste o principal papel da sua instituição e fêz ela grandes serviços ao nosso país e também a ela própria. (...) (Teixeira, 1934)

Os livros de aprendizagem eram preparados cuidadosamente. Nesses livros, escritos em latim, geralmente com grande habilidade pedagógica, combinou-se toda a doutrina ortodoxa, que durante a Contra-Reforma era considerada como adequada às verdades da fé. Tendo sido a base do ensino durante um século e meio, até aos tempos de Marquês de Pombal¹⁴, que proibiu a sua utilização em 1759, constituíram um dos principais obstáculos ao desenvolvimento, uma vez que, no século XVIII, ainda apresentavam as ideias do século XVII.

Gomes Teixeira referiu, no seu livro:

(...) Antes da criação da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, as obras de Álgebra publicadas no nosso país estavam tôdas escritas no estilo anterior à reforma de Viète. Em Geometria analítica e Cálculo dos infinitamente pequenos nada se tinha publicado em língua portuguesa. Foi por isso necessário, para ter livros de texto, verter para português ou latim alguns livros usados em França, porque a língua francesa estava então pouco divulgada em Portugal. Assim, o tratado de Aritmética de Bezout foi traduzido por Monteiro da Rocha em português em 1773 e esta tradução foi reimpressa diversas vezes, sendo a última em 1826. (...) (Teixeira, 1934)

¹⁴ Sebastião José de Carvalho e Melo, Conde de Oeiras, Marquês de Pombal (1699-1782) — político português mais influente do Iluminismo, um dos mais destacados representantes do "despotismo esclarecido". Na verdade, tinha nas mãos as rédeas de governo de Portugal diante o Rei José I (1750-1777), e liderou a reconstrução do país após o devastador terramoto de Lisboa em 1755.



Ilustração 1 – Marquês de Pombal (1699-1782).

A segunda metade do século XVIII é reconhecida como o período das reformas de Marquês de Pombal. Em 27 anos do governo, desencadeou uma série de transformações estatais inéditas na história de Portugal, incluindo a reorganização do governo, o desenvolvimento económico e a reestruturação do sistema e dos estabelecimentos de ensino. Na economia, Pombal foi um defensor do protecionismo, que privilegiou a indústria e o comércio portugueses. Impôs uma proibição à exportação de matérias-primas, o que levou ao desenvolvimento da produção nacional de vidro, seda e cerâmica.

De facto, todas as reformas, incluindo a reforma educacional, visavam transformar Portugal numa metrópole capitalista, seguindo o exemplo da Inglaterra, para competir com as nações estrangeiras.

Não é de estranhar, que estas reformas profundas do estado português tenham provocado uma forte oposição por parte da alta aristocracia, da Inquisição e da influente Companhia de Jesus. Após um atentado mal sucedido contra a vida do Rei (a 3 de Setembro de 1758), em que muitos viram a mão dos jesuítas, Pombal conseguiu que a ordem fosse expulsa do país.

Com a expulsão de jesuítas o governo não poderia deixar de suprir a enorme lacuna que se abria na vida educacional. Ainda em 1759 anunciou-se o encerramento das escolas jesuítas e promoveu-se a criação de classes para ensino da retórica e gramática latina em todos os distritos, proibindo o ensino por pessoas que não tinham a autorização oficial para

tal. Em 1772 foi aprovada uma lei, onde pela primeira se estabelecia uma política educativa em Portugal. As suas ideias principais defendiam que a educação devia ser dada a cada um, segundo a posição que ocupariam na sociedade. A escolaridade não era necessária para quem iria realizar o trabalho físico. O ensino básico era destinado àqueles a quem bastava saber ler, escrever e contar, enquanto que o ensino secundário era exigido aos que continuariam os seus estudos na universidade, que “*permitiria preparar os funcionários do estado*” (Carvalho, 1996). Este conceito de sistema de ensino, criado por Pombal (nível rudimentar de educação básica; ensino superior para a elite; ensino secundário, destinado principalmente para preparar para o ensino superior), continuou a existir, em linhas gerais, no sistema nacional de educação até quase ao último terço do século XX.

Ainda no ano de 1772 foi promulgado um novo regulamento universitário. O sistema de ensino superior de Portugal, formado até lá tinha um nível muito baixo.

Relativamente às mudanças no ensino universitário no tempo de Pombal destaca-se a reforma do ano 1772 com a introdução de novos Estatutos que substituíram os *Sétimos Estatutos* de 1653 e significavam de facto uma “refundação” da universidade. (Mattoso & Hespanha, 1997, p. 384)

Caracteriza-se de forma significativa o papel inovador dos novos Estatutos através da sua comparação com os *Sétimos Estatutos*:

(...) Os professores caíam, como o sistema dos Estatutos de 1653 previa e permitia, na rotina dos comentários, eram repetidores enfatiados do já dito e já sabido, salvo raras excepções. (...) (Mattoso & Hespanha, 1997, p. 386)

Como se descreve no livro *História de Portugal, O Antigo Regime 1620-1807*:

(...) Os Estatutos de 1772 deixam ao professor um trabalho diferente. Continua-se a demarcar as grandes áreas de ensino e as suas matérias, mas fica aberto o caminho ao acompanhamento do aluno. Agora pretende-se que o professor mantenha um determinado espírito crítico capaz de indicar bibliografia e de a explicar, insistindo-se em que a sua tarefa deve conduzir mais à compreensão do que a memorização. (...) (Mattoso & Hespanha, 1997, p. 387).

A reforma de Pombal mudou radicalmente tanto a estrutura do processo pedagógico, como os métodos de ensino¹⁵. Foram abertas duas novas faculdades na Universidade de Coimbra – Faculdade de Matemática e Faculdade de Filosofia. A Faculdade de Filosofia correspondia às atuais Faculdades de Ciências, incluindo os cursos de ciências naturais, física e química experimental¹⁶. Em Coimbra foram inaugurados o laboratório de física, o jardim botânico, o teatro anatómico, o observatório astronómico e a tipografia universitária.

Em Portugal, o início do século XIX foi marcado por eventos negativos. O país sofreu três invasões francesas na era das guerras napoleónicas. Em seguida, em 1822, ocorreu a separação do Brasil, que arruinou a economia colonial de Portugal. O crescente domínio do comércio britânico colocou entraves ao desenvolvimento da indústria nacional. Após a revolução liberal de 1820 e a adoção da Constituição de 1822, os círculos reacionários tentaram restaurar o absolutismo e abolir a Constituição. Como resultado, em 1832 iniciou-se uma guerra civil, marcada pela luta entre liberalismo e absolutismo, que terminou em 1834 com o estabelecimento da monarquia constitucional. Devido aos conflitos políticos, bem como à falta de capital, ao equipamento obsoleto e à pressão de concorrentes estrangeiros, os esforços de recuperação económica, realizados em 1820 – 1824 e 1834 – 1838, não foram bem-sucedidos.

A propagação do liberalismo na sociedade portuguesa originou a formação de uma burguesia de classe média e baixa. O sistema de educação estabelecido nos tempos de Marquês de Pombal não previa o nível específico de ensino para esta nova camada da sociedade. O projeto da reforma do ensino, apresentado na sequência da revolução liberal, previa a criação de liceus e escolas do ensino secundário. Infelizmente, o projeto foi baseado no modelo francês e não tinha em consideração a especificidade da estrutura sócio - económica de Portugal. O novo programa do liceu, juntamente com as disciplinas da área humanista já existentes, incluía também a língua francesa, inglês ou alemão, química, física, ciências naturais e matemática. No entanto, havia falta de professores qualificados e não existia a compreensão da necessidade da educação na sociedade, o que levou a um

¹⁵ Nos métodos aplicados prevaleceu a abordagem racionalista e experimental (assim estava escrito nos estatutos).

¹⁶ Devido à ausência de docentes profissionais em Portugal, para a gestão dos departamentos foram convidados cientistas estrangeiros. Ao mesmo tempo, antigos professores não foram despedidos - continuaram a trabalhar em novos departamentos.

défice de alunos. Como resultado, o projeto não foi implementado. O acesso ao ensino só se generalizou mais na década de 60 do século XIX.

A primeira metade do século XIX, que na Europa foi assinalada pelo período da intensa atividade económica, em Portugal correspondeu à estagnação e depressão, que agravou significativamente o atraso do país. Um exemplo típico é o facto de, no início da segunda metade do século XIX, Portugal não ter praticamente nenhuma frota de mercante para manter a ligação com as suas colónias em África (Agur, 2010), sendo forçado a usar os serviços das frotas britânica e alemã¹⁷.

(...) Historians have long viewed transport and mobility as vital factors to any industry or commerce. Like many other colonial states, the main contact point of the Portuguese colonies with the external world for purpose of commerce, was its seaports. The Portuguese historiography has traditionally painted a dark picture of the Portuguese commercial fleet in the nineteenth century. (...) (Agur, 2010)

A segunda metade do século XIX foi mais bem-sucedida para o país (Dias Agudo, 1986). Inicia-se nesta altura uma fase da restauração e expansão, conhecida em Portugal por *Regeneração* (período de Recuperação ou Renascença). Assinala-se o aumento da importância do setor privado e da intervenção do governo, que assumiu o cumprimento do programa de criação de vias de comunicação¹⁸. Este período da história portuguesa está igualmente associado a uma elevada atividade nos meios académicos e artísticos, que anteriormente apenas tinha sido observada no século XVI, mas que rapidamente começou a declinar no início do século XX. Na segunda metade do século XIX foram criadas

¹⁷ As exportações das colónias portuguesas para Portugal não se efectuavam directamente, mas através de portos britânicos e alemães (Le Havre e Hamburgo), o que reduzia a rentabilidade da principal (e praticamente única) fonte de rendimento de Portugal. Outro golpe foi sofrido em 1869, após a abertura do Canal de Suez, quando maioria do tráfego comercial deixou de passar pelos portos portugueses em África. No entanto, esta situação quase desesperante foi resolvida pelo governo português através da alteração dos impostos e condições de financiamento, criando condições favoráveis de trabalho para as empresas privadas portuguesas, que poderiam assumir o transporte comercial entre metrópole e as colónias africanas. Em 1877 foi fundada a primeira empresa privada de navegação Empresa Nacional de Navegação (ENN) e, nos anos seguintes, foram criadas novas empresas, como a Empresa Insulana, Pinto Basto (1883), Mala Real Portuguesa (1888), Benchimol (1891). Em 1913, Lisboa era o quinto porto do mundo pelo volume de carga, sendo 90% do tráfego das colónias africanas assegurado por empresas portuguesas.

¹⁸ Iniciou-se a construção das estradas (ferrovias e rodovias), apareceram postos telegráficos, foi criada marinha mercante.

algumas sociedades científicas¹⁹ e começaram a ser publicadas novas revistas portuguesas²⁰. Os sucessos, alcançados durante este período nos domínios da arqueologia, da história, do direito, da medicina, da geografia e da linguística pareciam, em muitos casos, ser inesperados. As razões deste sucesso devem-se, em grande parte, ao facto de o ensino universitário em Portugal ser mais acessível para grandes grupos sociais depois da revolução liberal. A atividade social, que provocou a substituição do regime antigo pela nova sociedade, foi, provavelmente, a razão do aumento de movimentos intelectuais na segunda metade do século XIX. Mas no início do século XX a situação altera-se outra vez. Depois da crise de 1891, vem novamente uma fase de estagnação e depressão, que dura até ao próximo século. Em 1910, ocorre uma mudança do sistema político – queda da monarquia portuguesa, proclamação da república e continuação da política colonial (até à retirada das colónias, após a revolução de 1974).

1.3 Estudos sobre a História da Matemática em Portugal na obra de L. Saraiva

Luís Saraiva publicou vários trabalhos dedicados à História da Matemática em Portugal que apresentam uma análise muito detalhada sobre as publicações dos matemáticos portugueses do século XIX, com base na obra de Rodolfo Guimarães²¹.

No seu trabalho *Mathematics in the Memoirs of the Lisbon Academy of Sciences in the 19th century* (Saraiva, 2008) sobre as *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa*, L. Saraiva analisa todos os trabalhos nas *Memórias da Academia das Ciências* de conteúdo

¹⁹ 1864 – *Moscow Mathematical Society*, 1865 – *London Mathematical Society*, 1872 – *Société Mathématique de France*, 1879 – *Kharkov Mathematical Society*, 1883 – *Edinburgh Mathematical Society*, 1884 – *Circolo Matematico di Palermo*, 1888 – *American Mathematical Society* (fundada em 1888 com nome: *New York Mathematical Society* e reorganizada em 1894 com o nome de *American Mathematical Society*), 1890 – *St. Petersburg Mathematical Society*, 1891 – *Deutsche Mathematiker Vereinigung*.

²⁰ Entre estas revistas portuguesas podem ser mencionadas: a *Revista de Brazil e Portugal* (1841 - 1914), a *Revista Militar* (1848), *O Instituto: Revista científica e literária* (1853 - 1981), a *Revista de obras públicas e minas* (desde 1870), os *Annaes do Club militar naval* (1871), o *Boletim da Sociedade de geographia de Lisboa* (desde 1876), a *Revista de sciencias militares* (1885), a *Revista de engenharia militar* (desde 1896) e a *Revista Portuguesa Colonial e Marítima* (desde 1897).

²¹ Rodolfo Ferreira Dias Guimarães (1866–1918), professor da Escola do Exército de Lisboa (atual Academia Militar), conhecido pela sua investigação em História da Matemática, nomeadamente pela edição de um catálogo das obras de matemática publicadas por autores portugueses e pela divulgação da obra de Pedro Nunes (1502–1578), publica em 1904 um riquíssimo opúsculo intitulado *Noções sobre Cálculo das Probabilidades, Theoria dos Erros e Méthodo dos Mínimos Quadrados*, que contém os principais resultados, existentes na época, nesta área. (Santos, 2008)

matemático produzidos em Portugal no século XIX, dividindo-os nas seguintes áreas: Análise Matemática, Geometria e Matemática Aplicada. Faz também a análise de alguns artigos publicados nas *Memórias*.

São de salientar as suas observações em relação ao estado de matemática em Portugal do ponto de vista de internacionalização, em particular no que respeita a ausência de esforços por parte dos editores das *Memórias* para dar um passo para fora das fronteiras de Portugal.

(...) All this shows that there was never a policy to integrate the Memoirs into the network of scientific publications of the international community. Not only were there very few non-Portuguese authors, but also there was no continuity in their collaboration with the Portuguese community; it almost seems that these papers were published in the Memoirs by accident. (...) (Saraiva, 2008, p. 312)

L. Saraiva destaca duas condições para a internacionalização de um jornal: os artigos devem ser escritos numa língua compreendida pelos potenciais leitores de outros países e deve haver uma correspondência ativa e intercâmbio com os cientistas de outros países. De facto, muito poucos artigos de matemáticos estrangeiros foram publicados nas *Memórias* e quase todos os artigos eram escritos em português; para além disso não foram feitos os esforços necessários por parte dos matemáticos portugueses para entrarem na comunidade matemática internacional. Até à “era do Teixeira” poucos autores portugueses tinham publicações para além de fronteiras de Portugal. Entretanto esta falta de intercâmbio científico não significa que os matemáticos portugueses não estavam atualizados em relação ao trabalho científico feito nos outros países. Através da análise detalhada de alguns artigos publicados nas *Memórias*, L. Saraiva mostra que estes conheciam o que era feito fora do país e que os seus trabalhos eram atuais e interessantes (Saraiva, 2008).

(...) In spite of this inability to participate actively in the international community of mathematicians, there was no ignorance on the part of Portuguese mathematicians of at least some of the developments of mathematics in Europe, and some papers published in the *Memoirs* could have caught the attention of other European mathematicians had the *Memoirs* had a different orientation and a significant readership in Europe. [...] examples show that the fact that Portuguese

mathematicians were ignored by the international community did not mean that they were not aware of what was being done in Europe. [...] the authors show reasonable knowledge of European mathematics in the areas that concern their papers, some of it produced near the time of their writings. (...) (Saraiva, 2008, p. 314)

Relativamente ao estudo da situação da matemática em Espanha no século XIX, L. Saraiva afirma:

(...) It would be interesting to compare the panorama of publication of the Portuguese Academy in the 19th century with that of its Spanish counterpart, but as far as I know through Spanish and Argentinean colleagues and from reading research papers, there is no published study of the Spanish situation, only studies of particular non-Academy journals, such as the *Periodico Mensual de Ciencias Matemáticas y Físicas* and *El Progreso Matematico*. (...) (Saraiva, 2008, p. 320)

Apesar disso, faz uma análise detalhada dos trabalhos de Eduardo Ortiz, Mariano Hormigón²², Julio Rey Pastor²³ e Ernesto García Camarero, concluindo que a situação espanhola era semelhante à portuguesa.

(...) the Spanish mathematician Julio Rey Pastor (1888–1962) sets out to debate what Spain's attitude toward science should be [...] His analysis shows that the path of Spanish mathematics in the 19th century was in many ways similar to Portugal's, although there was no significant contact between mathematicians of the two countries before the last quarter of the century. As in Portugal, and for similar reasons, the first half of the century had produced little mathematics in Spain (...) (Saraiva, 2008, p. 320)

Ambos os países, Portugal e Espanha, tiveram projetos interessantes no século XVIII que poderiam ter tido um futuro muito promissor (em Espanha isto refere-se aos matemáticos espanhóis que atuavam não só em Espanha, mas em França, em Inglaterra e na Rússia, podendo desenvolver contactos tão preciosos para interligar a matemática espanhola com outros países), trazendo inúmeras vantagens para o país, mas, infelizmente,

²² Mariano Hormigón Blázquez (1946 - 2004) - matemático e historiador espanhol especializado em História da Ciência.

²³ Julio Rey Pastor (1888 — 1962) - matemático e historiador da ciência espanhol.

devido à instabilidade política, estas iniciativas não tiveram continuação.

Num capítulo do livro *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development* (Dauben, et al., 2002), L. Saraiva descreve o desenvolvimento da historiografia da matemática em Portugal. Menciona aí, como autores importantes do século XIX, F. B. Garção Stockler (1759-1829), F. Castro Freire (1811-1884), F. Gomes Teixeira, R. F. Guimarães e P. J. da Cunha (1867-1945), cujas contribuições enquadra na situação económica, política e científica do país durante este período. Consta no entanto que:

(...) There has never been a school of history of mathematics in Portugal. Works on the history of mathematics have come rather from isolated researchers working with specific goals determined by individual circumstances. In particular, five mathematicians – Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829), Francisco de Castro Freire (1811-1884), Francisco Gomes Teixeira (1851-1933), Rodolfo Ferreira Dias Guimarães (1866-1918), and Pedro José da Cunha (1867-1945) – authored works that served to define a strand of interest in the history of mathematics in Portugal from the late 18th through the 20th centuries (...) (Saraiva, 2002), p. 241)

relevando o papel de Gomes Teixeira.

(...) Only Gomes Teixeira pursued the history of mathematics independently of external events, and in a more careful and considered way. The time and thought that went into his ideas are clearly reflected in his texts, which demonstrate the value of combining the understanding of a good mathematician with an equally good sense of history. (...) (Saraiva, 2002, p. 247)

Um outro trabalho digno de nota é *A Survey of Portuguese Mathematics in the Nineteenth Century* (Saraiva, 2000), no qual o autor descreve o estado do desenvolvimento do ensino e da ciência em Portugal no século XIX, incluindo uma descrição da reforma educativa de 1836, bem como uma análise do papel da Academia de Ciências de Lisboa na vida científica do país.

(...) Only after the liberal uprising of September 1836 the conditions were created for these two initiatives to be put into practice. There were many changes introduced in the curriculum at Secondary and University levels. Profound changes took place in the former, as this was the top

priority of the Liberal Government: Lyceums were to be built in all district capitals where they did not already exist, and a detailed programme of studies was to be taught there, including Humanities (Literature, History and Geography), Languages (French, English or German) and Sciences (Algebra, Geometry, Physics, Chemistry, Natural History. etc.), besides the traditional Classical Languages, Rhetoric and Philosophy. This plan, which brought mathematics to a much wider audience, met with considerable opposition: in 1844, it suffered a setback, when Sciences were taken out of the curriculum and languages were only maintained in the main cities. Only sixteen years later was the original reform restored, although in a more moderate way. The Military Academies were either restructured or transformed into Polytechnic Schools, centralizing the study of subjects that had until then been taught in separate places: the Army School and the Polytechnic School, both in Lisbon, and the Polytechnic Academy of Oporto, all in 1837: and later, in 1845, the Navy School in Lisbon.(...) (Saraiva, 2000, p. 308)

Menciona-se igualmente o papel de Gomes Teixeira na vida científica do país e a influência do seu *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, que se transformou numa janela para o mundo científico da Europa.

(...) In 1877, he founded the *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* in Coimbra, which was issued regularly until 1905. Here Portuguese and non-Portuguese mathematicians published their papers, thus marking the end of a long period of isolation for Portuguese Mathematics. It was intended that besides research papers, there would be a section for secondary level mathematics, where, it was hoped, secondary school teachers might contribute. However, this experiment was unsuccessful and was soon abandoned. (...) (Saraiva, 2000, p. 313).

Relativamente ao contributo de Gomes Teixeira para a educação, o autor refere o *Curso de Analyse Infinitesimal* que foi um dos primeiros manuais de Análise Matemática escrito em português e dirigido ao ensino superior.

(...) The following year the reorganization of the Academy's courses meant that he had to teach the Course of Differential and Integral Calculus. He then started the publication of his *Curso de Análise Infinitesimal (Course of Infinitesimal Analysis)*, where he showed he was aware of the research in this field that was then being done in Europe. Consequently, it was he who introduced the new analysis concepts into Portuguese higher studies. The Course was completed by 1892, and its writing emphasizes an important aspect of Gomes Teixeira's work: for him research and teaching

were profoundly interconnected activities. (...) (Saraiva, 2000, p. 313).

Os trabalhos de L. Saraiva na área da História de Matemática apresentam um panorama geral do estado de desenvolvimento da matemática em Portugal nos séculos XVIII e XIX, enquadrando-o no contexto socio-económico do país.

Os números apresentados no artigo (Saraiva, 2008) sobre as *Memórias da Academia de Lisboa* dão uma visão sobre a quantidade de trabalhos matemáticos produzidos em Portugal, na época em que as *Memórias* eram praticamente a única revista portuguesa onde se publicava sobre matemática. No nosso trabalho tentamos estender esta análise quantitativa a um período mais alargado, cobrindo todas as revistas nacionais que posteriormente surgiram.

Na medida em que retratam Gomes Teixeira como pessoa que compreendeu a importância da internacionalização da matemática portuguesa, os trabalhos de L. Saraiva acima referidos contribuem para reforçar a nossa convicção sobre a relevância do tema da presente dissertação.

1.4 A situação da comunidade matemática na Península Ibérica no século XIX segundo E. Ortiz

Os artigos de Eduardo Ortiz intitulados *The nineteenth-century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery* (Ortiz, 1996) e *Spain, Portugal and Ibero-America, 1780-1930*, (Ortiz, 1994) analisam as interligações entre a comunidade matemática da Península Ibérica e o resto do mundo:

(...) In Portugal, the university played a more definite role in the development of mathematics than in Spain. At Coimbra University, two Portuguese mathematicians, José Monteiro da Rocha and Anastacio da Cunha, were responsible for the revitalization of the exact sciences (Guimarães 1909, Ferraz et. al. 1990). The first of these was a Jesuit priest, and the second a follower of the philosophes. Their divergent views reflected the tensions of contemporary Portuguese society. (...) (Ortiz, 1994, p. 1505)

Ortiz faz uma análise comparativa da matemática em Espanha e Portugal dividindo o século XIX em três períodos, analisando em cada um destes períodos o intercâmbio matemático entre os dois países e a comunidade matemática internacional (Saraiva, 2008, p. 320).

O primeiro período refere-se às matemáticas usadas para problemas de geografia e navegação e vai desde o fim do século XVIII e até cerca de 1820.

(...) The first of these encounters revolves around the mathematics needed by the Peninsula to deal with problems of geography and navigation, and covers a period which goes from the late eighteenth century to roughly 1820. In my view this is a particularly interesting period, perhaps, in relative terms, the most fruitful from the point of view of exchanges in the exact sciences in the entire modern history of the Iberian countries. The exchanges were so successful that a new phenomenon appeared in this period, that was only sporadically present in later encounters: the counter-flow of mathematical activity from the periphery to the centre. (...) (Ortiz, 1996), p. 323).

O segundo período corresponde à altura em que a Península Ibérica começou a ter um papel ativo no comércio internacional e em que o conhecimento matemático passou a ser indispensável para o estabelecimento de centros de formação profissional para novas profissões, nomeadamente na área das engenharias.

(...) The second encounter took place after the beginning of the second half of the nineteenth century and is related to the transmission of mathematical knowledge required in the Iberian countries to establish local centres for training in the new professions, particularly in engineering. It corresponds to a time when these countries began to be more closely involved in the world of international business. (...) (Ortiz, 1996), p. 323).

O terceiro período consiste nas duas últimas décadas do século XIX e início do século XX, até a Primeira Guerra Mundial, e corresponde a uma época de maior consolidação da influência das ciências e tecnologias na sociedade.

(...) Finally, the third period considered here is one in which professional engineering is already consolidated, to a point that graduates from these schools had already made an impact, not only in

their specific profession, but also in high positions of government. This was because their special knowledge of some technical aspects of technology, banking or industry enabled them to give advice on decisions which had a national interest.

This third period started in the last two decades of the century and goes roughly up to the beginning of the First World War. (...) (Ortiz, 1996), p. 323).

Ortiz debruça-se sobre os contactos internacionais dos matemáticos e a modernização do ensino de matemática.

(...) Pure mathematics began to develop as a research area also in Portugal from the 1870s through Francisco Gomes Teixeira, a formidable force of change in the Peninsula. In him the Portuguese classical analytical tradition reached its highest point. His comprehensive treatise on curves was translated and reprinted in several countries. He created the first exclusively mathematical and astronomical journal in Portugal, *Jornal de Ciências Matemáticas y Astronómicas*, in 1877 (...) (Ortiz, 1994, p. 1508).

Em particular, no artigo *The nineteenth-century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery* (Ortiz, 1996), são analisadas as revistas matemáticas portuguesas e espanholas, bem como a correspondência trocada entre os matemáticos destes países e o resto da comunidade matemática internacional.

(...) The success of these journals prompted imitation on the Iberian periphery. Similar journals began to appear in Portugal, Argentina and Spain; they were produced in vernacular languages. The group of mathematicians who contributed to the development of these journals believed that the advances in university education they promoted would eventually place their countries in a more competitive position. As such, in a period of intense change, some of them were perceived by their contemporaries as genuine reformers. (...) (Ortiz, 1996, p. 324).

O artigo descreve alguns aspetos interessantes da correspondência entre os matemáticos de países da periferia ibérica e os dos países avançados, referindo que, embora grande parte desta correspondência fosse trocada entre matemáticos de nível intermédio de ambos os lados, uma pequena parte envolvia matemáticos de nível mais

avançado, que se dedicavam à investigação. Gomes Teixeira pertenceu ao último grupo:

(...) The bulk of the correspondence is between intermediate mathematicians of both sides. There is however, a small proportion of correspondence, which involves advanced research mathematicians from the center. The latter has two components; the first relates intermediate mathematicians of the periphery with leading European (and also American) mathematicians. This crossed correspondence, almost without exception, involves one of the eminent research mathematicians who actively supported the intermediate mathematics movement in their own country: Hermite, Peano, Cesaro and others already mentioned. The second component is correspondence between the few research mathematicians from the periphery and research mathematicians from advanced communities; this is fully research oriented. The correspondence of Balbin in Argentina, of Torres Quevedo and Ventura Reyes y Prosper in Spain, and of Gomes Teixeira in Portugal are the main examples. (...) (Ortiz, 1996, p. 340).

Entretanto Ortiz refere o exemplo de Gomes Teixeira como um matemático que se correspondia da forma igualmente ativa quer com os matemáticos de países vizinhos menos avançados, quer com os países mais avançados. Salienta também a natureza distinta da correspondência entre os países periféricos e os países avançados, afirmando que os membros de países mais avançados tinham a tendência para a troca de correspondência de cariz mais pessoal quando se tratava de comunicações com os países periféricos, permitindo avaliar, desta forma, alguns detalhes da vida pessoal dos cientistas ou mesmo as suas opiniões políticas.

Entretanto a nossa análise da correspondência de Gomes Teixeira com os cientistas de outros países, independentemente do seu grau de desenvolvimento científico, não confirmou este ponto de vista, sendo que as cartas eram sempre focadas em assuntos matemáticos, ou organizacionais. Todo o estilo, o conteúdo e a intensidade da correspondência de Gomes Teixeira com os matemáticos da Europa daquela época (Ch. Hermite, M. Lerch, A. Gutzmer, M. Mittag-Leffler e outros)²⁴ permitem afirmar que as

²⁴ Charles Hermite (1822 - 1901) - matemático francês, treinou uma geração de ilustres matemáticos franceses, entre os quais Émile Picard, Gaston Darboux, Paul Appell, Émile Borel, Paul Painlevé e Henri Poincaré.

Magnus Gösta Mittag-Leffler (1846—1927) - matemático sueco, fundou em 1882 o periódico matemático *Acta Mathematica*.

Mathias Lerch (1860—1922) - matemático checo, publicou mais de 250 artigos, a maioria sobre Análise Matemática e Teoria dos Números.

August Gutzmer (1860-1924) - matemático alemão. Publicou os seus primeiros trabalhos no *Jornal de Teixeira*. (Malonek

relações entre eles eram de igualdade; na sociedade intelectual estabeleceram-se regras de relacionamento, independentes de estatuto geográfico e económico de país de onde eram provenientes os matemáticos (Alves, 2005) (Vilhena, 1936). Toda a correspondência e relações eram condicionadas pela significância intelectual, valor científico e o conteúdo e jamais eram influenciados pelas relações entre o centro e a periferia. O nível científico e intelectual das relações de Gomes Teixeira com os seus colegas da comunidade matemática da Europa, bem como os métodos e o estilo da resolução das questões e problemas que surgiam, mostram que não existia desigualdade nas comunicações entre o centro e a periferia.

1.5 Gomes Teixeira na obra de G. Alves

A dissertação de doutoramento de Graça Alves *Francisco Gomes Teixeira: o homem, o cientista, o pedagogo*, (Alves, 2012), que se dedicou ao estudo da vida e da obra de Gomes Teixeira, surpreende-nos pela sua abundância em detalhes curiosos e documentos. Neste trabalho, estudou-se pormenorizadamente toda a vida familiar e científica de Gomes Teixeira, analisando os documentos dos arquivos das Universidades de Lisboa, Coimbra e Porto. Para o efeito, a autora encontrou-se igualmente com os netos de Gomes Teixeira, escrevendo:

(...) Gomes Teixeira deslocava-se ao estrangeiro, com assiduidade, mas, como a sua mulher não gostava de viajar, muitas vezes acompanhavam-no as duas filhas mais velhas, facto que dá relevo à relação que tinha com a família. Os netos lembram-se de ouvir a mãe dizer que o seu pai era muito considerado no estrangeiro, sempre tratado com muita deferência e honras de pessoa importante. Dos encontros, que tivemos com os netos de Gomes Teixeira, registámos algumas das suas recordações, que nos parecem poder fazer compreender, um pouco, a sua personalidade, enquanto chefe de família. É com muito carinho, que os netos recordam o modo de viver do avô e os momentos passados juntos. Eles afirmam:

[...] ao fim do dia, vinha cedo para casa, fazia um jantar frugal, deitava-se e levantava-se cedo, lia e escrevia muito, andava muito a pé. Na Universidade, passava o dia, pois era aí que preparava as actividades lectivas [...].

Não se recordam do avô receber alunos em casa, mas lembram-se de que Gomes Teixeira recebia muita correspondência. O Sr. Dr. Meira, por ser o mais velho, tem recordações mais vivas. Diziamos:

O meu avô gostava imenso de andar a pé. Eu vivia, em casa dele, em Costa Cabral, e, depois de ele já não estar ao serviço, íamos a pé, todas as tardes, até à Universidade. O meu avô levantava-se e deitava-se cedo [...]; gostava de música; ia à ópera [...]; lia sermões e assistia às cerimónias da Semana Santa, quando ia a Guimarães [...].

Tinha uma biblioteca pessoal muito importante, com livros de conteúdos muito variados. (...) (Alves, 2012), cap. 1, p. 12).

Continuando, a autora escreve:

(...) Ora os netos afirmaram: O nosso avô era profundamente religioso mas não era praticante. Tinha uma profunda admiração pelos franciscanos. Não gostava dos jesuítas. Recordo-me de ir com o meu avô à rua dos Bragas ao convento dos franciscanos e aí ficarmos longo tempo (...) (Alves, 2012), cap. 1, p. 76).

O trabalho da Graça Alves refere-se aos inúmeros documentos em arquivos relativos a vida de Gomes Teixeira, nomeadamente cartas, diplomas, artigos e livros, bem como documentos usados nos seus trabalhos.

Tendo-se baseado igualmente nos trabalhos existente sobre Gomes Teixeira escritos por Rodolfo Guimarães *Biografia de Francisco Gomes Teixeira* (Guimarães, 1914) e Henrique de Vilhena²⁵ *O Professor Doutor Francisco Gomes Teixeira* (Vilhena, 1936) (únicos biógrafos do Gomes Teixeira que foram seus contemporâneos), G. Alves conseguiu apresentar-nos em grande detalhe a vida do Gomes Teixeira, apresentando a imagem de um brilhante pedagogo e cientista. Um dos capítulos da dissertação dedica-se exclusivamente ao *Curso de Analyse Infinitesimal*. Outro capítulo é dedicado ao papel de Gomes Teixeira como brilhante organizador do jornal que tentou unir os matemáticos portugueses:

²⁵ Henrique Jardim de Vilhena (1879-1958) - professor de Faculdade de Medicina da Universidade de Lisboa, Reitor da Universidade de Coimbra (1925-1926)

(...) Gomes Teixeira compreendeu que, para quebrar este isolamento científico, era necessário publicar, em revistas estrangeiras, os trabalhos produzidos por matemáticos portugueses e divulgar, em Portugal, a investigação, que se desenvolvia, nos outros países. (...) (Alves, 2012), cap. 2, p. 153).

Além disso, a autora descreve Gomes Teixeira como cientista que se dedicava aos diversos assuntos da matemática. Encontram-se na sua dissertação um grande número de tabelas e referências aos trabalhos do Gomes Teixeira sobre a geometria, nomeadamente aos seus trabalhos sobre as curvas, acompanhados por referências históricas.

Posteriormente à morte de Graça Alves, em 2012, foi editado pela Universidade do Porto um livro, baseado na sua dissertação, intitulado *Francisco Gomes Teixeira o homem, o cientista, o pedagogo*.

Enquanto a investigação histórica sistemática sobre a vida e obra de Gomes Teixeira até agora se dedicou intensivamente ao estudo biográfico e bibliográfico (Guimarães, 1914) (Vilhena, 1936) (Alves, 2004) bem como ao seu contributo como autor de manuais, o nosso trabalho será um contributo para o reconhecimento nacional e internacional do papel de Gomes Teixeira baseado na análise científica detalhada da sua obra como matemático e organizador da vida científica em Portugal no final do Século XIX e início do Século XX. Por outro lado, o estabelecimento de comunidades matemáticas é um processo que ainda está muito pouco estudado. A análise das atividades de Gomes Teixeira e a sua comparação com as atividades desenvolvidas nos outros países, serve de exemplo interessante sobre a internacionalização da matemática num país, inicialmente pouco exposto e fechado em termos de divulgação científica, mas que, pouco a pouco, ganha o peso e o respeito da comunidade matemática através da sua influência.

Capítulo 2. Vida e obra de Francisco Gomes Teixeira – breve panorâmica

“A matemática é uma ciência poderosa e bela; problemiza ao mesmo tempo a harmonia divina do universo e a grandeza do espírito humano.”

F. G. Teixeira

2.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma breve panorâmica da vida e vasta obra de Francisco Gomes Teixeira. Apesar de, na sua maioria, estes aspetos já terem sido amplamente estudados por outros autores, não podíamos deixar de os referir no presente trabalho, de modo a torná-lo um documento tanto quanto possível completo e autónomo. Tentamos ainda incluir alguns factos até agora desconhecidos.

Podemos dividir a atividade de Gomes Teixeira em quatro linhas principais. Primeiro, entrou para a história como o fundador da primeira revista matemática portuguesa com impacto comparável ao de outras revistas internacionais da época: o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* que se publicou entre 1877 e 1905. Segundo, é conhecido como pedagogo talentoso, que escreveu, no final do século XIX, um livro de análise matemática, que ainda permanece atual nos dias de hoje, onde integrou os resultados matemáticos mais recentes daquela altura. Terceiro, como matemático, trouxe para a Península Ibérica um contributo importante para o desenvolvimento da análise matemática,

da geometria e da história de matemática. Finalmente, em quarto lugar, participou ativamente em reformas culturais e políticas em Portugal, no último quarto do século XIX, tendo sido mais tarde nomeado primeiro reitor da Universidade do Porto, aquando da sua fundação em 1911.

2.2 Ascendência familiar e formação científica

Antes de descrever alguns aspetos da biografia de Gomes Teixeira e de analisar a sua obra científica, focaremos a nossa atenção nas suas raízes familiares. Variados fatores, tais como ambiente familiar, político, tendências da época, meio social, influenciam o desenvolvimento da personalidade e o percurso de um ser humano. Em inúmeros casos, pessoas brilhantes só se tornavam reconhecidas após a sua morte, devido à falta de apoios, subsídios ou outras razões. Este não foi o caso de Gomes Teixeira, que já desde muito jovem conseguiu a realização de projetos muito ambiciosos, que seriam difíceis de alcançar sem os devidos apoios. Questionamo-nos sobre a razão deste sucesso recorrente em variadas iniciativas durante a sua vida, como, por exemplo, a edição do seu próprio jornal de matemática, a edição da sua obra a custas do estado e outros acontecimentos que poderíamos classificar como invulgares e sem precedentes. Uma reflexão sobre estas perguntas encontra-se também na dissertação de Graça Alves. Citamos, em particular:

(...) This handsome volume, published by Professor Teixeira at the instance of the Portuguese [sic] Gouvernement [sic] contains the first instabelment [sic] of the many memoirs and notes of the author, witch [sic] until now haven [sic] been scattered throughout the pages of mathematical journals of French, Spanish, Italian and German, the greater number being in first named language. They deal with both analytical and geometrical subjects, and include what we believe is the best piece of work the author as done - his reearches [sic] on the development of functions [sic] in the series, wich [sic] have appeared at intervals during the last seven or eight years. Other interesting [sic] articles treat of curves parallel to the ellipse, the equipotential curve, Descartes's ovals, Pascal's limaçon, and the convergence of formulae [sic] of interpolation. Many indeed are the claims on the Treasury of this country, but in our wildest dreams, we have never thought of asking the Gouvernement [sic] of the day to publish oven the collected works of a Cayley, a Silvester or a Stockes. (...) (Notícia sobre as “Obras sobre Mathematica” (tomo I) publicada por Greenstreet na Mathematical Gazette (London, vol. III, 1904).) (Alves, 2004).

Por um lado, a análise da vida e obra comprova que Gomes Teixeira era uma personalidade que correspondia às tendências da sua época e, por vontade do destino, conseguiu estar no lugar certo e à hora certa. Também destacamos a sua enorme produtividade e vontade de promover a ciência portuguesa para além fronteiras. Sem dúvida que as pessoas que confiaram em Gomes Teixeira esta difícil tarefa escolheram a pessoa certa, que conseguiu elevar o nível da matemática em Portugal para mais altos patamares e estabelecer contactos, obtendo reconhecimento no estrangeiro. Entretanto, notamos a existência, ao longo da sua vida, de um elemento catalisador que o ajudou de forma perfeita em diversas iniciativas. Numa tentativa de explicar as causas desta situação, que, à primeira vista, parecia uma convergência do destino, que favorecia este homem e cientista, investigamos a descendência de Gomes Teixeira. Foi com grande surpresa, que encontramos no volume I do *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences* (Ben-Menahem, 2009, pp. 814-815)²⁶ a seguinte lista, que inclui o nome do matemático Gomes Teixeira.

The Portuguese Marrano family Teixeira (also known by the name Teixeira de Mattos or Teixeira de Sampaio) became noted in Western Europe and Brazil during the past four centuries for their philanthropy as well as their financial, diplomatic and scientific achievements:

Benito Teixeira (ca 1545–1600) was an author and martyr. He lived in Brazil for 30 years and described his travels in books. The Inquisition arrested him in Bahia, sent him to Lisbon where he was burned at the Stake.

Pedro Teixeira (1570–1650) became one of the greatest explorers of the 17th century, and reverted to Judaism in Antwerp.

Diego Teixeira **Sampaio** (Avraham Senior Teixeira, 1581–1666) became the diplomatic representative of Queen Christina (of Sweden) in Hamburg. He left Portugal (1643) and openly acknowledged Judaism (1647).

His son **Manuel** Teixeira (Itzhak Hayyim Senior Teixeira, 1625–1705) continued the diplomatic and financial career of his father and became the leader of the Spanish–Portuguese community in Amsterdam. In the 18th century we find members of his family as educators, writers, statesmen and scientists in Brazil, Italy, Holland, England, Austria and Germany. Among them: **Gomes** Teixeira (1860–1941) was the president of Portugal (1923–1925); the poet and writer **Teixeira de Pascoais**²¹³ (1877–1952); the mathematician **F.G. Teixeira** who extended B rman’s theorem (1900); **An sio Sp nola** Teixeira, a Brazilian educator; **Mario Teixeira de Carvalho** (b. 1906), a Brazilian physician and writer.

²¹² His son **Benedict** (1597–1684), also a physician at Hamburg, became the personal physician of Queen **Christina** of Sweden.

²¹³ Pseud. of Joaquim Pereira de Vasconcelos

Ilustração 2 – Extrato da *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences*, capítulo *Science Progress Report Não 5, The Marranos"- Or how Portugal and Spain sank back into the Middle Ages (1498-1615)*, relatando as raízes do Gomes Teixeira.

²⁶ Ari Ben-Menahem nasceu em Ber lin em 1928, professor de Geofísica no Weizmann Institute of Science, Israel, tem mais de 140 artigos de investigação em física matemática, geofísica, matemática aplicada e sismologia. A *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences* foi publicada em 2009, em 6 volumes, na Springer. No entanto esta obra não tem sido referida nos meios especializados em H st ria da Matemática, o que, de certo modo, põe em causa a sua credibilidade.

Repara-se que esta lista é composta por nomes de famílias, que contêm “Teixeira” como uma parte do seu nome. Entre eles se encontram várias pessoas com o nome “Gomes Teixeira”, mas também pessoas com o nome “Teixeira Gomes”, como é o caso de Manuel Teixeira Gomes²⁷ (erradamente referido na lista como Gomes Teixeira). Uma comparação dos nomes mencionados na lista com os do *Dicionário Histórico de Sefarditas Portugueses* (Marques de Almeida, 2010) confirma a existência das individualidade referidas na lista até Diego Teixeira Sampayo, mas não foi possível confirmar a veracidade da restante informação. Assim fica em aberto a questão se Francisco Gomes Teixeira era realmente descendente desta figura histórica ou não.

2.3 Episódios da vida profissional

Comecemos uma breve descrição da vida de Gomes Teixeira com alguns factos já bem conhecidos. Neste trabalho foi utilizada a biografia de Gomes Teixeira elaborada por Rodolfo Guimarães em 1914 (Guimarães, 1914), a biografia escrita em 1936 por Henrique de Vilhena (Vilhena, 1936), a tese de dissertação de Graça Alves sobre Gomes Teixeira como matemático (Alves, 2004) e a foto-biográfico da autoria de Natália Bebiano da Providência (Providência, 2011). Foram igualmente utilizados documentos e a correspondência de Gomes Teixeira que se encontram nos arquivos das universidades de Coimbra, Porto e Lisboa, assim como materiais relacionados com a sua terra natal, onde se encontra sepultado.

Francisco Gomes Teixeira nasceu a 28 de Janeiro de 1851 em São Cosmado, distrito de Viseu, numa família de comerciantes. Seu pai, Manuel Gomes Teixeira, e sua mãe, Maria Madalena Machado, tiveram três filhos e uma filha: Francisco, Pedro (que se tornou engenheiro militar e se interessava pela matemática), Sebastião (que foi comerciante como o pai) e Victória Carolina.

²⁷ Manuel Teixeira Gomes – embaixador em Londres (1911-1917) e presidente da República Portuguesa (1923-1925).



Ilustração 3 – Casa onde nasceu Gomes Teixeira em São Cosmado (fotografia da autora)



Ilustração 4 – Placa colocada na casa onde nasceu Gomes Teixeira na vila de São Cosmado. (fotografia da autora)

Francisco recebeu as primeiras lições da fé e moral católica em casa, ainda antes de ingressar na escola. Começou por frequentar a escola primária de São Cosmado (que atualmente tem o seu nome) (Alves, 2004). O pai de Gomes Teixeira planeava para ele uma carreira eclesiástica ou na área do direito. Por isso, enviou o seu filho para Lamego, para continuar os seus estudos no *Colégio do Padre Roseira*²⁸. Aí Gomes Teixeira viveu em casa do seu familiar, o doutor Francisco Maria de Carvalho que, para além da sua profissão, a medicina, dedicava os seus tempos livres ao estudo da matemática (especialmente da geometria) (Vilhena, 1936). Como destacam os seus biógrafos (Guimarães, 1914) (Vilhena, 1936), isto teve um papel decisivo na escolha da futura profissão do jovem Gomes Teixeira. Para além das disciplinas obrigatórias da escola (a teologia, as línguas, a história e a literatura), todo o seu tempo livre era dedicado ao estudo da matemática. O nível de educação no *Colégio do Padre Roseira* era insuficiente para o ingresso na Universidade, por isso Gomes Teixeira frequentou paralelamente o *Colégio de São Bento* em Coimbra. No entanto, a descrição deste período não é feita detalhadamente pelos biógrafos. O próximo acontecimento importante da vida de Gomes Teixeira foi a sua admissão na Universidade de Coimbra como aluno voluntário na Faculdade de Matemática em Outubro de 1869 (Alves, 2004) (Providência, 2011).

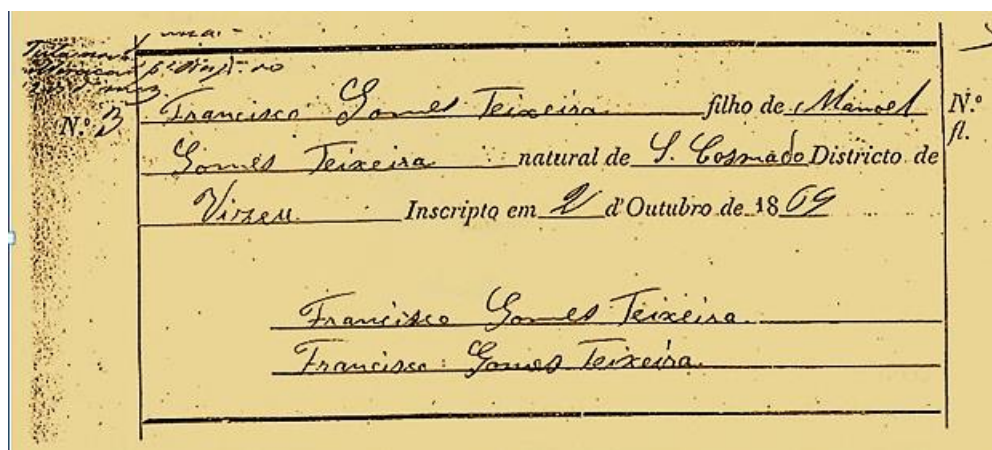


Ilustração 5 - Certidão da inscrição de Gomes Teixeira como aluno voluntário do primeiro ano da Faculdade de Mathematica, (Alves, 2004)

²⁸ Este colégio existe atualmente e tem uma página na internet. <http://www.colegiodelamego.edu.pt>

Desta forma, em vez de enveredar pela teologia ou pelo direito, Gomes Teixeira optou pela matemática, o que não fazia parte dos planos iniciais da família.

No segundo ano de estudos, em 1870, depois da realização de exames do primeiro ano Gomes Teixeira mudou de estatuto de aluno voluntário para o aluno ordinário (Guimarães, 1914) (Vilhena, 1936).

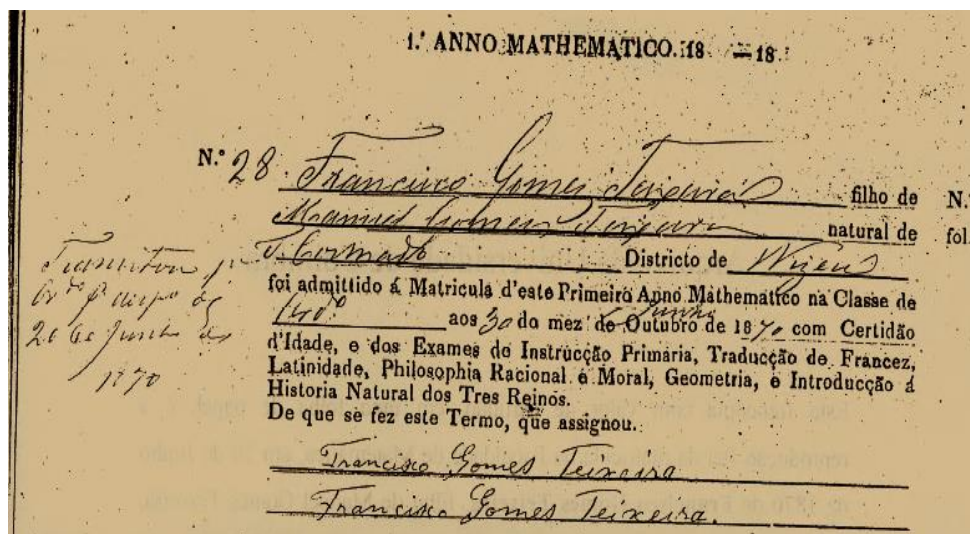


Ilustração 6 - Certidão de matrícula de Gomes Teixeira no primeiro ano do curso de matemática, como aluno ordinário, (Alves, 2004)

Rodolfo Guimarães, o seu primeiro biógrafo, que conheceu Gomes Teixeira pessoalmente, apresentou a seguinte cronologia (Guimarães, 1914): em Julho de 1874, Gomes Teixeira obteve o grau de Bacharelato; em Janeiro de 1875, fez o exame para a obtenção do grau de licenciado; em Julho do mesmo ano obteve o grau de doutor com a dissertação (Teixeira, 1875). Estes factos foram também referidos por outros autores como Graça Alves (Alves, 2004) e Natália Bebiano (Providência, 2011), tendo sido confirmados por nós próprios através dos documentos apresentados no Anexo B (pp. 441-443).



Ilustração 7 - Retrato de Gomes Teixeira nos seus tempos de estudante.

As circunstâncias da atribuição do grau de doutor a Gomes Teixiera são explicadas por Graça Alves:

(...) Segundo a Doutora Ana Maria Bandeira, em funções no Arquivo da Universidade de Coimbra, as informações finais dos alunos eram dadas, no final de cada ano lectivo. Como o exame de Licenciado e o Doutoramento foram realizados, no mesmo ano lectivo, a informação final é a informação do maior grau. Por esta razão, Gomes Teixeira não teve classificação, no seu exame de Licenciado, ficando apenas com a classificação do Doutoramento, que foi, como vimos, *Muito Bom* com vinte valores. (...) (Alves, 2004), cap. 1, p. 37).

Já durante o seu estudo universitário Gomes Teixeira recebia os prémios anuais pelos seus trabalhos apresentados para diferentes concursos internos. No ano 1871, sendo ainda aluno da Universidade de Coimbra, Gomes Teixeira escreveu um trabalho *Desenvolvimento das funções em fracção continua* (Teixeira, 1871), que foi publicada na Imprensa da Universidade de Coimbra. Sobre este trabalho, diz Gonçalo Xavier de Almeida Garret (1841-1925):

(...) ainda no meio da sua carreira academica, uma creança, já tinha escripto uma memoria de notavel valor scientifico, já tinha enriquecido a analyse mathematica com uma importante descoberta (...) (Garret, 1900, p. 6)

Em 1872, continuando as suas investigações, Gomes Teixeira escreveu a memória intitulada *Applicação das fracções contínuas à determinação das raízes das equações*, que chamou a atenção de um dos mais conhecidos matemáticos portugueses, Daniel da Silva²⁹ que, em 1 de maio de 1872, apresentou este trabalho numa sessão da *Academia Real de Sciencias de Lisboa*³⁰ e conseguiu a sua publicação no *Jornal das Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes*, (nº 14, vol. 4) (Teixeira, 1873, pp. 89-94), tendo desde então apoiado o jovem matemático:

(...) Na minha **memoria** sobre o *Desenvolvimento das funcções em fracção continua* (Coimbra, 1871) fiz applicação d'estas fracções á determinação das raízes des equações, e notei que por este processo se obtinham resultados mais convergentes do que pelos methodos de Newton e Lagrange. Esta propriedade que tem certas fracções continuas de dar resultados mais convergentes do que as series, foi reconhecida pela primeira vez por Euler, que d'ella se aproveitou para transformar em convergentes algumas series divergentes. Além d'esta, as fracções continuas tem a vantagem sobre as series de serem sempre finitas, quando as funcções não são irrationaes.

É n'estas duas propriedades que me fundei para fazer applicação das fracções continuas á determinação das raízes das equações.

Proponho-me na presente nota acrescentar alguma coisa ao que na **memoria** citada escrevi sobre esta applicação. (...) (Teixeira, 1873)

²⁹ Daniel Augusto da Silva (1814 — 1878) - matemático e oficial da Marinha portuguesa. Segundo Gomes Teixeira, foi Daniel da Silva quem primeiro criou um método para resolver os sistemas de congruências lineares — honra que tem sido indevidamente atribuída ao aritmético inglês H. J. S. Smith (1826-1883), que só em 1861 se ocupou deste assunto; foi também ele quem primeiro fez o estudo geral das congruências binômiais.

³⁰ Antiga designação da Academia de Ciências de Lisboa.

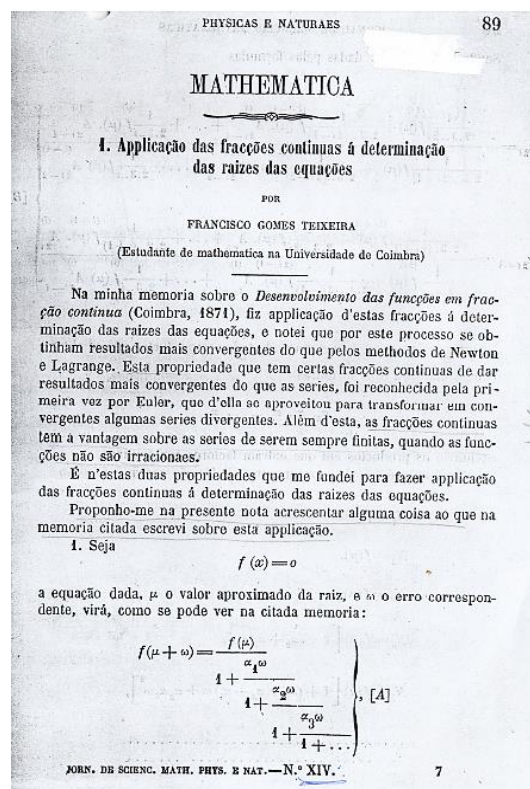


Ilustração 8 - Primeira página do artigo *Applicações das fracções continuas á determinação das raizes das equações*, publicado em 1873 no *Jornal das Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes*, (nº 14, vol. 4).

A excelência do trabalho de Gomes Teixeira explica a rápida obtenção do grau de doutor, apenas seis meses após a conclusão da sua licenciatura. Logo no ano após a obtenção do grau de doutor, Gomes Teixeira foi eleito sócio correspondente da *Academia Real das Sciencias de Lisboa*. No mesmo ano, 1876, Gomes Teixeira começou a substituir os professores temporariamente indisponíveis na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra.

Os seus biógrafos dão informação muito escassa sobre os aspetos da sua vida quotidiana durante este período. No entanto existem algumas informações que esclarecem a vida de Gomes Teixeira para além do seu trabalho como matemático. Um destes momentos é a sua primeira viagem aos Alpes em 1876 e a sua participação em passeios pelos caminhos da montanha (Vilhena, 1936). Os detalhes desta viagem não são conhecidos, mas a paixão do Gomes Teixeira pelas montanhas acompanha-o durante toda a sua vida. No fim da sua vida decidiu escrever um livro sobre a sua paixão, *Santuários de Montanha*, (Teixeira, 1926), em que tentou exprimir e comparar o seu amor pela

matemática e pelas montanhas numa forma superior e um pouco mística³¹.

Em 1877, como conta H. Vilhena (1936), Gomes Teixeira, acompanhado pelo seu irmão Pedro, faz uma viagem pelo Mediterrâneo visitando a Espanha, Marrocos, Malta e Itália (fazendo novamente passeios pelo Vesúvio, Etna e Alpes). Esta viagem é também descrita no seu livro *Santuários de Montanha*.

O ano 1877 foi determinante na vida de Gomes Teixeira. Com apoios académicos e governamentais, cria em Portugal, neste ano, a primeira revista matemática internacional, *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. Um testemunho sobre o aparecimento desta revista é apresentado no livro (Vilhena, 1936), onde se menciona que o despacho sobre o financiamento do *Jornal* foi assinado pelo ministro real Luciano de Castro³².

(...) Em 1876 eleito sócio correspondente desta Academia – assim apenas com vinte e cinco anos, - e nomeado professor substituto da Faculdade de Matemática, logo prepara acontecimento hoje notável na história das matemáticas no nosso País, a fundação, em 1877, do “Jornal de Ciências matemáticas e astronómicas”. José Luciano de Castro, pelo tempo ministro do Reino, dá a esta iniciativa o necessário auxillio oficial. Honra lhe seja preiteada neste momento! (...) (Vilhena, 1936), p. 15).

Na *Acta da Congregação do Conselho da Faculdade de Mathematica*, de 18 de Abril de 1904, pode ler-se o seguinte³³:

(...) Que dirija ao Conselheiro Luciano de Castro seus agradecimentos pela distinção com que, sendo ministro do Reino em 1879, considerou o mesmo nosso colega Doutor Gomes Teixeira, determinando que na imprensa da Universidade e gratuitamente fosse composto e impresso, como tem sido até hoje, o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, dirigido e publicado pelo mesmo benemérito professor. (...) (Biblioteca da Universidade de Coimbra, *Livro de Actas das Congregações da Faculdade de Mathematica*, aberto em 27.09.1886).

³¹ Os alpinistas portugueses atuais escrevem na sua página da internet que consideram Gomes Teixeira como o primeiro alpinista português. O seu livro *Santuários de Montanha* é considerado o documento que comprova o aparecimento do alpinismo em Portugal ainda no século XIX. (<http://www.instituto-camoes.pt/glossario/Textos/Agronomia/HTM/escarpa.html>).

³² José Luciano de Castro Pereira Corte-Real (1834 —1914), mais conhecido por Luciano de Castro, foi um advogado, jornalista e político que se notabilizou como um dos fundadores do Partido Progressista.

³³ Este processo tem sido considerado com mais detalhes no trabalho de G. Alves (Alves, 2012, pp. 156-158).

O *Jornal* foi editado a custas do estado, com diferente periodicidade, até ao ano 1902. Durante este período foram publicados 15 volumes, cada um contendo 6 fascículos. O último volume, datado do ano de 1902, incluía artigos que continham datas posteriores ao ano da edição: por exemplo 1903 e 1905. Assim, tudo leva a crer que este volume não tenha saído da tipografia antes de 1905. No Capítulo 4 desta dissertação debruçamo-nos mais detalhadamente sobre o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* e a sua importância para a matemática portuguesa e internacional.

Em 1878 Gomes Teixeira foi nomeado para o lugar de terceiro astrónomo do observatório de Lisboa, mas passados quatro meses regressou à Universidade de Coimbra, uma vez que aí ficou disponível uma vaga de professor. A partir de novembro de 1879, Gomes Teixeira começou a lecionar o curso de Análise Matemática e, passados três meses, em Fevereiro de 1880, tornou-se professor catedrático. Nestes anos, para além da edição do *Jornal*, Gomes Teixeira continua o trabalho científico e começa a preparar o seu livro *Curso de Analyse Infinitesimal*. Analisando as publicações de Gomes Teixeira na sua própria revista, conclui-se que os seus interesses científicos não estavam focados num tema específico durante este período. Publicava artigos dedicados à astronomia, ao desenvolvimento de funções em séries e às equações diferenciais às derivadas parciais.

Também neste período, começou a participar na vida política do país. Em 1879 foi eleito para o parlamento português como deputado pelo Partido Regenerador, atividade que desenvolve até 1884.

É interessante notar que Gomes Teixeira publicou trabalhos nos primeiros três volumes do seu *Jornal*, notando-se uma ausência das suas publicações no quarto volume (1882) e no quinto volume (1883), onde apenas contribuiu na secção de *Bibliographia*. A partir do sexto volume (1885), a sua atividade recomeça e os seus interesses concentram-se em tópicos como a diferenciabilidade de funções implícitas e compostas, o desenvolvimento em série de funções de variáveis complexas, e outros assuntos que mais tarde incluirá no seu *Curso de Analyse Infinitesimal*. Assim continua até ao décimo volume inclusive (1891). A partir do décimo primeiro volume (1892), as publicações de Gomes Teixeira desaparecem de novo do *Jornal*, pois passa a publicar os seus trabalhos científicos exclusivamente em revistas de renome mundial.

Comparando a biografia de Gomes Teixeira com a cronologia da edição do seu *Jornal*

descobrimos uma ligação interessante. Os períodos em que a publicação do *Jornal* se atrasou, quase sempre coincidiram com (ou estavam próximos de) acontecimentos importantes na sua vida pessoal ou profissional. Uma análise mais detalhada da revista será realizada no Capítulo 4.

Na Tabela que se segue apresentamos estes períodos de edição ao lado dos dados biográficos relevantes.

Tabela 1 - Relação entre os períodos de “interrupção” na publicação do *Jornal* e os períodos biográficos de Gomes Teixeira entre 1877 e 1902

Período	Dados Biográficos
1877	Volume I
1878-1880	Volume II
1879-1880	Início da carreira na Universidade de Coimbra, 1879-1880. Início da sua vida política como deputado do parlamento, 1879. Viagem aos Alpes, 1879.
1881	Volume III
1882	Volume IV
1883-1884	Volume V
1884	Casamento e mudança para o Porto, 1884. Atividade política, 1883-1884.
1885	Volume VI
1886	Volume VII
1887-1888	Volume VIII
1888	Participação no concurso da <i>Academia Real de Sciencias de Lisboa</i> , 1887-1888. Edição do primeiro volume do <i>Curso de Analyse Infinitesimal</i> , 1887. Preparação dos volumes seguintes do <i>Curso</i> .
1889	Volume IX
1890	Preparação e edição do segundo (1889) e do terceiro (1892) volumes do <i>Curso de Analyse Infinitesimal</i> .
1891	Volume X
1892-1893	Volume XI
1893	Participação num concurso da <i>Real Academia de Ciencias de Madrid</i> aberto em 1893.
1894-1896	Volume XII
1895-1896	Participação no concurso da <i>Real Academia de Ciencias de Madrid</i> aberto em 1895, ao qual submeteu os trabalhos em 1896 e 1897.
1897-1899	Volume XIII
1898-1899	Ausência de dados significativos para tirar conclusões; possível preparação da reedição do seu curso de análise.
1900	Volume XIV
1901-1902	Visita ao Vaticano, 1900. Preparação da edição das <i>Obras sobre Matemática</i> a partir de 1902. Edição do primeiro volume das <i>Obras sobre Matemática</i> , 1904.
1902-1905	Volume XV

A comparação feita mostra-nos que existiu uma ligação entre a periodicidade das publicações e a vida pessoal, académica e política de Gomes Teixeira. Os períodos em que não podemos concluir nada, por exemplo o sétimo período, 1898-1899, estão ligados à ausência de detalhes biográficos. A nossa investigação mostra uma relação a que podemos dar uma simples explicação: a edição do *Jornal* estava completamente a cargo de Gomes Teixeira, que nela trabalhou sempre sozinho, sem secretários ou redatores. Até a correspondência com os autores era enviada para o seu endereço pessoal. Não possuímos dados objetivos para justificar este método de trabalho, mas acreditamos que tal era consequência da alta responsabilidade pessoal que tinha sobre o destino do *Jornal*. Uma outra causa possível era a ausência de pessoas suficientemente qualificadas à sua volta. Os biógrafos nada referem sobre a existência de eventuais discípulos.

Em 1883 Gomes Teixeira muda-se da Universidade de Coimbra para a *Academia Polytechnica do Porto*³⁴ assumindo o posto de professor catedrático em Maio de 1884, começando leccionar o curso de Cálculo Diferencial e Integral. Passado pouco tempo, é nomeado diretor desta escola superior, (Pinto, 2011).

Durante este mesmo período, Gomes Teixeira inicia um trabalho intensivo de preparação do seu curso de análise matemática, definindo como objetivo contribuir para a modernização do ensino da matemática em Portugal, através da disponibilização de um manual escrito de raiz em português. Partindo da abordagem clássica de A.-L. Cauchy³⁵, incorporou alguns aspetos das abordagens mais modernas de Ch. Hermite e K. Weierstrass³⁶, incluindo igualmente resultados da sua própria investigação. O papel do *Curso de Analyse Infinitesimal* é objeto de estudo do Capítulo 6 deste trabalho.

³⁴ Esta mudança imprevista é explicada pelos biógrafos de Gomes Teixeira através de acontecimentos da sua vida pessoal, mais concretamente o seu casamento com uma jovem cuja família vivia no Porto. Coimbra não era a cidade natal de Teixeira e, talvez, a atmosfera conservadora que reinava na Universidade também não correspondesse aos seus planos criativos, por isso a despedida de Coimbra não foi difícil.

³⁵ Augustin Louis Cauchy (1789 - 1857) - grande matemático francês, membro da Academia de Ciências de Paris, da Royal Society de Londres, da Academia de Ciências de São Petersburgo e de outras academias. Fez uma contribuição notável para a análise, a álgebra, e muitas outras áreas da matemática.

³⁶ Karl Wilhelm Theodor Weierstraß, mais conhecido como Karl Weierstrass, (1815 — 1897) - matemático alemão, professor na Universidade de Berlim. Weierstrass foi um pioneiro da moderna análise matemática e mentor da matemática Sofia Vasilyevna Kovalevskaja (1850-1891). De entre seus mais brilhantes seguidores destacam-se também Georg Cantor (1845-1918) e Edmund Husserl (1859-1938).



Ilustração 9 - Reitoria da Universidade do Porto, Praça de Gomes Teixeira³⁷

Uma das etapas da vida de Gomes Teixeira está ligada à participação bem sucedida em diversos concursos científicos. Em Dezembro de 1887, participou no concurso aberto para atribuição do prémio D. Luiz I, promovido pela *Academia Real de Sciencias de Lisboa*³⁸, onde apresentou seis trabalhos, entre os quais um volume do seu recém publicado curso de análise:

- *Curso de Analyse Infinitesimal*, Porto 1887.
- *Note sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle* (Annales de l'École Normale Supérieure de Paris, tome IV, 1887).
- *Sur le théorème d'Eisenstein* (Annales de l'École Normale Supérieure de Paris, tome III, 1886).
- *Sur un théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation* (Journal für die reine und angewandte Mathematik, Berlin, Bd. 100, 1886).
- *Sur une limite relative aux polynômes de Legendre* (Comptes rendus de la Société R. des Sciences de Bohême, Prag. Ber. 19-20, 1886).
- *Ueber den Eisenstein'schen Satz* (Archiv der Mathematik und Physik, Hoppe Arch. (2) III. 315-317, 1886).

³⁷ Antiga Academia Polythecnica do Porto (<http://arkitectos.blogspot.pt/2008/12/reitoria-da-universidade-do-porto-praca.html>)

³⁸ Entre as atividades promovidas pela *Academia Real das Sciencias de Lisboa* ao longo da sua existência, merecem destaque a instituição de prémios a trabalhos apresentados mediante a proposta de problemas a resolver e a publicação de memórias selecionadas entre as que foram apresentadas aos académicos.

Os resultados do concurso, anunciados em 1888, deram o curso de análise de Gomes Teixeira como vencedor. Um dos outros concorrentes, A. Schiappa Monteiro³⁹, tentou recorrer da decisão do júri. No seu recurso, apresentou anotações ao curso de análise de Gomes Teixeira, destacando inconsistências encontradas naquele trabalho, mas, independentemente disso, a decisão do júri manteve-se. É interessante notar que, depois desta ocorrência, A. Schiappa Monteiro deixou de publicar no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, tendo continuado a publicar em outras revistas.⁴⁰

Em 1893 a *Real Academia de Ciencias de Madrid* abriu um concurso científico subordinado ao tema: “*Exposición razonada y metódica de los desarrollos en serie de las funciones matemáticas. Teoría general de los mismos. Significación de las llamadas series divergentes. Investigación de una série típica de la qual, à ser possible, se deriven como casos particulares las series de mayor importância y uso en analisis, como las de Taylor, Lagrange y qualquiera ótra análoga*”. Em 1895, Gomes Teixeira recebeu um prémio extra concurso pelo seu trabalho intitulado *Sobre o desenvolvimento de funções em série*, que não respondia aos requisitos definidos para este concurso, por ter sido apresentado em português, enquanto que as regras exigiam que fosse escrito em espanhol ou latim⁴¹. Contudo, o trabalho foi considerado e premiado fora do âmbito do concurso devido ao seu interesse (Guimarães, 1914):

(...) Eis-nos chegados a 1895, em que se deu um facto muito honroso para Gomes Teixeira, e que passou, por assim dizer, desapercibido no nosso país, qual foi o Prémio, fora de concurso, que obteve a sua memória: “Sobre o desenvolvimento das funções em série”, apresentada ao concurso ordinário para prémio aberto em 1893 pela Academia Rial das Ciências de Madrid.

Esta Academia organiza todos os anos um certame científico, para o qual há sempre três pontos: um de matemática, outro de física e o terceiro de sciências naturais, consistindo as distinções em prémio, accessit e menção honrosa.

³⁹ Alfredo Augusto Schiappa Monteiro de Carvalho (1838-1919) - matemático português, professor na Escola Polythecnica de Lisboa.

⁴⁰ Anexo A.

⁴¹ Aachamos por certo destacar o papel da língua latina no processo de internacionalização da língua científica. A necessidade de internacionalizar a ciência obrigava os cientistas de diversos países a expor as suas descobertas em latim. Historicamente, especialmente durante a época de Renascimento e nos períodos posteriores, a língua latina era a língua de ciência, ultrapassando conceitos geográficos e nacionais. Todas as descobertas científicas que se efetuaram no século XVII-XVIII ficavam conhecidas a partir de obras escritas em latim. Não apenas os matemáticos, astrónomos e filósofos, mas também os representantes de outras áreas científicas (por ex. médicos) expunham os seus pensamentos e provavam as suas hipóteses usando o latim

(...) O autor da memória, para ser admitido, há de ser ignorado até decisão final. O seu nome fica oculto e a memória é analisada e julgada, sem indicação alguma acêrca do seu autor. [...] Tendo o Dr. Gomes Teixeira concorrido a êste certame, mas apresentando a sua memória em português, e não em castelhano, ou em latim, como preceitua o regulamento respectivo, não pôde receber o prémio ordinário; no entanto a Academia, sciente do excepcional valor da memória, onde o espírito generalizador do seu autor se revela pujante, tomou a deliberação de lhe conceder prémio, fora do concurso, e publica-la na colecção das suas *Memórias*, o que efectuou em 1897.” (...) ((Guimarães, 1914), p. 136 (18)).

Em 1893 foi aberto novo concurso da *Real Academia de Ciencias de Madrid*, com o tema: “*Catalogo ordenado de todas las curvas de cualquier clase que han recibido nombre especial, acompañado de una idea sucinta de la forma, ecuaciones y propiedades geométricas de cada una, añadiendo la noticia de los libros, ó autores, que primeiramente los dieron á conocer*”.

(...) Segundo os responsáveis da Academia, ninguém respondeu em termos satisfatórios, mas, como o tema era considerado de indiscutível interesse e de indiscutível conveniência, para o desenvolvimento e o fomento das matemáticas, em Espanha, foi novamente publicado o anúncio, em 1894, em revistas e associações estrangeiras, chamando-se a atenção para o interesse do tema proposto. A Academia decidiu, por isso, fazer publicar novo concurso, aberto desde 1 de Janeiro de 1896 até 1897. (...) (Alves, 2004, p. 247)

Gomes Teixeira apresentou um trabalho sobre curvas geométricas *Tratado de las curvas especiales notables, tanto planas como alabeadas*, que posteriormente foi reeditado em Nova Iorque e em Paris ⁴².

Neste concurso o primeiro prémio foi atribuído aos trabalhos de Gomes Teixeira e de G. Loria (*Tratado das curvas especiais notáveis, tanto planas como torsas*). Os biógrafos destacam que este prémio foi entregue aos vencedores apenas em 1900 (Alves, 2004):

(...) O trabalho de Gomes Teixeira, intitulado “*Tratado de las curvas especiales notables*”, foi

⁴² Este trabalho foi reeditado em 1971 e 1973, em Nova Iorque (Chelsea Publishing Co, N. York), e em 1955 e 1995, em Paris (Ed. Jacques Gabay), com o título “*Traité des Courbes Spéciales Remarquables Planes et Gauches*”.

premiado, em 1897, pela Real Academia de Ciencias Exactas Fisicas y Naturales de Madrid, tendo sido entregue o prêmio, em 20 de Abril de 1900. Aquele trabalho foi publicado, nas Memorias da Academia de Madrid, em 1905. (...) (Alves, 2004), cap. 1, p. 104).

Após o seu tratado ter sido premiado, Gomes Teixeira aumentou-o e completou-o, consideravelmente, e reescreveu-o, em francês, com o título *Traité des Courbes Spéciales Remarquables planes et gauches* (Teixeira, 1908-1915).

Em 1903 Gomes Teixeira, que desenvolvia uma correspondência ativa com os matemáticos de diferentes países, envia uma carta ao matemático russo A. M. Vasiliev⁴³, da Universidade de Kazan, sobre o trabalho de N. V. Bugaev⁴⁴ *Generalização da série de Lagrange* (Bugaev, 1901), publicado na revista editada pela Sociedade Matemática de Moscovo. No seu artigo N. V. Bugaev referenciava o matemático português Gomes Teixeira, como tendo sido o primeiro a generalizar a série de Lagrange, em 1881 (Teixeira, 1881), e propõe a sua versão da forma geral da série. Nesta carta Gomes Teixeira comunica a A. V. Vasiliev⁴⁵ as suas investigações sobre as séries, feitas depois de 1881. Em seu entender, estes trabalhos não eram conhecidos por N. V. Bugaev. A. V. Vasiliev considerou a carta de Gomes Teixeira “extremamente interessante” publicando-a no *Bulletin de la Société Physico-Mathématique de Kazan* (Teixeira, 1903).⁴⁶

No ano anterior, em fevereiro de 1902, o governo português, na pessoa do primeiro-ministro Ernesto Rodolpho Hintze Ribeiro⁴⁷, assinou um despacho sobre a publicação de uma coletânea dos trabalhos matemáticos de Gomes Teixeira, por conta do estado. Esta compilação de obras, organizada pelo próprio autor, intitulada *Obras sobre Matemática do Dr. F. Gomes Teixeira*, incluía os seus trabalhos científicos, cursos, tratados de geometria, alguma correspondência científica com matemáticos de outros países (cartas e artigos) e

⁴³ Alexander Vasilievitch Vasiliev (1853-1929) – matemático russo, dirigiu durante mais de 20 anos a Sociedade de Físico-Matemática de Kazan.

⁴⁴ Nikolai Vasilievich Bugaev (1837-1903) - matemático e filósofo russo. Sócio efectivo da Academia de Ciências Imperial de São Petersburgo. Presidente da Sociedade Matemática de Moscovo de 1891-1903. Estudou na Alemanha e em França com K. Weierstrass, E. Kummer, J. Liouville e J. Bertrand. Trabalhou na área das séries; os seus trabalhos mais conhecidos dizem respeito à generalização da série de Lagrange, à convergência de séries infinitas e a métodos de aproximação.

⁴⁵ Infelizmente em Junho de 1903, N.V. Bugaev morreu, razão pela qual Gomes Teixeira teve que se dirigir a A. V. Vasiliev.

⁴⁶ Ver Anexo B, pp. 421-424.

⁴⁷ Ernesto Rodolfo Hintze Ribeiro (1849 — 1907) - político português de origem açoriana. Distinto parlamentar e par do Reino, procurador-geral da Coroa, ministro das obras públicas, das finanças e dos negócios estrangeiros e líder incontestado do Partido Regenerador, por três vezes assumiu o cargo de presidente do Conselho (equivalente hoje ao lugar de primeiro-ministro).

trabalhos sobre a história da matemática. Ao todo foram editados sete volumes, tendo o último sido lançado em 1915.

Já em 1904 saiu o primeiro volume que continha os trabalhos de 1880-1903. Entre outros, incluía: os trabalhos sobre a teoria das séries, previamente publicados no *Jornal de Crelle* (*Journal für die reine und angewandte Mathematik*), e no *Jornal de Liouville* (*Journal de mathématiques pures et appliquées*) e nas obras da *Real Academia de Ciencias de Madrid*; os trabalhos sobre a integração de equações diferenciais às derivadas parciais de segunda ordem; diversos artigos sobre a análise (trabalhos sobre a interpolação e a derivação de funções compostas); os trabalhos de geometria analítica plana; extratos da correspondência com Ch. Hermite e trabalhos sobre a história de matemática (biografia do matemático português do século XIX, Daniel A. da Silva).

Em 1905 foi fundada uma nova revista internacional, *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, cujo diretor foi também Gomes Teixeira. A revista *Annaes* era generalista, mas, para os matemáticos, foi a continuação do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, entretanto extinto.

A partir de 1927 a revista *Annaes* começou a sair sob o novo título: *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*.

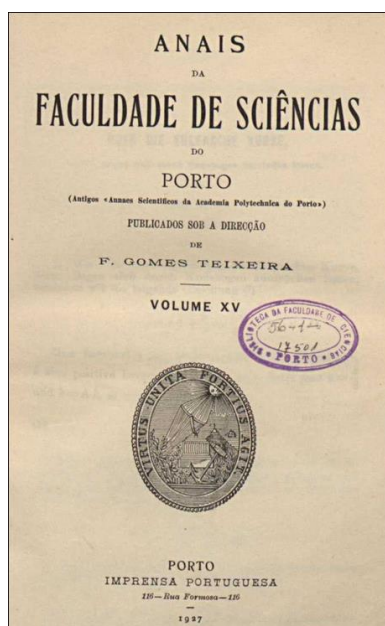


Ilustração 10 - Capa do primeiro tomo da revista *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*, 1927.

Após a morte de Gomes Teixeira, em 1933, esta continuou, durante muitos anos, a ser uma importante revista de carácter internacional que publicava resultados da investigação de matemáticos portugueses e estrangeiros.

(...) O *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas*, a partir de 1905, foi continuado pelos *Anais Científicos da Academia Politécnica do Porto* e estes, a seguir a 1929, pelos *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*, os primeiros sempre da direcção de Gomes Teixeira, e os seguintes até 1932. Os *Anais científicas da Academia Politécnica do Porto* e os da *Faculdade de Ciências* tiveram já carácter mais geral, não eram somente dedicados as matemáticas, não obstante, por muitos anos, os trabalhos correlativos prevalecerem em número. Aí se vê a colaboração dos estrangeiros Niels Nielsen, Jahnke, Schoute, Neuberg, Lazzeri, Haton de la Goupilliere, Hayashi, Gervais, Pirondini, Appell, Botasso, e ainda muito mais, ...(...) (Vilhena, 1936), pp. 20-21)⁴⁸.

Em 1906 saíram o segundo e o terceiro volumes das *Obras*. O segundo volume continha um conjunto de artigos na área da análise publicados entre 1877 e 1906 em diversas revistas (incluindo o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*), a correspondência de Gomes Teixeira sobre problemas de análise com Ch. Hermite, J. Tannery⁴⁹, M. Lerch, P. H. Schoute⁵⁰, variados artigos sobre geometria analítica, a continuação da investigação da teoria de séries referente ao período 1904-1906, os trabalhos sobre a teoria de funções e sobre a teoria de números. Neste mesmo volume foram incluídas duas dissertações de Gomes Teixeira, por ele apresentadas na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra:

1. 1875 – *Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem*, para obter a obtenção do grau de doutor
2. 1876 – *Sobre o emprego dos eixos coordenados oblíquos na mecânica analítica*, para nomeação como professor substituto.

O terceiro volume contém o *Curso de Analyse Infinitesimal – Cálculo Diferencial* (4ª edição, 1906).

É de salientar que, no mesmo ano de 1906, foi aprovada a candidatura de Gomes

⁴⁸ A discrepância entre as datas poderia ter a sua explicação num lapso do livro de Vilhena.

⁴⁹ Jules Tannery (1848 — 1910) - matemático francês.

⁵⁰ Pieter Hendrik Schoute (1846 - 1923) - matemático holandês.

Teixeira a sócio efetivo da *Academia Real de Sciencias Lisboa* (da qual já era sócio correspondente desde 1876), tendo a sua eleição sido concretizada em 1907.

(...) na sessão de 1 de Março de 1906, o assunto ficou resolvido:

O Sr. Marrecas Ferreira lê o parecer da secção de sciencias mathematicas approvando a candidatura a socio effectivo do Sr. Gomes Teixeira [...].

Uma vez aprovada a candidatura a sócio efectivo, deveria proceder-se à respectiva eleição, o que veio a acontecer, mais de um ano depois, na sessão de 20 de Junho de 1907, em cuja acta, se pode ler:

[...] Procede-se á votação do parecer da secção de sciencias mathematicas approvando a candidatura a socio effectivo do socio correspondente Sr. Gomes Teixeira. Entrando na urna seis esferas brancas, numero igual aos socios effectivos presentes, é proclamado socio effectivo da Primeira Classe o Sr. Gomes Teixeira (...) (Alves, 2012, p. 106)⁵¹

Deve notar-se que nos documentos que comprovam a sua nomeação está, entre outras, a assinatura de A. Schiappa Monteiro, que referimos anteriormente.

O quarto e o quinto volume das *Obras*, publicados em 1908 e 1909, incluem a primeira e a segunda parte do trabalho de Gomes Teixeira sobre as curvas geométricas *Traité des Courbes Spéciales Remarquables Planes et Gauches* escrito em 1892-1895, vencedor do concurso da *Real Academia de Ciencias de Madrid* em 1897.

Em 1910, depois da queda da monarquia em Portugal, foi levada a cabo uma reforma educativa, que assentava nos ideais republicanos.

(...) A República, proclamada em 5 de Outubro de 1910, trazia, na sua bagagem revolucionária, o decidido projecto de reformar a mentalidade portuguesa propondo-se executá-lo por diversas vias e, em situação de realce, pela via da instrução e da educação. Falou-se mesmo, no tempo, em “educação republicana”, educação interessada na criação e consolidação de uma nova maneira de ser português, (...) (Carvalho, 1996), p. 651).

⁵¹ Dados utilizados na citação de G. Alves, que foram retirados dos *Estatutos e Regulamentos da Academia Real das Sciencias de Lisboa*, 1886.

Neste contexto, Gomes Teixeira, liderando um grupo de professores da *Academia Polytechnica do Porto*, visitou países mais evoluídos da Europa, para estudar a sua experiência no plano educativo. De Junho a Setembro este grupo visitou a França, a Bélgica, a Holanda, a Alemanha, a Suíça e a Itália. Durante estas visitas ocorreram muitos encontros e estabeleceram-se contactos científicos. Gomes Teixeira encontrou-se com F. Klein⁵² (Göttingen), A. Gutzmer (Halle), S. Pincherle (Bolonha), G. Castelnuovo⁵³ (Roma). Desta viagem prolongada os professores portugueses voltaram com grandes expectativas de mudança. Depois do regresso a Portugal prosseguiram os contactos através da troca de correspondência. Um exemplo desta correspondência é a carta de L. O. Blumenthal⁵⁴ (ver anexo B, p. 379), professor na Escola Técnica Superior de Aix-la-Chapelle, que se refere à visita de Gomes Teixeira e agradece as obras que este lhe ofereceu.

No âmbito da reforma do ensino, são criadas, já em 1911, a Universidade do Porto (antiga *Academia Polytechnica*) e a Universidade de Lisboa (antiga *Escola Polytechnica*); a Universidade de Coimbra é reformada.

Segundo R. Carvalho, a Universidade de Lisboa é formada por uma Faculdade de Ciências (da qual faziam parte as Ciências Matemáticas, Físico-Químicas e Histórico-Naturais), uma Faculdade de Letras (compreendendo as Ciências Psicológicas, Filológicas e Histórico-Geográficas), uma Faculdade de Ciências Económicas e Políticas (que acabou por se tornar, em 1913, na Faculdade de Direito), uma Faculdade de Medicina, uma Faculdade de Agronomia, uma Escola de Farmácia, anexa à Faculdade de Medicina, uma Escola Normal Superior, anexa às faculdades de Letras e de Ciências e uma Escola de Medicina Veterinária.

A nova Universidade do Porto compreendia uma Faculdade de Ciências, na qual eram estudadas as Ciências Matemáticas, Físico-Químicas e Histórico-Naturais, uma Faculdade de Medicina, com uma Escola de Farmácia anexa e uma Faculdade de Comércio

⁵² Felix Christian Klein (1849 — 1925) - matemático alemão; seu trabalho incidiu sobre a geometria não-euclidiana e as interligações entre a teoria dos grupos e a geometria. Em 1908, por sua iniciativa, foi criada a Comissão Internacional de Instrução Matemática. Foi editor da revista *Mathematische Annalen*, tendo conseguido torná-la na principal publicação da época.

⁵³ Guido Castelnuovo (1865 — 1952) - matemático e estatístico italiano, conhecido principalmente pelas suas contribuições fundamentais para a geometria algébrica.

⁵⁴ Ludwig Otto Blumenthal (1876-1944) - professor de matemática na *Escola Técnica Superior* de Aix-la-Chapelle (Alemanha). Editor de *Mathematische Annalen*.

(Bernardo, 2006).

(...) O grande golpe na Universidade de Coimbra foi dado em 22 de Março de 1911 com a criação das Universidades de Lisboa e do Porto. É curioso notar que o decreto que institui as novas Universidades não dá o mínimo relevo ao alto significado de tão importante determinação, como se pretendesse fazê-lo passar despercebido, e nem sequer o decreto é exclusivamente dedicado ao assunto. [...] Ainda no mesmo decreto se determina quais as Faculdades que ficariam a constituir cada uma das três Universidades portuguesas. Em todas três funcionariam Faculdades de Ciências, de Medicina e de Farmácia; como casos particulares funcionariam, em Lisboa e Coimbra, Faculdades de Letras e Escolas Normais Superiores; Direito, só em Coimbra; Faculdade de Ciências Económicas e Políticas, Faculdade de Agronomia e Escola Superior de Medicina Veterinária, só em Lisboa; e Faculdade de Comércio, só no Porto. A criação propriamente dita das novas Faculdades, assim como a reforma de outras já existentes, só posteriormente foi decretada, umas a mais breve prazo e outras a mais tardio, embora algumas, mesmo depois de criadas no papel, ainda aguardassem anos para sua concretização. (...) (Carvalho, 1996), pp. 688-689).

Sobre esta transformação, Rómulo de Carvalho escreveu: “...*O respectivo Regulamento data de 19 de Abril de 1911. Nele se declara que “As Universidades são estabelecimentos públicos de carácter nacional, (...)” e que os seus objectivos são “Fazer progredir a Ciência pelo trabalho dos seus mestres, e iniciar um escol de estudantes nos métodos de descoberta e invenção científica...”*”

A Universidade do Porto elegeu como reitor Gomes Teixeira⁵⁵ no próprio dia da sua inauguração, a 16 de Julho de 1911. Neste seu novo cargo, Gomes Teixeira lecionava o curso de geometria e de análise (Providência, 2011), continuando a leccionar até 1925.

Em 1912 sai o sexto volume das *Obras* de Gomes Teixeira com a parte do curso de análise infinitesimal dedicada ao cálculo integral, *Curso de Analyse Infinitesimal – Cálculo Integral* (terceira edição 1912). No mesmo ano Gomes Teixeira participou no quinto Congresso Internacional de Matemática, em Cambridge, e encontrou-se com vários cientistas de renome daquela época, como por exemplo: P. Mansion⁵⁶, G. Mittag-Leffler,

⁵⁵ O reitorado de Gomes Teixeira durou oito anos, após os quais passou a ser reitor-honorário.

⁵⁶ Paul Mansion (1844 - 1919) - matemático e historiador da ciência belga. Professor de matemática na Universidade de Ghent.

G. Peano⁵⁷, S. Pincherle, V. A. Steklov⁵⁸, K. Stéphanos, V. Volterra⁵⁹, A. V. Vasiliev, E. T. Whittaker⁶⁰.

Finalmente, em 1915 saiu o último (sétimo) volume das *Obras* de Gomes Teixeira, contendo a terceira parte do seu trabalho *Traité des Courbes Spéciales Remarquables Planes et Gauches*, que constitui um complemento ao quarto e quinto volumes.

O período seguinte da vida de Gomes Teixeira é refletido de uma forma muito fragmentada na obra dos seus biógrafos (Vilhena, 1936), (Alves, 2004). Vamos apenas nomear os acontecimentos mais marcantes da sua vida, acompanhando-os com alguns comentários.

Destaca-se o facto que, no ano de 1914, Gomes Teixeira foi incluído no livro *Who's Who in Science*.

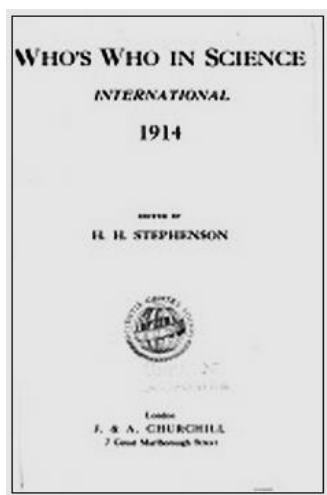


Ilustração 11 - Capa do livro *Who's Who in Science* de 1914, que contém referência a Gomes Teixeira.

⁵⁷ Giuseppe Peano (1858 — 1932) - matemático italiano, que fez importantes contribuições teóricas nas áreas da análise matemática, lógica, teoria dos conjuntos, equações diferenciais e análise vetorial. Fundou a "Rivista di Matematica" em 1891.

⁵⁸ Vladimir Andreevich Steklov (em russo: Владимир Андреевич Стеклов) (1864 — 1926) - matemático russo, que trabalhou em equações diferenciais e física matemática (hidrodinâmica e elasticidade). O Instituto de Matemática da Academia das Ciências da Federação Russa tem o nome deste matemático.

⁵⁹ Vito Volterra (1860 — 1940) - matemático e físico italiano. O seu trabalho mais relevante consiste na investigação das equações integrais.

⁶⁰ Edmund Taylor Whittaker (1873 - 1956) - matemático Inglês, que contribuiu amplamente para matemática aplicada, física matemática e da teoria de funções especiais. É lembrado como o autor do *Course of Modern Analysis* (1902), que na sua segunda edição (1915), em colaboração com George Neville Watson, se tornou o famoso manual *Whittaker & Watson*. Este trabalho tem-se mantido em impressão contínua durante mais de um século.

UNIVERSITY.	OHIO WESLEYAN.	OKLAHOMA.	OPORTO POLYTECH.
SITE . . .	Delaware, O., U.S.A.	Norman, Okla., U.S.A.	Oporto, Portugal.
FOUNDED . .	1844.	1892.	1911.
PRINCIPAL .	H. W. Welch (Pres.).	S. D. Brooks.	F. G. Teixeira.
REGISTRAR .	W. E. Smyser.	E. Newby.	—
Senior Professors :			

Ilustração 12 - Referência a Gomes Teixeira no *Who's Who in Science* de 1914.

No Portugal republicano aconteceram rápidas mudanças políticas. Em 1913, o Vaticano rompe relações com o país, que durante séculos fora um pilar da fé católica. Na Europa começa a Primeira Guerra Mundial. No início de março de 1916 a Alemanha declara guerra a Portugal. Mas o teatro de guerra está muito distante do país⁶¹. A vida académica continua e, pelos testemunhos de biógrafos, em Junho de 1916, Gomes Teixeira faz uma palestra na *Academia de Ciencias de Lisboa*, sobre o matemático português Daniel da Silva, *Elogio histórico de Daniel Augusto da Silva*.

Em 1917 o trabalho de Gomes Teixeira *Traité des Courbes Spéciales Remarquables Planes et Gauches* é editado em francês.

No mesmo ano, a Academia de Ciências de Paris, por iniciativa de P. Appel, atribuiu o prémio *Prix Binoux* – Prémio de Filosofia e História das Ciências, às *Obras sobre Mathematica*.

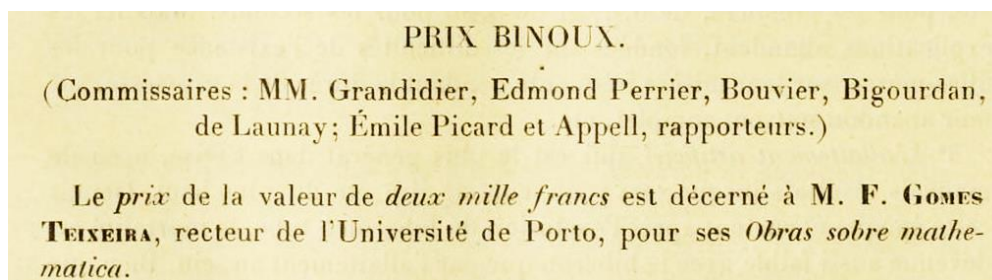


Ilustração 13 - Início do artigo sobre atribuição do prémio *Prix Binoux* no *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris* (p. 906).

⁶¹ O corpo militar português foi enviado em 1917 para França para a participação na guerra contra a Alemanha.

A este propósito reproduzimos aqui um extrato do elogio de P. Appel a Gomes Teixeira:

(...) Dans le tome I de *l'Intermédiaire des Mathématiciens*, notre confrère, M. Haton de la Goupillière attirait l'attention des géomètres sur les avantages qu'il y aurait à réunir dans un Traité spécial l'étude des courbes remarquables qui, depuis des milliers d'années, ont été l'objet des recherches des mathématiciens anciens et modernes.

Le travail ainsi proposé comme une œuvre utile répondait en effet à un besoin universellement reconnu. Sans doute les monographies de courbes de certaines espèces ou même des travaux plus complets ont été publiés à diverses époques. En rappelant l'Ouvrage de Newton *Enumertio Linearum tertis oridinaria* [sic], nous citerons le livre de Basset: *Elementary Treature on cubic and quartic curves*, puis les *Notes de bibliographie des courbes géométriques* de Brocard; l'ouvrage de P. Tannery: *Histoire des lignes et des surfaces courbes dans l'antiquité*, et la publication de Gino Loria relative à certaines courbes spéciales algébriques ou transcendantes. Mais il manquait un ouvrage systématique et complet formant un catalogue ordonné de toutes les courbes remarquables, indiquant leurs équations et leurs propriétés essentielles, avec une Notice bibliographique [sic] des auteurs qui les ont étudiés. C'est cet ouvrage qu'a composé le professeur F. Gomes Teixeira, recteur de l'Université de Porto, directeur des *Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, auteur d'un *Traité d'Analyse mathématique*, chef de l'École mathématique portugaise. Une première édition parue en 1897 a été depuis réimprimée et complétée et à l'heure actuelle les *Obras sobre Mathematica*, dont cette étude systématique est l'objet principal, en sont à leur septième volume.

L'œuvre de M. Gomes Teixeira constitue également une histoire des Mathématiques envisagées sous un point de vue spécial. On retrouve en effet, en étudiant les diverses courbes qui se sont introduites en Géométrie, l'illustration des progrès de la Géométrie pure, de la Géométrie analytique, de l'Analyse infinitésimale, de l'Algèbre et de la théorie des invariants et covariantes, de la théorie moderne des fonctions, de la Mécanique, de la Physique et de l'Astronomie.

Il nous est impossible de donner une analyse de la substance si riche des sept volumes. Bornons-nous à indiquer que, parmi les courbes algébriques [sic] planes, l'auteur étudie d'abord les courbes remarquables du troisième ordre, la cissoïde, la strophoïde, les cubiques de Rolle, d'Agnesi, de Descartes, de Newton, de Charles; puis les courbes spéciales du quatrième ordre, les spiriques de Persens, les cassiniennes, la lemniscate, la cardioïde, les ovales de Descartes, la conchoïde de Nicomède, les quartiques bicirculaires, etc; viennent ensuite les courbes spéciales du sixième ordre ou d'ordre supérieur; la courbe à longue inflexion de Watt, l'astroïde et les courbes qui lui sont parallèles, etc., les anallagmatiques, les conchoïdes, les paraboles de divers ordres, les rosaces des courbes triangulaires, les développées, les courbes de direction; enfin l'auteur donne des indications générales sur les courbes algébriques, leurs singularités, leur genre, leur représentation

paramétrique. Viennent ensuite les courbes transcendentes, les cycloïdes, les épicycloïdes et les hypocycloïdes, les sinusoïdes, les logarithmiques, les spirales, les tractrices, les courbes de poursuite, les développantes, les caustiques, etc.

M. Gomes Teixeira ne se borne pas aux courbes planes: il consacre plusieurs chapitres aux courbes gauches, d'abord aux courbes algébriques telles que cycliques, sphériques, fenêtre de Viviani, tétraédrales, etc., puis aux courbes transcendentes, courbes de Bertrand, courbes à courbure ou à torsion constante, hélices de diverses natures, chaînette sphérique, courbe du pendule sphérique, polhodie et herpollodie, etc.

Le tome VII se termine par un appendice sur les problèmes célèbres de la Géométrie élémentaire non résolubles par la règle et le compas: duplication du cube, division de l'angle, quadrature du cercle, avec leur histoire, leurs solutions approchées et la démonstration de leur impossibilité.

Hermite pensait que les nombres et les combinaisons de l'analyse ne sont pas le produit de notre esprit, qu'ils existent en dehors de nous et que nous nous bornons à les étudier, de la même manière que les physiciens et les naturalistes étudient les phénomènes du monde dite matériel. Cette doctrine peut être appliquée également aux êtres géométriques et particulièrement aux courbes qui ont fait l'objet de tant des recherches, qui ont été étudiées par les savants de toutes les époques et qui ont pris dans la Science une place qui ne leur sera plus enlevée.

En dressant un catalogue raisonné de ces courbes, en donnant leur histoire dans un important ouvrage, M. Gomes Teixeira a rendu à la Science un grand service, que la Commission propose de reconnaître, en lui décernant le prix Binoux. (Appel, 1917, pp. 906-908).

No mesmo ano é fundada a Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências. Gomes Teixeira é nomeado presidente desta Associação e participa no VI Congresso da Associação Espanhola para o Progresso das Ciências em Sevilha, em Maio de 1917, chefiando uma comitiva de 17 portugueses. Este congresso teve uma elevada adesão de participantes, entre os quais se destacaram os *“estudiosos portugueses, de su país en los tempos modernos, que presidió da sección primera y leyó en ella vários interesantes trabajos originales”*, (Torroja, 1938). No mesmo ano de 1917, foi colocado um busto de bronze de Gomes Teixeira, na Universidade de Coimbra numa sala com o seu nome. Este facto é notado com alguma surpresa pelo matemático russo N. M. Kryloff, que visitou a Universidade de Coimbra em 1927:

(...) Aqui queria reparar um facto curioso, que no início me surpreendeu, como estrangeiro, é a

tendência dos portugueses de fazer monumentos aos seus grandes homens enquanto estes ainda estão vivos. (...) (Kryloff, 1927).

No ano seguinte, 1918, Gomes Teixeira é nomeado reitor honorário da Universidade do Porto, continuando no entanto lecionar os seus cursos.

Em 1919 foi realizado o VII Congresso Espanhol para o Progresso das Ciências de Bilbao, onde Gomes Teixeira recebeu como condecoração concedida pelo governo de Espanha o *Título de Caballero de Gran Cruz de Afonso XII*⁶².

Seis meses depois, o governo português distinguiu Gomes Teixeira com a *Ordem de Santiago de Espada, grau de Gran Cruz*, em 28 de Abril de 1920.

Em 1921 são festejados os 70 anos de Gomes Teixeira.

(...) A 1 de Junho [1921] a academia portuense promove-lhe uma sessão de homenagem na Universidade, em vista da recondução feita pelo Governo, de Gomes Teixeira na regência de sua cadeira, sem embargo do limite de idade – 70 anos. (...) (Vilhena, 1936) p. 131).

Também por ocasião do seu jubileu, é galardoado pela Associação Francesa para o Progresso das Ciências, durante o primeiro congresso conjunto das associações portuguesa e espanhola para o progresso das ciências.

(...) Orienta o congresso do Porto, das Associações Espanhola e Portuguesa para o Progresso das Ciências. Preside a esse congresso, como presidente da Associação portuguesa. Faz a conferência inaugural – “*Colaboração espanhola e portuguesa nas grandes navegações dos séculos XV e XVI*” – a 26 de Junho. Recebe, nessa sessão inaugural, uma medalha comemorativa do congresso, oferecida pela Associação Francesa para o Progresso das Ciências, com mensagem assinada pelo sr. Chevrin, que representaria essa Associação e o Governo francês, (...) (Vilhena, 1936), p. 132).

Em 1922 Gomes Teixeira recebe o grau de doutor Honoris Causa pela Universidade de Madrid.

⁶² Ver Anexo B, p. 453.

No mesmo ano, proferiu uma conferência intitulada *Biographies de quatro mulheres célebres na Philosophia e nas Mathematicas*, onde fez uma breve resenha da biografia das matemáticas: Hipátia de Alexandria⁶³, Sofia Kovalevskaya⁶⁴, Maria Agnesi⁶⁵ e Sofia Germain⁶⁶.

No ano seguinte, 1923, um busto de Gomes Teixeira (cópia do busto de Coimbra) é colocado na sua vila natal, São Cosmado.



Ilustração 14 – Busto de Gomes Teixeira colocado na sua vila natal, São Cosmado. Ao fundo, atrás do busto está a igreja onde se encontra inumado (fotografia da autora).

Gomes Teixeira recebeu o grau de doutor honoris causa pela Universidade de Toulouse em 1923.

⁶³ Hipátia de Alexandria - matemática e filósofa neoplatónica, nascida aproximadamente em 355 e assassinada em 415.

⁶⁴ Sofia Vasilyevna Kovalevskaya (em russo: Софья Васильевна Ковалевская) (1850—1891) - matemática russa. Foi a primeira mulher a ser nomeada para a Academia de Ciências da Rússia e a terceira a conseguir um cargo académico, como Professora na Universidade de Estocolmo. Sofia distinguiu-se pelas suas contribuições para a teoria das equações diferenciais.

⁶⁵ Maria Gaetana Agnesi (1718-1799) - linguista, filósofa e matemática italiana; é reconhecida como tendo escrito o primeiro livro que tratou, simultaneamente, do cálculo diferencial e integral.

⁶⁶ Marie-Sophie Germain (1776—1831) - matemática, física e filósofa francesa com contribuições fundamentais na teoria dos números e na teoria da elasticidade.

No mesmo ano o governo francês galardoou Gomes Teixeira com a *Legião de Honra*, em 21 de Julho, tendo o ato da entrega sido realizado no consulado francês no Porto.

Também em 1923, Gomes Teixeira participou no segundo Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências, em Salamanca, apresentando uma comunicação intitulada *O poder e a beleza das matemáticas*.

Em 1924 a escola primária da sua vila natal passa a chamar-se a *Escola do Doutor Francisco Gomes Teixeira*. No mesmo ano, Gomes Teixeira planeava participar no VII Congresso de Matemática em Toronto (Canadá), tendo chegado a receber o subsídio para esta viagem, mas por questões de saúde não pôde realizar a viagem.

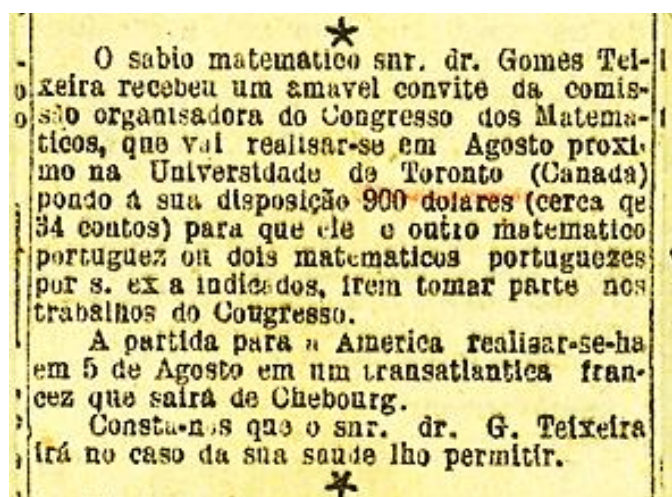


Ilustração 15 - Artigo de *O Jornal de Notícias* de 12 de Abril de 1924 noticiando o convite feito a Gomes Teixeira para o VII Congresso de Matemática.

2.4 Outros momentos marcantes na vida de Gomes Teixeira

Em 1925 Gomes Teixeira deixa de lecionar os seus cursos de geometria e de análise na Universidade do Porto e começa a lecionar cursos de mecânica e astronomia. Neste ano, efetua uma viagem ao Vaticano e é recebido pelo Papa Pio XI na Igreja de S. Gregório Magno. Durante a sua visita, no dia 27 de Abril de 1925, na presença de cardeais e ministros, Gomes Teixeira deu uma palestra na *Pontifica Accademia delle Scienze Nuovi*

Lincei sobre a história de matemática em Portugal (Teixeira, 1925a). Esta ocorrência chamou atenção dos jornais portugueses, o que nos permitiu conhecer melhor os detalhes desta visita⁶⁷.

A partir do ano 1925, Gomes Teixeira passou a dedicar-se à escrita de livros sobre a sua posição filosófica e mística. Durante os últimos oito anos da sua vida escreveu cinco livros. Em 1925 sai o livro intitulado *Panegíricos e Conferências* (Teixeira, 1925b) sobre os cientistas notáveis e matemáticos portugueses.

Em 1926 escreveu o livro *Santuários de Montanha* (Teixeira, 1926), onde relata as suas viagens pelas montanhas, comparando a escalada com o misticismo da aprendizagem da matemática.

Em 1928 publica um de conteúdo religioso e místico *Apoteose de S. Francisco de Assis* (Teixeira, 1928).



Ilustração 16 - Capas dos livros *Santuários de Montanha* e *Apoteose de S. Francisco de Assis*.

⁶⁷ Ver Anexo B, pp. 419-420.

Em 1930 Gomes Teixeira escreve outro livro religioso, *Uma Santa e uma Sábia*, sobre Clara de Assis⁶⁸ e Sofia Kovalewskaya, onde fez um paralelismo entre a vida de uma matemática e a de uma santa. (Teixeira, 1930).

Em 1931 sai o último dos seus livros ainda editado durante a sua vida: *Santo António de Lisboa* (Teixeira, 1931).



Ilustração 17 - Capas dos livros *Uma Santa e uma Sábia* e *Santo António de Lisboa*.

(...) Os livros, que escreveu, não são uma mera descrição de factos, pois traduzem emoções vividas, relacionam a fé e a ciência, transmitem conhecimentos de história. A espiritualidade e a religiosidade de Gomes Teixeira, que estiveram presentes na sua vida, ficaram claramente explícitas, nestes livros, com reflexões sobre Deus, fé, religião alma e ciência. (...) (Alves, 2004), cap. 1, p. 72).

⁶⁸ Santa Clara de Assis (em italiano, *Santa Chiara d'Assisi*) nascida em Assis (Itália), no dia 16 de Julho de 1194, e falecida em Assis, no dia 11 de Agosto de 1253, foi a fundadora do ramo feminino da ordem franciscana, a chamada *Ordem de Santa Clara*.

Gomes Teixeira preparou o seu último livro, dedicado à história de matemática, *História das Matemáticas em Portugal* (Teixeira, 1934), mas este só foi editado em 1934, um ano após a sua morte.

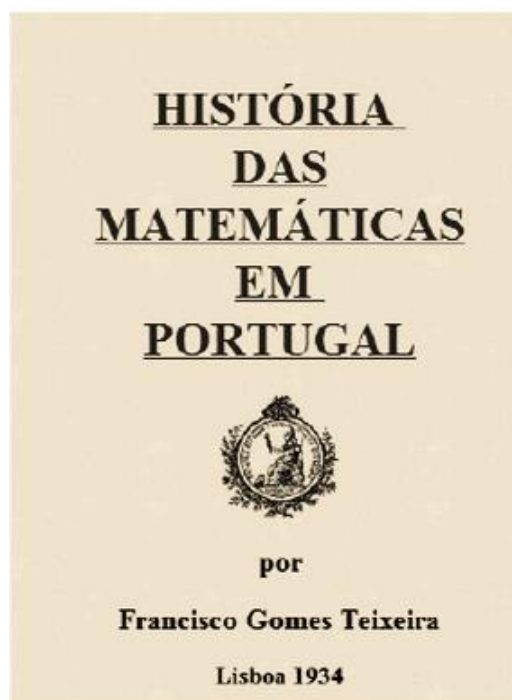


Ilustração 18 - Frontispício do livro *História das Matemáticas em Portugal*.

Nos últimos anos da sua vida, Gomes Teixeira revela um crescente interesse pela discussão dos fatores éticos da ciência, que leva a cabo nos seus últimos livros. Abundam aí conceitos éticos, a que recorre para demonstrar o deslumbre da matemática. Se apenas tivéssemos herdado os seus trabalhos matemáticos, teria sido difícil compreender o que movia e inspirava este cientista nas suas pesquisas, o que dava aquela componente inspiradora que é necessária para criar a atmosfera da criação. A obra literária deixada por Gomes Teixeira, ao que nos parece, responde a estas questões. Aquela intensidade emocional, com a qual louvara a matemática, considerando-a sinceramente como um dos instrumentos da criação divina do mundo, a sua percepção mística da realidade com o triunfo absoluto do bem – tudo isto é a chave para a compreensão da motivação dos seus trabalhos em matemática. Gomes Teixeira unia numa só pessoa todas as emoções positivas do misticismo religioso e a mente fria de um verdadeiro cientista.

Morreu no dia 8 de Janeiro, de 1933 no Porto, em sua casa. Deixou uma carta dirigida ao Presidente da República, onde pediu para ser inumado na igreja de São Cosmado, Armamar. Na mesma carta, deixou um texto em latim a ser colocado na sua sepultura. A autorização para a inumação foi obtida em poucos minutos, como se pode ler nas notícias sobre a sua morte (Ilustração 19).

O doutor Gomes Teixeira, que conservou a sua lucidez até morrer, havia escrito uma carta ao sr. Presidente da Republica, manifestando-lhe desejos de ser inhumado na igreja de S. Cosmado, Armamar, onde foi baptisado e solicitando-lhe nesse sentido deferimento. A propósito referia :

Perto daquela igreja, está a Escola onde aprendi e um largo onde os meus patricios e amigos me levantaram um monumento. Como, pelas honras que recebi, vejo que alguns serviços prestei ao meu País, em nome deles peço a v. ex.^a este favor.

Ontem o sr. prof. Mendes Correia director da Faculdade de Ciências, leu, pelo telefone, essa carta ao sr. presidente do Ministério, tendo o sr. dr. Oliveira Salazar prometido interessar-se pelo caso. E tanto se interessou, que, passado um quarto de hora, quando muito, telefonava ao rev. conego dr. Francisco Correia Pinto, e ao sr. dr. Mendes Correia, informando que o sr. ministro da Justiça ia já publicar uma portaria autorizando, sem a exigencia de outras formalidades civis, a inumação do cadaver do Sábio na igreja da freguesia da sua naturalidade — S. Cosmado, e resolvido também expedir um telegrama ao official de registo civil de Armamar para os devidos efeitos.

Ilustração 19 - O Comércio do Porto, 10 de fevereiro de 1933.



Ilustração 20 - Placa do local de inumação do Gomes Teixeira na igreja de São Cosmado.

(...) Gomes Teixeira manifestou, ainda em vida, o desejo de ser sepultado na igreja de S. Cosmado, num túmulo junto do altar, por ele mandado construir e com a seguinte inscrição, como já referido, escrita pelo próprio: *SERAPHICO FRANCISCO ASSISIENSI atque DIVO ANTONIO OLYSIPPONENSI hoc monumentum erexit FRANCISCUS GOMES TEIXEIRA qui hic jacet* (trad. latin: *Francisco Gomes Teixeira, que jaz aqui, erigiu este monumento ao Seráfico Francisco de Assis e ao Divino António de Lisboa*) (...), (Alves, 2004).

Posteriormente, a família teve problemas com a Igreja Católica, que exigiu que o túmulo fosse retirado do altar, continuando, contudo, dentro da igreja (Testemunho dos netos de Gomes Teixeira, em 17 de Junho de 1999), (Alves, 2004), cap. 1, p. 15).



Ilustração 21 – Igreja de São Cosmado onde está inumado Gomes Teixeira. Ao fundo, do lado esquerdo da igreja pode ver-se o busto de Gomes Teixeira colocado na praça central desta vila (fotografia da autora).



Ilustração 22 - Francisco Gomes Teixeira, retrato a óleo de Abel de Moura, que se encontra no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.

Capítulo 3. Revistas matemáticas internacionais até ao início do século XX – um levantamento geral

A existência dos periódicos de matemáticas mais importantes tem sido, é certo, assinalada nos estudos que se têm feito sobre a história das matemáticas em Portugal; mas ainda não se fez um estudo de conjunto sobre a vida dos jornais científicos que interessam às ciências matemáticas. Era necessário fazer um inventário desses jornais, historiar a sua vida, estudar os artigos que nêles se publicaram e avaliar o papel que desempenhavam nas épocas em que existiram (Monteiro, 1943).

3.1 Introdução

A segunda metade do século XVII é considerada como um dos momentos mais decisivos na história da ciência na Europa, assinalada pela publicação das primeiras revistas científicas. Nesta altura a publicação de livros já contava com dois séculos de experiência, enquanto a sua distribuição era um fenómeno novo. Destacaram-se nesta época os nomes de Pascal, Spinoza, Locke e Newton na cultura mundial. Assim se criaram as condições para o advento do Século das Luzes – um dos períodos chave na história cultural da Europa, associado ao desenvolvimento do pensamento científico, filosófico e social. Originado em Inglaterra, este movimento espalhou-se pela França, Alemanha e Rússia, abrangendo outros países europeus.

No século XVII, a criação das primeiras revistas europeias foi condicionada, em

primeiro lugar, pela formação de um ambiente intelectual apropriado. Surgiu uma nova forma de comunicação entre os cientistas europeus orientados para os métodos anti-escolásticos de aprendizagem. Para além de encontros pessoais, os cientistas mantiveram correspondência regular, sem a qual era difícil de imaginar a vida espiritual da Europa deste período. A correspondência não poderia envolver grande número de cientistas, colocando dessa forma algumas restrições na divulgação dos resultados de novos êxitos da ciência. Em contrapartida, a capacidade divulgativa de uma revista científica periódica era claramente maior. As primeiras revistas científicas surgiram a partir da troca (inicialmente episódica e, mais tarde, regular) de cartas entre os cientistas que partilhavam os resultados da sua pesquisa. A necessidade de criar um sistema mais sustentável de comunicação científica provocou o fortalecimento das relações científicas, bem como o surgimento de comunidades intelectuais que serviram de causa à criação quase simultânea de revistas e de algumas sociedades científicas, capazes de atrair e acumular fundos para publicações (inclusive revistas periódicas). Historicamente, as revistas científicas da Europa contribuíram para a formação das escolas nacionais de investigação, bem como para a internacionalização da ciência⁶⁹.

Pela primeira vez, os artigos matemáticos começaram a ser publicados em revistas científicas, juntamente com os trabalhos em outras áreas de ciências naturais. Particular importância histórica é atribuída às seguintes revistas:

- *Journal des Savants*⁷⁰ (1665-1792, 1816-...);
- *Philosophical Transactions of the Royal Society*⁷¹ (1665-...);
- *Acta Eruditorum*⁷² (1682-1731).

A particularidade das primeiras revistas europeias consistia na sua orientação informativa para a ciência. Inicialmente, a publicação dos resultados da investigação tinha carácter preliminar e era apresentada no formato tradicional das cartas. Por exemplo,

⁶⁹ O conceito de internacionalização em matemática é bastante controverso, no nosso tempo a internacionalização chegou a ser substituída pela globalização, embora o conhecimento matemático anterior não tinha fronteiras geográficas.

⁷⁰ em português: *Jornal dos Cientistas*

⁷¹ em português: *Transacções Filosóficas da Real Sociedade*

⁷² em português: *Memórias Científicas*

trabalhos:

- Newton (1672) *"An Extract of Another Letter of the Same to the Publisher, Dated March 30. 1672. by Way of Answer to Some Objection, Made by an Ingenious French Philosopher to the New Reflecting Telescope"*, Philosophical Transactions of the Royal Society;
- Newton (1671) *"A Letter of Mr. Isaac Newton, Professor of the Mathematicks in the University of Cambridge; Containing His New Theory about Light and Colors: Sent by the Author to the Publisher from Cambridge, Febr. 6. 1671/72; In Order to be Communicated to the R. Society"*, Philosophical Transactions of the Royal Society;
- Leibniz (1691) *"Extrait d'une letter de Mr. de Leibniz"*, Journal des Savants.

Durante cento e cinquenta anos, a partir da segunda metade do século XVII, as revistas publicavam principalmente compilações de informação: as publicações continham o relato de outros livros e revistas, alguns excertos, bem como relatórios documentários. A combinação do texto original e compilado era um fenómeno natural. A citação das fontes originais não era habitual. Sendo assim, muitos artigos não foram assinados pelo autor ou tinham assinatura abreviada, de modo que a atribuição da sua autoria é difícil ainda nos dias de hoje. As questões de direitos de autor encontravam-se num estágio rudimentar. Basta mencionar as discussões de R. Hooke e G. Leibniz com Is. Newton⁷³, que se arrastaram por muitos anos. Apenas no século XIX as revistas científicas passaram de simples meio da divulgação de avanços científicos para a principal ferramenta de recolha, armazenamento e disseminação do conhecimento científico.

A partir do início do século XIX surgiram revistas em várias áreas de ciência, tecnologia e cultura que se distinguiam não apenas pela temática, mas também pelo seu público-alvo, dividindo-o em cientistas, profissionais e massa geral. Em primeiro lugar, começaram a desenvolver-se revistas especializadas, cujo número cresceu de acordo com o

⁷³ Em 1675, Isaac Newton mandou para a sociedade (*The Royal Society*) o seu trabalho que incluía nova investigação e interpretação da natureza da luz. Robert Hooke, contudo, criticou durante a análise que a única coisa de valor no trabalho já tinha sido publicada anteriormente no livro de Hooke *"Micrografia"*. Em privado, Newton era acusado de plágio: *"Eu demonstrei, que Newton usou a minha hipótese sobre dos impulsos e ondas"* (citado do diário de Hooke). Hooke contestou a originalidade de todas as descobertas de Newton no campo da óptica, menos aquelas com as quais não concordava.

volume de informação científica. Através do estabelecimento de práticas de referência reforçou-se a continuidade na ciência, enquanto que o aumento da acessibilidade a todas as revistas europeias promoveu a internacionalização da investigação. É importante notar que as funções de uma revista científica não se restringiam à simples disseminação de informação científica, mas também garantiam o estabelecimento e preservação da propriedade intelectual dos autores.

Atualmente, a revista científica⁷⁴ periódica, é ao mesmo tempo uma fonte de informação científica e um meio de divulgação da ciência. Podem ser distinguidos três tipos de revistas científicas contemporâneas: o primeiro tipo diz respeito às revistas que apresentam principalmente os avanços científicos ou discutem uma nova interpretação das ideias e factos já conhecidos. As revistas do segundo tipo publicam artigos de carácter científico e bibliográfico (revistas de sumários com respectivos índices, revistas bibliográficas, informação de sinalização, revistas de resenhas). Finalmente, as revistas do terceiro tipo são especializadas na revisão e generalização da literatura científica já publicada (revistas de revisão, revistas de metodologias de pesquisa e revistas de divulgação científica).

3.2 As primeiras revistas científicas

O primeiro jornal científico europeu, *Journal des Savants* foi publicado na França em 1665 por iniciativa de Denis de Sallo (1626-1669) foi o primeiro editor e redator do jornal. O primeiro número apareceu em Paris em 5 de janeiro de 1665.

A edição do *Journal des Savants*⁷⁵ (entre 1665 – 1792 e de 1816) contou com a presença de figuras muito conhecidas da cultura francesa, tais como poetas e escritores, entre os quais se encontravam Marin Le Roy de Gomberville⁷⁶ e Jean Chapelain⁷⁷. *Journal des Savants* publicou os trabalhos dos irmãos Jakob⁷⁸ (Bernoulli, 1692) e Johann

⁷⁴ A própria palavra "jornal" vem do latim *diurnalis* – diário, que faz lembrar *acta diurna* de Júlio César.

⁷⁵ No período 1665-1816 o nome de jornal foi *Le Journal des Sçavans*

⁷⁶ Marin Le Roy de Gomberville (1600 - 1674) - poeta e escritor francês.

⁷⁷ Jean Chapelain (1595 - 1674) - poeta francês e crítico literário.

⁷⁸ Jacob Bernoulli (1654-1705) – matemático suíço. Ele foi o primeiro matemático a desenvolver o cálculo infinitesimal para além do que fora feito por Newton e Leibniz, aplicando-o a novos problemas.

Bernoulli⁷⁹ (Bernoulli, 1693) sobre o cálculo infinitesimal.

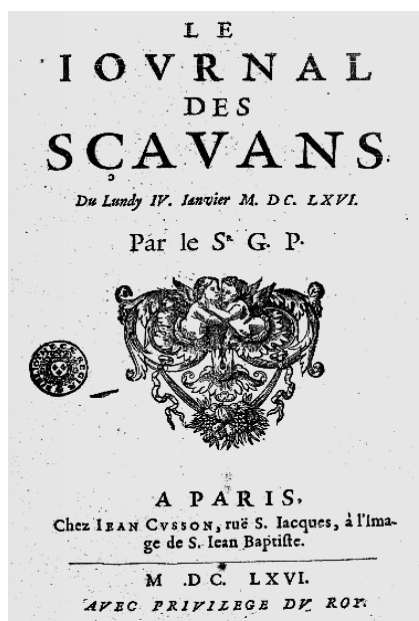


Ilustração 23 - Capa de *Journal des Savants* (1666).

A revista publicou-se com diferente periodicidade desde 1665 e até os nossos dias (com uma interrupção entre 1792 e 1816):

- irregularmente (1665-1723);
- mensalmente (1724-1792);
- trimestralmente (1816-1991);
- semestralmente (1992-...)

No dia 6 de março de 1665, dois meses mais tarde, surgiu em Inglaterra a revista *Philosophical Transactions of the Royal Society*, editada pelo secretário da Real Sociedade, H. Oldenburg⁸⁰. Nesta revista H. Oldenburg introduziu a prática da revisão preliminar dos manuscritos científicos submetidos para publicação por peritos independentes.

⁷⁹ Johann Bernoulli (1667-1748) – matemático suíço, irmão de Jacob Bernoulli. Com o seu irmão Jakob, desenvolveu trabalhos que precediam em muito o cálculo de Gottfried Leibniz.

⁸⁰ Henry Oldenburg (1618 — 1677) - diplomata, teólogo e filósofo natural alemão, que se destacou em Inglaterra como o primeiro secretário da *Royal Society*.

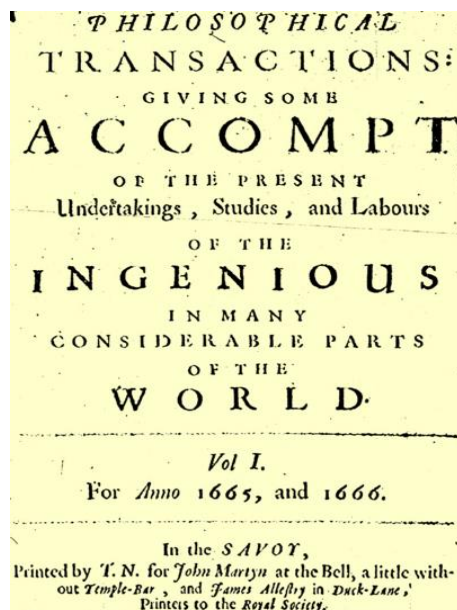


Ilustração 24 - *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 6 de Março de 1665, Reino Unido.

Philosophical Transactions (órgão oficial da Real Sociedade) tem vindo a ser publicada mensalmente sem qualquer interrupção até aos dias de hoje. Publicaram-se as descobertas imortais de Isaac Newton (Newton, 1671; 1672), que contribuíram para o aumento da popularidade desta revista, destacando no primeiro plano a sua especialização em matemática.

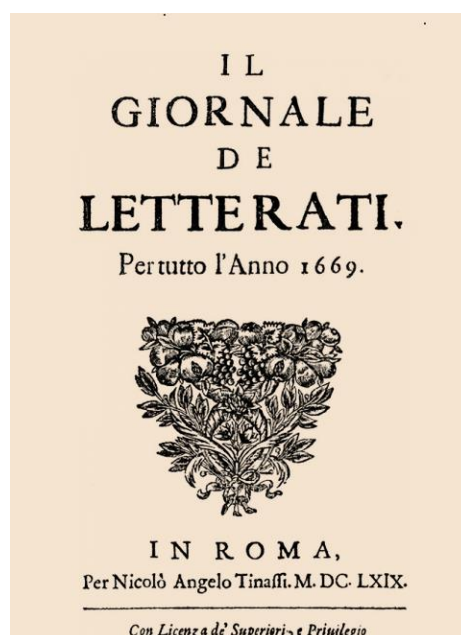


Ilustração 25 - Capa do *Giornale de' Letterati* de 1669.

Em 1668, em Roma, nasceu a primeira revista italiana *Giornale de' Letterati*, criada por Francesco Nazzari à semelhança da revista francesa *Journal des Savants*. Esta revista foi mais tarde tomada como modelo pelas revistas científicas italianas. O *Giornale de' Letterati* publicava obras de literatura, linguística e filosofia, e existiu até 1683.

Em 1670, em Schweinfurt, a Academia Alemã de Naturalistas *Leopoldina*⁸¹ (*Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina*) começou a publicar os seus trabalhos na revista *Miscelanea curiosa medico - physica* (a biologia era a temática predominante das publicações).

Em 1682, O. Mencke organizou em Leipzig a edição em latim da revista *Acta Eruditorum*⁸², que rapidamente obteve o reconhecimento e tornou-se tão divulgada como o *Journal des Savants*.

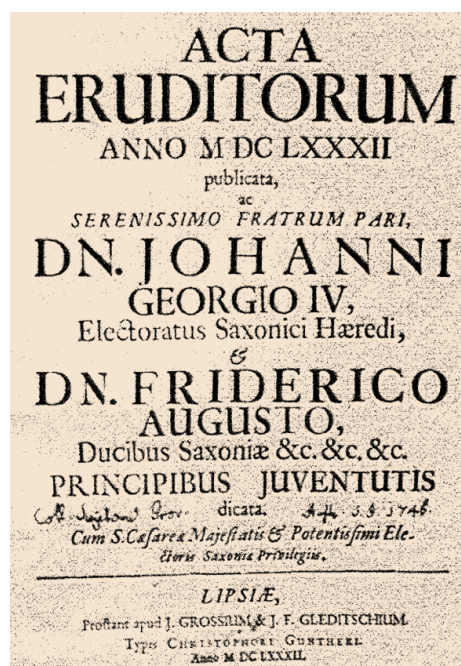


Ilustração 26 - *Acta Eruditorum*, 1682, Alemanha.

⁸¹ Academia Alemã de Naturalistas *Leopoldina* (*Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina*) foi fundada em 1652 por J. L. Bausch em Schweinfurt. Em 1687, foi aprovada pelo Imperador Leopold I, de onde adquiriu o nome de Leopoldina. A partir de 1878 está sediada na cidade de Halle.

⁸² *Memórias Científicas* – trad.

A *Acta Eruditorum*, publicou os trabalhos de G. W. Leibniz sobre o cálculo diferencial e integral (Leibniz, 1694a; 1694b; 1694c), *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* de Newton, bem como os artigos de G. L'Hôpital (1694a; 1694), irmãos Bernoulli: Johann (1694; 1694c; 1694d), Jacob (1694a; 1694b), e outros matemáticos eminentes. Devido às publicações de G. W. Leibniz, que participou ativamente na sua edição, esta revista rapidamente adquiriu grande importância para a matemática. A *Acta Eruditorum* existiu até 1731.

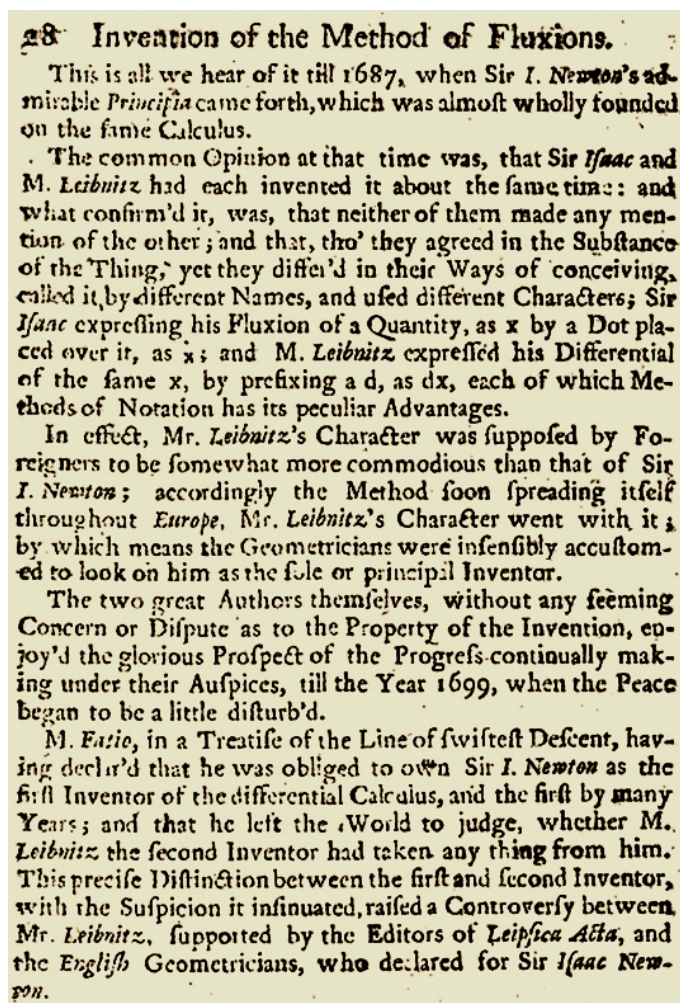


Ilustração 27 - Página do *Gentleman's Diary or The Mathematical Repository*, 1741.

As revistas londrinas *The Ladies' Diary: or, Woman's Almanac* (1704 – 1841) e *Gentleman's Diary or The Mathematical Repository*⁸³ (1741 – 1800) publicaram os

⁸³ Ainda conhecida como *The mathematical repository: an almanac* ou *A Collection of mathematical problems and*

trabalhos de conteúdos matemáticos, entre outras publicações com carácter de divulgação científica.

(...) The *Ladies' Diary* was one of the first popular magazines to appear in England at the beginning of the 18th century. Published once a year from 1704 to 1841, its initial format was an almanac containing articles of general interest to women as well as the usual calendar and astronomical observations [...]. After a few years its emphasis changed, and by 1707 the recipes, sketches of notable women, articles on health and education, etc., had been replaced by enigmas, queries, and mathematical questions, (...). (Perl, 1979, p. 37).

Desde 1794, por iniciativa de G. Monge e L. Carnot⁸⁴, começa a ser publicada em França a revista *Journal de l'Ecole Polytechnique*, editada pela Escola Politécnica de Paris.

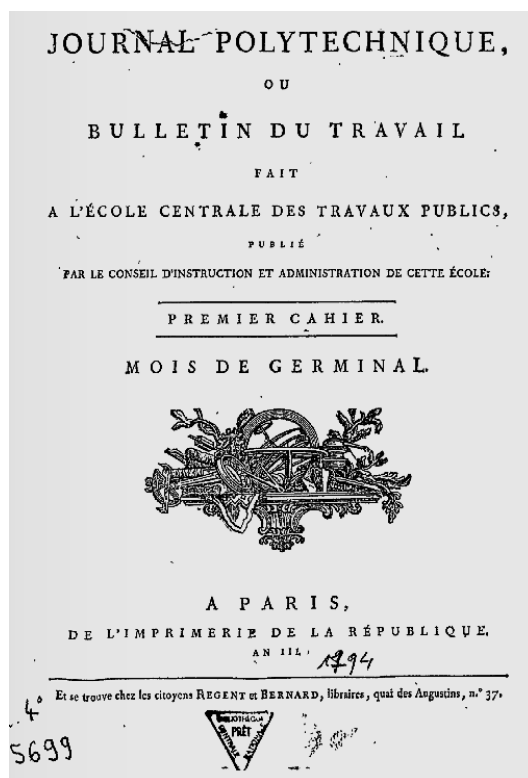


Ilustração 28 – Capa do *Journal de l'Ecole Polytechnique*, primeiro volume, 1794

enigmas.

⁸⁴ Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753—1823) - político e matemático francês.

A primeira revista científica russa, *Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae* (1726 – 1751), foi editada em latim pela Academia das Ciências de São Petersburgo (pela iniciativa de G. F. Müller⁸⁵).

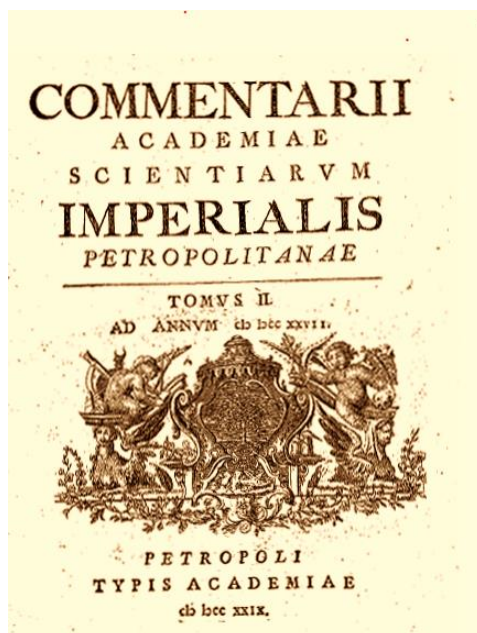


Ilustração 29 – Capa dos *Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae*, vol. II, 1727, publicado em 1729.

A revista *Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae*⁸⁶ publicou os trabalhos de L. Euler, D. Bernoulli.

⁸⁵ Gerhard Friedrich Müller (1705-1783) - historiador e etnólogo russo de origem alemã.

⁸⁶ em português: *Memórias da Academia Real de Ciências de São Petersburgo*.

I N D E X	
COMMENTARIORVM.	
IN CLASSE MATHE-	
MATICÆ.	
Iac. Hermanni , de Constructione Aequationis differentialis primi gradus.	1
F. C. Maieri , Trigonometrica.	12
Christ. Goldbach , de Transformatione Serierum.	30
Io. Georg. Leutmanni , de Bilancibus et nouis inuentis staticis.	35
F. C. Maieri de Planetarum stationibus.	82
Leon. Euleri Problematis Traiecto- riarum reciprocarum solutio.	92
Dan. Bernoulli Theoria noua de motu aquarum per canales quoscunque fluentium.	111
Leon. Euleri , de nouo quodam curuarum Tauto- chronarum genere.	126
Iac. Hermanni, Theoria generalis motuum.	139
Christ. Goldbach, de diuisione curuarum.	174
F. C. Maieri , de vsu interpolationis in solutio- num momentis indagandis.	180
Iac. Hermanni, de constructione aequationum differen- tialium.	188
Iob. Bernoulli , Theoremata de conseruatione virium vitarum.	200

Ilustração 30 – Índices dos *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, vol. II, 1727.

Antecessora de *Izvestiya Akademii Nauk*⁸⁷, esta revista sofreu várias mudanças de nome no período entre 1751 e 1806. Nas edições da Academia das Ciências de São Petersburgo foram colocados 43 trabalhos de D. Bernoulli, 473 trabalhos de L. Euler (publicados até 1830), bem como trabalhos de matemáticos russos: 60 artigos de M. V. Ostrogradskij, 103 artigos de V. Y. Bunyakovsky⁸⁸, 50 artigos de P. L. Chebyshev⁸⁹, 6 artigos de E. I. Zolotarev⁹⁰, 51 artigos de A. A. Markov⁹¹, 20 artigos de A. M. Lyapunov⁹², 47 artigos de V.A. Steklov.

Os artigos em língua russa eram publicados em revistas científicas especializadas:

⁸⁷ Em russo: *Известия Академии наук*; em português: *Notícias de Academia de Ciências*.

⁸⁸ Viktor Yakovlevich Bunyakovsky (em russo: Виктор Яковлевич Буняковский) (1804—1889) - matemático russo, vice-presidente da Academia de Ciências da Rússia. Trabalhou com mecânica teórica e teoria dos números

⁸⁹ Pafnuti Lvovitch Chebyshev (em russo: Пафнутий Львович Чебышёв) (1821—1894) - matemático russo. É conhecido por seu trabalho no domínio da probabilidade e estatística.

⁹⁰ Egor Ivanovich Zolotarev (em russo: Егор Иванович Золотарёв) (1847-1878) - matemático russo, considerado como um dos maiores matemáticos russos do século XIX. Ele produziu, em apenas 11 anos de sua carreira, resultados fundamentais em vários campos: teoria da aproximação, formas quadráticas, números algébricos e integrais elípticas.

⁹¹ Andrei Andreyevich Markov (em russo: Андрей Андреевич Марков) (1856—1922) - matemático russo, conhecido por suas contribuições para a teoria dos números, análise matemática, a teoria da probabilidade e estatística.

⁹² Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (em russo: Александр Михайлович Ляпунов) (1857-1918) - matemático e físico russo. Lyapunov é conhecido por seu desenvolvimento da teoria da estabilidade de sistemas dinâmicos, bem como por suas diversas contribuições à física matemática e teoria das probabilidades.

*Kratkoe opisanie komentariiev Akademii Nauk*⁹³ (1728), *Soderzanie uchenyh passuzdenj Akademii Nauk*⁹⁴ (1750 – 1795); e em revistas genéricas: *Primechanie k Vedomostyam*⁹⁵ (1728 – 1742), *Ejemesyachnue sochinenia, k polze e uveseleniyu slujaschih*⁹⁶ (1755 – 1781) etc. *Gornyj Jurnal*⁹⁷ é a revista mais antiga de ciência técnica a ser publicada até aos dias de hoje (desde 1825).

Vários periódicos genéricos de academias, universidades e sociedades científicas também reconheciam a importância das publicações matemáticas. Entre esses periódicos, na Rússia, destacam-se: *Kazanskii Vestnik*⁹⁸ (1821 – 1833) e a sua continuação *Uchenye zapiski Kazanskogo Universiteta*⁹⁹ (desde 1834), que pela primeira vez publicou as obras mais importantes de N. I. Lobachevsky¹⁰⁰, *Izvestiya Fiziko-Matematicheskogo obchestva pri Imperatorskom Kazanskom Universitete*¹⁰¹ (desde 1891), *Uchenye zapiski Imperatorskogo Moskovskogo Universiteta*¹⁰² (1833 – 1836), *Otdel fiziko-matematicheskij*¹⁰³ (1880 – 1916), *Uchenye zapiski Moskovskogo Universiteta*¹⁰⁴ (desde 1933).

Foi criada uma série de revistas genéricas tendo por objetivo a publicação rápida de relatórios curtos com resultados preliminares da investigação em matemática. As principais revistas deste tipo são: *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* (desde 1835), *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* (desde 1915), *Doklady Akademii Nauk USSR*¹⁰⁵ (desde 1922).

⁹³ Em russo: *Краткое описание Комментариев Академии наук*; em português: *Observações da Academia de Ciências*.

⁹⁴ Em russo: *Содержание учёных рассуждений Академии наук*; em português: *Conteúdo de argumentações científicas da Academia de Ciências*.

⁹⁵ Em russo: *Примечания к Ведомостям*; em português: *Anotações às Gazetas*.

⁹⁶ Em russo: *Ежемесячные сочинения, к пользе и увеселению служащих*; em português: *Obras mensais para o uso e a diversão de funcionários*.

⁹⁷ Em russo: *Горный журнал*; em português: *Jornal das Montanhas*.

⁹⁸ Em russo: *Казанский вестник*; em português: *Boletim de Kazan*.

⁹⁹ Em russo: *Ученые записки Казанского университета*; em português: *Anais da Universidade de Kazan*.

¹⁰⁰ Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792 — 1856) - um matemático russo. N. I. Lobachevsky foi considerado por W. K. Clifford (1845-1879) como o “Copérnico da geometria”, em virtude de suas descobertas relacionadas com as chamadas *geometrias não-euclidianas*.

¹⁰¹ em russo: *Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете*; em português: *Anais da Sociedade de Física - Matemática da Universidade Imperial de Kazan*.

¹⁰² em russo: *Ученые записки императорского Московского университета*; em português: *Anais da Universidade Imperial de Moscovo*.

¹⁰³ em russo: *Отдел физико-математический*; em português: *Seção de Matemática e Física*.

¹⁰⁴ em russo: *Ученые записки Московского университета*; em português: *Anais da Universidade de Moscovo*.

¹⁰⁵ em russo: *Доклады Академии наук СССР*; em português: *Relatórios de Academia de Ciências de URSS*.

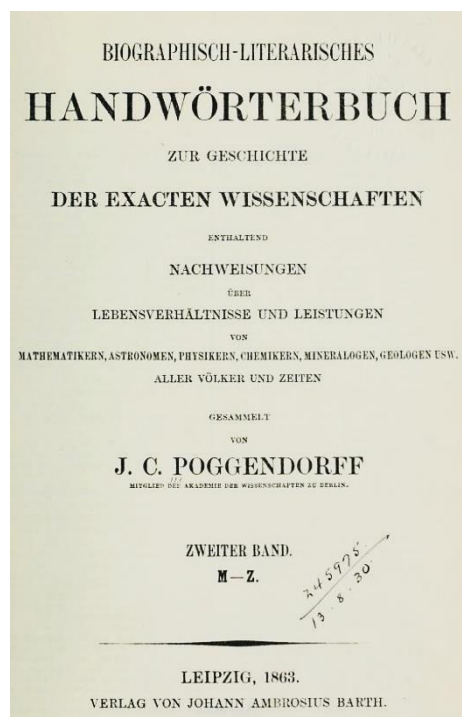


Ilustração 31 - Capa da revista de Poggendorff, *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch der exakten Naturwissenschaften*, vol. II, 1863.

Por iniciativa do físico alemão J. Ch. Poggendorff¹⁰⁶ é publicado o diretório *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch der exakten Naturwissenschaften*¹⁰⁷ (desde 1863), conhecido como o *Diretório de Poggendorff*, que compilou as informações biográficas dos cientistas que trabalharam nas ciências exatas.

O índice internacional de periódicos acadêmicos publicados nos anos 1900-1960 do século XX, *World List of Scientific Periodicals*, 4 ed., v. 1 – 3, 1963 – 1965, contém cerca de 60 mil títulos de revistas (de todas as ciências), incluindo as publicações cessadas. Os cálculos efetuados nos fundos da Biblioteca Nacional do Reino Unido indicam que existem correntemente cerca de 35 mil de títulos de periódicos nas ciências exatas, naturais e aplicadas, que publicam anualmente mais de 3 milhões de artigos.

¹⁰⁶ Johann Christian Poggendorff (1796 – 1877) - físico alemão, fundador e editor da revista *Annalen der Physik und Chemie* (1824 - 1860), desde 1863 publicou também o directório, que agrupou as informações biográficas do grande número de cientistas.

¹⁰⁷ em português: *Dicionário biográfico – literário conciso de Ciências Exatas*.

3.3 Revistas matemáticas de índole geral

No início do século XIX surgem as primeiras revistas especializadas em matemática. Em 1799 – 1804 em Londres, foi publicada a revista matemática *The Mathematical Repository*, que retomou a sua publicação em 1806 – 1833 com o novo título – *New Series of the Mathematical Repository*.

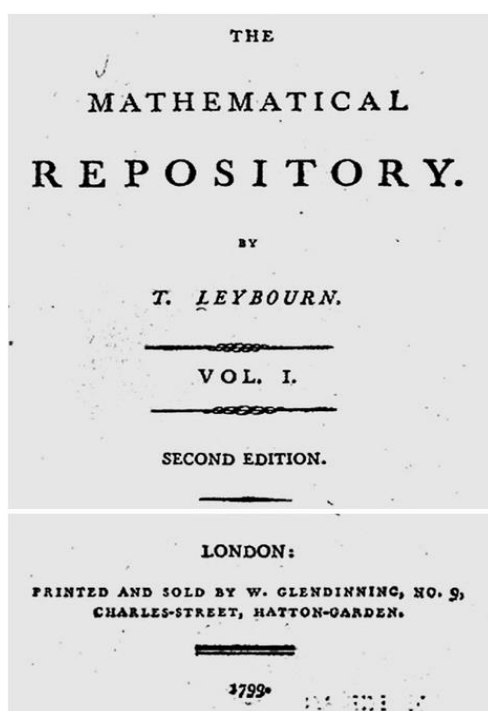


Ilustração 32 - Capa do primeiro tomo da revista *The Mathematical Repository*, 1799.

Nesta revista, para além dos artigos originais, foram publicados alguns artigos já conhecidos de J. Lagrange, A. M. Legendre¹⁰⁸ e L. Euler.

Em 1810, o matemático francês Joseph Diaz Gergonne¹⁰⁹ organizou a publicação da

¹⁰⁸ Adrien-Marie Legendre (1752 — 1833) - matemático francês. Fez importantes contribuições à estatística, teoria dos números, álgebra abstrata e análise matemática. Ele também é o nominador dos *polinômios de Legendre*, as soluções da *equação diferencial de Legendre*, que ocorrem com frequência na física e em aplicações de engenharia, como por exemplo na eletrostática.

¹⁰⁹ Joseph Diaz Gergonne (1771-1859) - matemático e lógico francês. Gergonne foi um dos primeiros matemáticos a

sua própria revista *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, devido às dificuldades em publicar os resultados da sua investigação. Esta revista, muitas vezes referida como revista de J. D. Gergonne (*Annales de Gergonne*), foi publicada até 1831 (Rodrigues, 2000).

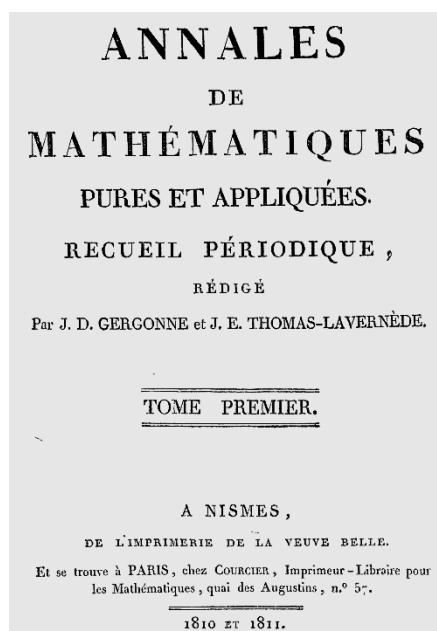


Ilustração 33 – Capa do primeiro tomo da revista matemática de J. D. Gergonne, *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, 1811.

Em 1826 na Alemanha, o matemático alemão August Leopold Crelle começou publicar revista *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, que até 1855 é conhecida pelo nome do editor – *Crelle's Journal*, mais tarde (1855-1880) por *Borchardt's Journal*.¹¹⁰

empregar a palavra polar. Em 1816, ele desenvolveu uma solução elegante para o *problema de Apolônio*: encontrar um círculo que toca três círculos dados.

¹¹⁰ Carl Wilhelm Borchardt (1817-1880) também foi editor de *Crelle's Journal* 1856-80, período em que era conhecido como *Borchardt's Journal*.

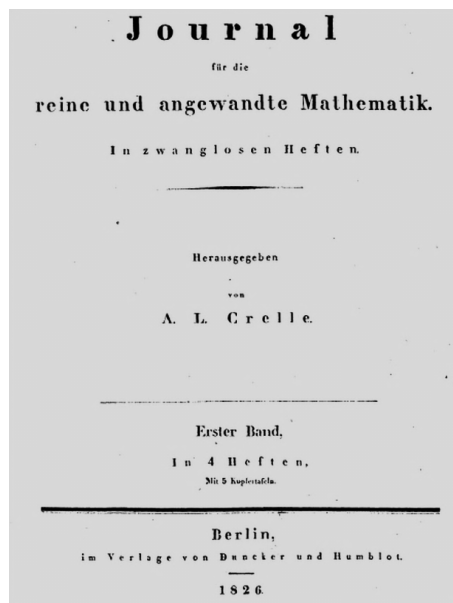


Ilustração 34 – Capa do primeiro tomo da revista *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (*Crelle's Journal*), 1826.

Já no primeiro tomo do *Crelle's Journal* são publicados os sete artigos do matemático norueguês N. H. Abel, entre os quais o trabalho *Beweis der Unmöglichkeit, algebraische Gleichungen von höheren Graden als dem vierten allgemein aufzulösen* (1826b) sobre a impossibilidade de estabelecer uma fórmula resolvente para equações algébricas de grau superior ao quarto.

Em França, continuando a tradição de J. Gergonne, J. Liouville começa a publicar, em 1836, o *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. J. Liouville foi um dos primeiros que se aperceberam da importância dos trabalhos não publicados de E. Galois¹¹¹ (Galois, 1846), que vieram a lume em 1846 na sua revista. Tanto o *Journal für die reine und angewandte Mathematik* como *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, continuam a existir atualmente.

¹¹¹ Évarist Galois (1811 — 1832) - matemático francês, criou um domínio inteiramente novo da álgebra abstrata: a *Teoria dos Grupos*

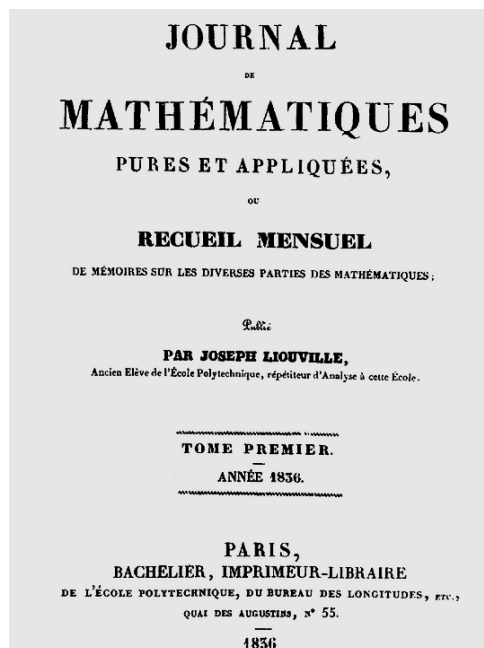


Ilustração 35 – Capa do primeiro tomo da revista *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* (*Jornal de Liouville*, 1836).

No Reino Unido começam a ser publicados as revistas *The Cambridge (and Dublin) Mathematical Journal* (1839 – 1854) e *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* (1857 – 1927), fundado pelo matemático inglês J. Sylvester¹¹².

Sobre estas revistas, António Aniceto Monteiro (1907-1980) escreve:

(...) Os primeiros *grandes journaux* dedicados exclusivamente à matemática aparecem na primeira metade do século XIX e entre eles podemos citar os seguintes:

- 1) *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Journal de Crelle) [...]
- 2) *Journal de Mathématiques pures et appliquées* (Journal de Liouville) [...]
- 3) *The Cambridge Mathematical Journal* [...].

Estes jornais desempenharam desde a sua fundação um grande papel no desenvolvimento da cultura matemática. (Monteiro, 1943, p. 1)

¹¹² James Joseph Sylvester (1814 – 1897) - matemático Inglês, em 1878 lançou *American Journal of Mathematics*, que continua a ser publicado atualmente.

Em Itália, B. Tortolini¹¹³ lança a revista *Annali di Scienze Matematiche e Fisiche*¹¹⁴ (1850 – 1857), à qual em 1858 é dado o nome de *Annali di Matematica Pura e Applicata*, e que continua a ser publicada até aos dias de hoje.

Na Europa e na América continuam a ser lançadas novas revistas matemáticas: em França – *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1842 – 1927) e *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure* (desde 1864); na Alemanha – *Archiv der Mathematik und Physik*¹¹⁵ (1841 – 1920) e *Mathematische Annalen* (desde 1869); em Portugal – *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (1877 – 1902) também conhecido como *Jornal de Teixeira*; nos EUA – *American Journal of Mathematics* (desde 1878) e *Annals of Mathematics* (desde 1884); na Suécia – *Acta Mathematica* (desde 1882).

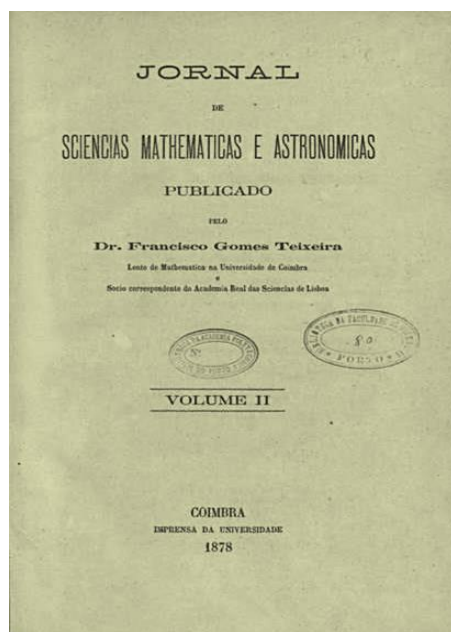


Ilustração 36 – Capa do segundo tomo da revista *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (*Jornal de Teixeira*), 1878.

Na segunda metade do século XIX forma-se uma série de sociedades matemáticas, que começam a publicar novos periódicos matemáticos, alguns dos quais ainda existem

¹¹³ Barnabé Tortolini (1808-1874) - matemático italiano, professor de cálculo diferencial e integral, na Universidade de Roma.

¹¹⁴ em português: *Anais de Ciências Matemáticas e Físicas*.

¹¹⁵ em português: *Arquivos de Matemática e Física*.

nos nossos dias:

- *Proceedings of the London Mathematical Society* (desde 1865) - Inglaterra;
- *Matematicheskii sbornik*¹¹⁶ (desde 1866) - Rússia;
- *Bulletin de la Société Mathématique de France* (desde 1872) - França;
- *Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*¹¹⁷ (1872 – 1950), que desde 1950 publica-se sob o título *Časopis pro pěstování matematiky*¹¹⁸ e, desde 1990, sob o outro título – *Mathematica Bohemica* - República Checa;
- *Soobshcheniya Kharkovskogo matematicheskogo obshchestva*¹¹⁹ (1879 – 1917) - Rússia;
- *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* (desde 1883) - Inglaterra;
- *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*¹²⁰ (desde 1884) - Itália;
- *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*¹²¹ (desde 1890) - Alemanha;
- *Bulletin of the American Mathematical Society* (desde 1891) - EUA.

O início do século XX foi acompanhado pelo surgimento de novas revistas especializadas em matemática, publicadas em muitos países da Europa, na América (EUA) e no Japão:

- *Transactions of the American Mathematical Society* (desde 1900) - EUA;
- *Tohoku Mathematical Journal* (1911 – 1943 e desde 1949) - Japão;
- *Mathematische Zeitschrift*¹²² (c 1918) - Alemanha;
- *Fundamenta mathematicae* (desde 1920) - Polónia;
- *Journal of the London Mathematical Society* (desde 1926) - Inglaterra;
- *Quarterly Journal of Mathematics* (desde 1930) - Inglaterra;

¹¹⁶ Em 1864 foi fundada a Sociedade Matemática de Moscovo, que desde 1866 publicou a revista *Matematicheskii sbornik* (em russo: *Математический сборник*; em português: *Coletânea matemática*)

¹¹⁷ Revista oficial da União de Matemáticos e Físicos da República Checa (*Jednota českých matematiků a fyziků*), fundada em 1869 em Praga (em português: *Aplicações da Matemática e da Física*).

¹¹⁸ em português: *Aplicações da Matemática*.

¹¹⁹ Em 1879, por iniciativa do matemático russo V. G. Imschenetsky foi fundada a Sociedade Matemática de Kharkov na Universidade de Kharkov. Foi então decidido instituir a revista *Soobshcheniya Kharkovskogo matematicheskogo obshchestva* (1879 – 1917), que se tornou numa das principais revistas matemáticas da Rússia daqueles anos (em russo: *Сообщения Харьковского математического общества*; em português: *Mensageiro da Sociedade Matemática de Kharkov*)

¹²⁰ em português: *Relatórios de Círculo de matemática de Palermo*.

¹²¹ em português: *Comunicações da Sociedade Matemática Alemã*.

¹²² em português: *Jornal de Matemática*.

- *Scripta mathematica* (desde 1931) - EUA;
- *Duke Mathematical Journal* (desde 1935) - EUA;
- *Uspekhi matematicheskikh nauk*¹²³ (1936 – 1944, desde 1946) – USSR/Russia;
- *Izvestiya AN USSR. Matematicheskaya serie*¹²⁴ (desde 1937) – USSR/Russia.

Em rodapé é apresentada a lista cronológica das principais revistas matemáticas do referido período¹²⁵.

3.4 Revistas em ramos específicos da Matemática

As primeiras revistas em ramos específicos da matemática surgiram ainda no século XIX, tendo a Estatística e História da Matemática sido as primeiras áreas que se destacaram individualmente (Neuenschwander, 1994). Uma das mais antigas revistas especializadas em matemática foi o *Journal of the Statistical Society of London* (1838 - 1886), que no período de 1887-1947 foi publicada sob o título de *Journal of the Royal Statistical Society*¹²⁶. Mais tarde, nos Estados Unidos aparece o *Journal of the American Statistical Association* (em 1888). Em Inglaterra (Oxford) surge uma revista focada nas questões teóricas relacionadas com estatística – *Biometrika* (em 1901). Baldassarre

¹²³ Em russo: *Успехи математических наук*; em português: *Êxitos de Ciências Matemáticas*.

¹²⁴ Em russo: *Известия АН СССР. Серия математическая*; em português: *Anais da Academia de Ciências de URSS. Seção de matemática*.

¹²⁵ As revistas lançadas no século XX: *Quarterly of Applied Mathematics* (desde 1943) – EUA; *Publications de l'Institut mathématique de Belgrade* (desde 1947) – Serbia; *Journal of the Mathematical Society of Japan* (desde 1948) – Japão; *Mathematische Nachrichten* (desde 1948) – Alemanha; *Monatshefte für Mathematik* (desde 1948) – Alemanha; *Ukrainskij Matematicheskij Jurnal* (desde 1949) – URSS; *Annales de l'Institut Fourier* (desde 1949) – França; *Canadian Journal of Mathematics* (desde 1949) – Canadá; *Mathematikai lapok* (desde 1949) – Hungria; *Studii si cercetări matematice* (desde 1950) – Romênia; *Proceedings of the American Mathematical Society* (desde 1950) – EUA; *Nagoya Mathematical Journal* (desde 1950) – Japão; *Acta mathematica Academiae scientiarum hungaricae* (desde 1950) – Hungria; *Časopis pro pěstování matematiky* (desde 1951) – República Checa; *Michigan Mathematical Journal* (desde 1952) – EUA; *Ricerche di matematica* (desde 1952) – Itália; *SIAM Journal on Applied Mathematics* (desde 1953) – EUA; *Izvestiya Matematicheskij Institut* (desde 1953) – Bulgária; *Publications of the Mathematical Society of Japan* (desde 1955) – Japão; *Revue roumaine de mathématiques pures et appliquées* (desde 1956) – Romênia; *Illinois Journal of Mathematics* (desde 1957) – EUA; *The Journal of the Australian Mathematical Society* (desde 1959) – Austrália; *Sibirskij Matematicheskij Jurnal* (desde 1960) – URSS; *Advances in Mathematics* (desde 1961) – EUA; *Osaka Journal of Mathematics* (desde 1964) – Japão; *Matematicheskie zametki* (em português: *Notas de matemáticas*) (desde 1967) – URSS; *Bulletin of the London mathematical society* (desde 1969) – Inglaterra; *Mathematica 88alcânica* (desde 1971) – Bulgária.

¹²⁶ A *Royal Statistical Society* existe no Reino Unido desde 1836

Boncompagni¹²⁷, matemático e historiador da ciência, lança em Itália a revista de conteúdo histórico-científico *Bulletino di Storia di Bibliografia e delle Scienze Matematiche e Fisiche* (1868 – 1887). Na Alemanha, é lançada a revista de ensaios históricos de matemática *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss Ihrer Anwendungen* (1877 – 1913), e, na Suécia, a revista histórico-matemática *Bibliotheca Mathematica* (1884 – 1914), publicada pelo historiador e matemático G. Eneström¹²⁸. Na Rússia, V. V. Bobynin¹²⁹ publicou a revista *Fiziko-matematicheskie nauki v ikh nastoyaschem e proshedshem*¹³⁰ (1884 – 1894), dedicada à matemática pura e aplicada, física e astronomia, bem como à história da matemática e da física.

No século XX teve início a divisão intensa das revistas genéricas de matemática em periódicos especializados em ramos particulares da matemática. Em Varsóvia, os matemáticos polacos W. Sierpiński¹³¹, S. Mazurkiewicz¹³² e Z. Janiszewski¹³³ fundaram a revista *Fundamenta Mathematicae* (desde 1920), dedicada às questões da teoria dos conjuntos e às suas aplicações. Em Lviv, começou a ser publicada a revista *Studia Mathematica* (desde 1929), editada pelos matemáticos polacos S. Banach¹³⁴ e H. Steinhaus¹³⁵ e especializada em problemas de análise funcional. Nos anos seguintes surgiram novas revistas matemáticas em disciplinas individuais, como por exemplo:

- *The Indian Journal of Statistics* (desde 1933) – Índia;
- *Acta Arithmetica* (desde 1935) – Polónia;
- *Journal of Symbolic Logic* (desde 1936) - Alemanha;
- *Tensor* (desde 1938) – Japão.

¹²⁷ Prince Baldassarre Boncompagni-Ludovisi (1821–1894) – matemático e historiador italiano, editou a primeira edição moderna da *Liber Abaci de Fibonacci*.

¹²⁸ Gustaf Hjalmar Eneström (1852-1923) – matemático sueco, estatístico e um dos principais historiadores da matemática.

¹²⁹ Viktor Viktorovich Bobynin (1849-1919) – matemático russo, historiador da matemática.

¹³⁰ em russo: *Физико-математические науки в их настоящем и прошлом*; em português: *Ciências físico-matemáticas no presente e no passado*.

¹³¹ Wacław Sierpiński (1882–1969) – matemático polaco.

¹³² Stefan Mazurkiewicz (1888–1945) – matemático polaco. Doutorado em matemática, orientado por Wacław Sierpiński.

¹³³ Zygmunt Janiszewski (1888–1920) – matemático polaco, estudou a partir de 1907 em Zurique, Munique, Göttingen, Paris, com doutorado em 1911 na Sorbonne, orientado por Henri Lebesgue.

¹³⁴ Stefan Banach (1892-1944) – matemático polaco. Na tentativa de generalizar equações integrais Banach também introduziu o conceito de espaços vetoriais normados, também chamados *Espaço de Banach*.

¹³⁵ Władysław Hugo Dyonizy Steinhaus (1887–1972) – matemático polaco.

A lista cronológica das revistas em ramos específicos da matemática de século XX apresentada em nota de rodapé¹³⁶.

3.5 Revistas bibliográficas e de resenhas

Na segunda metade do século XIX iniciou-se uma atividade informativa sobre os conteúdos dos trabalhos matemáticos (incluindo artigos de revistas) publicados em vários países do mundo, que, no início do século XX, assumiu a sua forma moderna: a publicação de revistas bibliográficas e de resenhas. A primeira revista desse tipo, que surgiu em 1869, foi *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik (JFM)*. A história desta revista encontra-se sucintamente descrita em (Göbel, 2008, 2011), fonte que se adota no que segue. O *JFM* nasce da necessidade crescente de se ter acesso à informação e de criar canais para a divulgação das novidades do mundo matemático. Foi criada por iniciativa de dois professores de liceu de Berlim, Carl Ohrtmann¹³⁷ e Felix Müller¹³⁸, que se inspiraram numa ideia semelhante dos físicos, tendo contado com o apoio de prestigiados matemáticos como K. Weierstrass, L. Kronecker¹³⁹, entre outros. Este anuário publicou-se até 1942, na editora *Verlag von Georg Reimer* (Göbel, 2008; 2011) e constituiu uma das primeiras iniciativas para internacionalizar, institucionalmente, os avanços da matemática. Os

¹³⁶ *Bulletin of Mathematical Statistics* (desde 1947) – Japão; *Calcutta Statistical Association Bulletin* (desde 1947) – Índia; *Operational Research Quarterly* (desde 1950) – Inglaterra; *Journal of the Royal Statistical Society. Series C* (desde 1952) – Inglaterra; *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* (desde 1955) – Alemanha; *Teoriia veroiatnostei i ee primeneniia* (em russo: *Теория вероятностей и её применения*; em português: *Teoria da Probabilidade e suas Aplicações*) (desde 1956) – URSS; *Metrika* (desde 1958) – Alemanha; *Funkcialaj Ekvacioj* (desde 1958) – Japão; *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* (em russo: *Журнал вычислительной математики и математической физики*; em português: *Revista de Matemática Computacional e Física Matemática*) (desde 1961) – URSS; *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete* (desde 1962) – Alemanha; *Topology* (desde 1962) – Inglaterra; *Journal of Algebra* (desde 1964) – EUA; *Journal of Applied Probability* (desde 1964) – Inglaterra; *Differentsial'nye uravneniya* (em russo: *Дифференциальные уравнения*; em português: *Equações Diferenciais*) (desde 1965) – URSS; *Journal of Differential Equations* (desde 1965) – EUA; *Journal of Combinatorial Theory* (desde 1966) – EUA; *Funktsional'nyy analiz i ego prilozheniya* (em russo: *Функциональный анализ и его приложения*; em português: *Análise Funcional e suas Aplicações*) (desde 1967) – URSS; *Journal of Differential Geometry* (desde 1967) – EUA; *Journal of Functional Analysis* (desde 1967) – EUA; *Journal of Number Theory* (desde 1969) – EUA; *Annals of Probability* (desde 1973) – EUA; *Annals of Statistics* (desde 1973) – EUA.

¹³⁷ Carl Ohrtmann (1839-1885) - matemático alemão.

¹³⁸ Hermann Felix Müller (1843-1928) - matemático e historiador da matemática alemão.

¹³⁹ Leopold Kronecker (1823-1891) - matemático alemão, fez grandes contribuições sobre as funções elíticas e a teoria dos números algébricos.

editores C. Orthmann and F. Müller descreveram os objetivos da revista no preâmbulo da primeira edição:

(...) Our intention was on the one hand: To provide a tool for those who are not able to follow all publications on the comprehensive field of mathematics, and to gain a general overview about the development of the science. On the other hand it should help the active scientist to find known facts
(...) (Göbel, 2008).

O *JFM* tinha por objetivo apresentar cada ano resenhas de todos os artigos matemáticos publicados no ano anterior. Mas este objetivo nem sempre foi cumprido. O primeiro volume, que contém dados sobre 889 artigos publicados em 78 revistas científicas europeias no ano de 1868, apenas surgiu em 1871. Além disso foi por vezes necessário juntar dados de vários anos num mesmo volume.

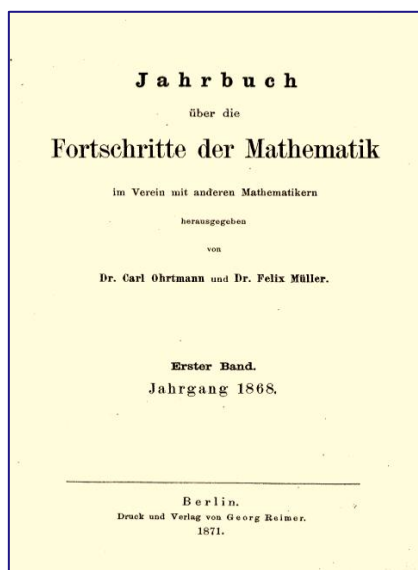


Ilustração 37 – Capa de primeiro volume de *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, publicado em 1871, contendo artigos de 1868.

Ao todo, foram publicados sessenta e oito exemplares do *JFM* entre 1869 e 1943, que cobriram mais de 200.000 publicações matemáticas.

Desde o início, os editores da *JFM* definiram uma classificação, que foi

subsequentemente melhorada. Como foi referenciado no livro de Ph. Davis e R. Hersh *The Mathematical Experience*, começando no primeiro volume, todas as resenhas foram distribuídas por doze categorias, com trinta e oito subcategorias.¹⁴⁰ (Davis & Hersh, 1998, p. 29):

Subdivisions of the “Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik”, 1868.

- *History and Philosophy*
- *Algebra*
- *Number Theory*
- *Probability*
- *Series*
- *Differential and Integral Calculus*
- *Theory of Functions*
- *Analytic Geometry*
- *Mechanics*
- *Mathematical Physics*
- *Geodesy and Astronomy*

O *JFM* tornou-se uma importante ferramenta para a investigação matemática em todo o mundo, cuja utilidade ultrapassou o seu tempo. Os grossos volumes anuais, escritos sobretudo em alemão, foram largamente usados pelos matemáticos de todo o mundo durante décadas após a sua extinção. O número de resenhistas, dezasseis na altura da sua fundação, subiu para cerca de trezentos por volume nos anos trinta (Göbel, 2008). Cerca de dois terços eram alemães, os restantes eram de outros países, mas sobretudo europeus. As resenhas eram quase sempre relatórios curtos (duas a dez frases) e objetivos sobre os conteúdos dos artigos ou dos livros. Informavam o leitor sobre o conteúdo das publicações, mas não pretendiam transmitir a opinião dos resenhistas sobre esse mesmo conteúdo. No entanto, muitas vezes os resenhistas não se continham e emitiam as suas opiniões, tanto negativas como positivas (Siegmund-Schultze, 1993), (Teschke, et al., 2011)

Ao contrário do que acontecia com outras revistas bibliográficas, os colaboradores do *Jahrbuch* não eram resenhistas profissionais, mas sim investigadores geralmente ativos. Entre eles estavam matemáticos hoje em dia bem conhecidos, como por exemplo: Gregor

¹⁴⁰ O *Zentralblatt-MATH* (sucessor do *JFM*) tem hoje mais de 3400 subcategorias (MSC 2010).

Fichtenholz, David Hilbert, Adolf Hurwitz, Erich Kamke, Felix Klein, Edmund Landau, Sophus Lie, Hermann Minkowski, Magnus Mittag-Leffler, Wladimir Smirnow, entre outros.

Uma vez que a elaboração de resenhas, não só permitiu o registo da produção científica, mas também foi acompanhada por uma classificação eficiente e periodicamente atualizada, o *JFM* ganhou considerável influência sobre matemática do seu tempo, já que permitia, por exemplo, identificar correntes e tendências em desenvolvimento ou mesmo centros matemáticos de maior importância.

(...) The most important aid to judge contemporaneous work is furnished by a German publication known as the *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* (Miller, 1912, p. 886).

Nesse tempo, o *JFM* tinha quase uma posição de monopólio porque não havia mais nenhuma revista a fazer o mesmo trabalho de resenhas de obras matemáticas. Projetos semelhantes foram levados a cabo apenas mais tarde em França, na Holanda e no Reino Unido.

Os colaboradores ganhavam um *Reichsmark* por resenha – o que não é um grande salário. Além disso, os primeiros editores do *JFM* trabalhavam de forma voluntária e em horário extra-laboral. O seu sucessor, Max Henoch, editor de 1883 até 1887, apoiou a publicação por meios próprios, doando mesmo a sua herança para a publicação do *JFM*.

O volume 68 (de 1942) do *JFM* foi o último volume impresso até ao final da II Guerra Mundial. Depois da guerra o *JFM* foi descontinuado, pois a maior parte dos matemáticos considerava que o princípio de publicar resenhas apenas anualmente, estava desatualizado. O lugar do *JFM* foi ocupado pela revista *Zentralblatt* a partir de 1947.¹⁴¹

Desde 1881, os editores do *JFM* enviavam regularmente cartas a Gomes Teixeira com

¹⁴¹ Deve notar-se que, desde 1931, saiu a revista de resenhas *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete*, fundada por Otto Neugebauer (1899-1990). O objetivo desta revista era semelhante ao objetivo de *JFM*, era a publicação e divulgação de dados bibliográficos e resenhas de livros e artigos sobre todas as áreas da matemática e suas aplicações em ciências da computação, mecânica e física, mas de uma forma mais eficiente e atual. De 1998 a 2005 os artigos foram reclassificados de acordo com a *Mathematics Subject Classification* (MSC), o sistema de classificação introduzido pelos editores do *Mathematical Reviews*. A base de dados do *Zentralblatt* atualmente tem incorporado os 200 000 artigos do *JFM* de 1868 até 1942.

o pedido de informação sobre os trabalhos dos matemáticos publicados em Portugal e Espanha¹⁴². A análise desta revista permite-nos fazer um estudo quantitativo das publicações matemáticas dos portugueses e observar o aumento da popularidade da matemática portuguesa no mundo, em muito devido ao esforço de Gomes Teixeira. Esta questão é discutida mais pormenorizadamente no Capítulo 4.

Embora não tão bem sucedido como o projeto de *JFM*, surgiram mais tarde outras revistas bibliográficas e de resenhas em outros países, como já foi mencionado. Um exemplo é a revista *Revue semestrielle des publications mathématiques*, (1893-1934), publicada pela *Société Mathématique d'Amsterdam* (Koninklijk Wiskundig Genootschap). Durante o período da existência da revista foram publicados 39 volumes. Cada volume contém cerca de 3000 referências bibliográficas. No prefácio de cada volume pode-se ler o seguinte (RSPM, 1895, p. 4):

Afin qu'il soit possible de réaliser de plus en plus le but: *faire connaître sans délai de quelque importance le titre et le contenu principal des mémoires mathématiques*, la rédaction de la *Revue semestrielle* prie MM. les Secrétaires des Sociétés savants et MM. les Rédacteurs des Journaux scientifiques d'envoyer un exemplaire de leurs publications par livraisons et par la poste aux collaborateurs chargés du dépouillement des Journaux, indiqués au verso du titre. De plus elle fait un appel spécial à la bienveillance des mathématiciens qui se servent de la langue russe ou d'une autre langue slave en priant MM. les Rédacteurs des Journaux scientifiques publiés en ces langues de joindre à cet envoi:

1. Une translation française des titres des mémoires precede d'une ou de plusieurs notations du système de classification,
2. Une analyse sommaire en langue française des mémoires.

Na sua estrutura, a revista *Revue semestrielle des publications mathématiques* era muito semelhante à revista *JFM*. Na *Revue semestrielle* foram publicados resumos dos artigos, indicando a respetiva revista de origem, o autor e o nome do resenhista.

¹⁴² Ver Anexo B, pp. 397 - 401.

C 2 j. P. TCHEBYCHEW. Angenäherte Darstellung der Quadratwurzel einer Veränderlichen mittelst einfacher Brüche. Anwendung eines vom Verfasser gefundenen Theorems zur Bestimmung der Grenzwerte von Integralen mit einem Radicale zweiten Grades (p. 113—132).

G 6 c. É. PICARD. Sur une classe de transcendentes nouvelles. (Premier mémoire). L'auteur montre l'existence de systèmes de m fonctions, uniformes dans tout le plan, n'ayant que des discontinuités polaires, et jouissant des propriétés suivantes: Elles admettent une période ω , et, par le changement de x en $x + \omega$, les m fonctions obtiennent des valeurs qui sont liées, par m équations birationnelles, aux valeurs originales. Application des méthodes d'approximation successive, connues dans la théorie des équations différentielles. Les fonctions doublement périodiques de seconde espèce servent de première approximation dans le cas que les m fonctions rationnelles sont remplacées par m polynômes. Alors le cas général est ramené au cas précédent. Rapprochement à un problème analogue, traité par M. Poincaré (p. 133—154).

D 1 b β . D. HILBERT. Ein Beitrag zur Theorie des Legendre'schen Polynoms. Es wird gezeigt, dass das bestimmte Integral des Quadrates einer ganzen ganzzahligen Function einen beliebig kleinen positiven Wert erhalten kann, wenn das Integrationsintervall kleiner als vier ist (p. 155—159).

Ilustração 38 – Resumos de artigos da revista *Acta Mathematica* (1894) publicados na revista *Revue semestrielle*, vol. III (1), p. 142, 1895.

A *Revue semestrielle* referiu 159 revistas provenientes de 17 países. Entre as resenhas publicadas encontravam-se as de artigos das únicas revistas portuguesas da área da matemática: *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*; *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* e *Memorias da Academia Real das Sciencias de Lisboa*.

No final de cada volume da *Revue semestrielle*, encontravam-se tabelas das revistas agrupadas por país, o que facilitava o uso das resenhas. Como exemplo, apresenta-se a seguir uma das tabelas publicadas no volume III, de 1895.

Bibliographie des Sciences Mathématiques. No qual se formou uma comissão composta pelos seguintes membros: Poincaré, Désiré André, Georges Humbert, Maurice d'Ocagne, Ch. Henry (França), E. Catalan (Bélgica), D. Bierens de Haan (Holanda), J. Lee Glaisher (Inglaterra), Gomes Teixeira (Portugal), E. Holst (Noruega), G. Valentin (Alemanha), E. Weyr (Áustria), G. Guccia (Itália), G. Eneström (Suécia), J. P. Gram (Dinamarca), B. N. Liguine (Rússia) e K. Stephanos (Grécia).

Entre 1885 e 1912 foram editados 20 fascículos de 100 páginas cada. Como se pode ler no artigo “*An Answer to the Growth of Mathematical Knowledge? The Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*” (Rollet & Nabonnand, 2003, p. 9):

(...) Between 1885 and 1912, more than 20,000 bibliographical references to mathematical works (articles, books, treatises, etc.) were identified, collected, and published, using a methodical and systematic classification.

This repertoire constitutes an important stage for the history of 19th century science. The reconstitution of its history represents an interpretative key for the study of the internationalisation of science. Moreover, it may be an essential source for investigations concerning the organisation of disciplinary frontiers within mathematical sciences. (...)

Os materiais catalogados no *Répertoire* dividiam-se em três áreas principais: análise matemática, geometria e matemática aplicada.

Nas bibliografias dos trabalhos franceses existem mais referências a matemáticos franceses, (Rollet & Nabonnand, 2003). Após os contributos das duas escolas líderes em matemática (francesa e alemã), os contributos das restantes escolas distribuíram-se pelas sociedades nacionais matemáticas. Na distribuição pelos países, no projeto francês observa-se uma seleção subjetiva de artigos para a bibliografia. Assim, durante a existência do projeto, Portugal apresenta-se significativamente a frente da Inglaterra (Rollet & Nabonnand, 2003, p. 13):

(...) Russia, Italy, Holland, Portugal, Belgium and Spain are the most significant suppliers. Although paradoxical, the absence of Great-Britain and United-States is not surprising since the two countries were engaged in a competing project, i. e. the International Catalogue of Scientific Literature. (...)

No total dos vinte fascículos do *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques* foram referenciados 181 artigos de matemáticos portugueses: 29 artigos de Gomes Teixeira (13 artigos em revistas portuguesas, 16 em revistas estrangeiras) e 152 artigos de outros matemáticos portugueses ¹⁴³.

A revista não tinha periodicidade rigorosa. No período de 1894 até 1895 foram editadas quatro séries. De 1896 até 1905 foram publicadas onze séries. De 1906 até 1912 foram editadas cinco séries.

O número de revistas referenciadas variava de país para país. Por exemplo: França - 5 revistas, Alemanha - 7 revistas, Áustria - 8 revistas e Portugal - 3 revistas (*Jornal de Ciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes; Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas; Memorias da Academia Real das Ciencias de Lisboa*).

Como se pode observar abaixo, na ilustração 40, as referências consistiam apenas no nome do autor, nome da publicação e nome da revista, sem incluir qualquer resenha do conteúdo.

¹⁴³ Gostaríamos de mencionar uma discrepância nos dados fornecidos pelos autores Rollet & Nabonnand, observada depois da análise pormenorizada do *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*. Depois do estudo de todos os volumes da revista, contaram-se no total 181 trabalhos de matemáticos portugueses. Além disso nota-se que no artigo dos mesmos autores *An Answer to the Growth of Mathematical Knowledge? The Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques* de Philippe Nabonnand & Laurent Rollet (2003), publicado em *European Mathematical Society Newsletter* (v. 47) fala-se de 421 referências bibliográficas oriundas de Portugal em 1900. Segundos os autores, este número é referido com base no trabalho de Charles Laisant, *Sur l'état d'avancement des travaux du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* (Laisant, 1900), publicado no ano 1900 na *Bibliotheca mathematica*, mas na verdade este artigo de Laisant não contém dados desta natureza.

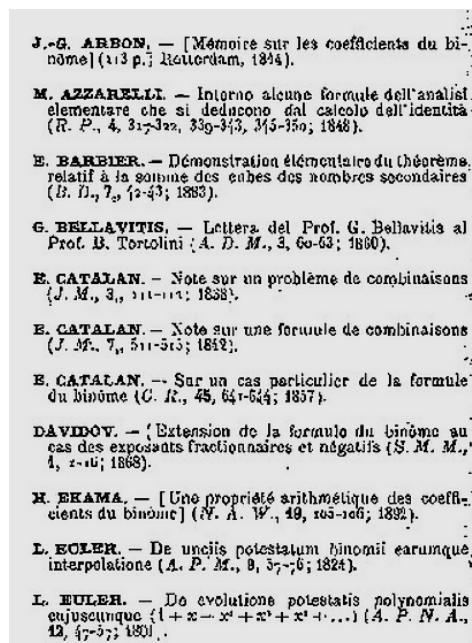


Ilustração 40 – Página 305 de *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématique*, 4ª série, 1895.

No que diz respeito a uma atividade semelhante na Grã-Bretanha, é de referir que a partir de 1867 até 1925 foi editado o catálogo *Catalogue of Scientific Papers* de Royal Society of London. Nos 19 volumes do *Catalogue* foram incluídos artigos de revistas diversas (não só da área da matemática) do período de 1800 ate 1900. Entre 1908 e 1914 foram publicados volumes de *Matemática Pura* (1908), de *Mecânica* (1909) e de *Física* (1912/1914).

Volume	Periodo de publicações	Periodo de publicação de <i>Catalogue</i>
1 - 6	1800 - 1863	1867 - 1872
7 - 8	1864 - 1873	1877 - 1879
9 - 11	1874 - 1883	1891 - 1896
12	1800 - 1883	1902
13 - 19	1884 - 1900	1914 - 1925

Ilustração 41 – Distribuição dos volumes do *Catalogue of Scientific Papers* da Royal Society of London por anos.

Na Rússia o panorama foi diferente. No período de 1885 – 1900, V. V. Bobynin publica a revista *Russkaya fiziko-matematicheskaya bibliografiya* (vol. 1 - 3). Em 1904 – 1917 é publicada a revista *Russkaya bibliografiya po estestvoznaniyu i matematike*¹⁴⁴, (vol. 1 - 9).

O destino do *JFM* foi trágico. Em 1931, por razões editoriais e políticas (uma vez que o *JFM* contava com bastantes colaboradores de origem judaica), foi iniciada, em paralelo, a edição da revista *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete*¹⁴⁵ (Teschke, et al., 2011) que ainda hoje se publica.

De 1939 a 1941 publicou-se a revista russa *Fiziko-matematicheskij referativnyj zhurnal*¹⁴⁶. Em 1940, essencialmente apoiada na comunidade de matemáticos alemães emigrados para os Estados Unidos, surgiu a revista *Mathematical Reviews*, ainda hoje em publicação. A partir de 1953, retomando a atividade da sua antecessora, interrompida pela II Guerra Mundial, surge uma nova revista russa, agora apenas dedicada à área matemática: *Referativnyj zurnal: Matematika*¹⁴⁷.

3.6 Revistas dedicadas a temas da Matemática Elementar

As revistas científicas e metodológicas de matemática, dedicadas ao ensino da matemática nos estabelecimentos de ensino secundário e superior, constituem um grupo bem individualizado. O seu número tem vindo a aumentar ao longo dos últimos dois séculos, acompanhado pela divulgação do conhecimento matemático, como comprova a lista de revistas existentes em alguns países:

- França: *Journal de Mathématiques Élémentaires* (desde 1877), *Revue de mathématiques spéciales* (desde 1890), *Education mathématique* (desde 1898), *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement*

¹⁴⁴ Em russo: *Русская библиография по естествознанию и математике*; em português: *Bibliografia russa sobre ciências naturais e matemática*.

¹⁴⁵ Em português: *Revista Central para a Matemática e suas Áreas Fronteiriças*.

¹⁴⁶ Em russo: *Физико-математический реферативный журнал*; em português: *Jornal de resenhas físico-matemáticas*.

¹⁴⁷ Em russo: *Реферативный журнал: Математика*; em português: *Jornal de resenhas: Matemática*.

publics (desde 1920);

- Reino Unido: *Mathematical Questions and Solutions from the Educational Times* (desde 1863), *The Mathematical Gazette* (desde 1894);
- EUA: *American Mathematical Monthly* (desde 1894), *Mathematics Teacher* (desde 1908), *Mathematics Magazine* (desde 1947);
- Alemanha: *Zeitschrift für Mathematischen und Naturwissenschaften Unterricht* (desde 1870), *Euclides* (desde 1925), *Archimedes* (desde 1948), *Praxis der Mathematik* (desde 1959), *Mathematik in der Schule* (desde 1963);
- Suíça: *L'Enseignement Mathématique* (desde 1899);
- Rússia: *Vestnik opytnoj fiziki i elementarnoj matematiki*¹⁴⁸ (1886 – 1917), *Matematika v shkole*¹⁴⁹ (desde 1934);
- Itália: *La Matematica Elementare* (desde 1931);
- Holanda: *De Beoefenaar der Wiskunde* (desde 1865), *Archimedes: Tijdschrift voor Lagere Wiskunde* (desde 1892);
- Austrália: *The Australian Mathematics Teacher* (desde 1945)
- República Checa: *Mathematika ve škole* (desde 1951);
- Noruega: *Nordiskmatematisk tidsskrift* (desde 1953);
- Hungria: *Középiskolai Matematikai Lapok* (desde 1894), *A matematika tanítása* (desde 1953).

Na Península Ibérica foi publicada a revista espanhola *Periodico Mensual de Ciencias Matemáticas y Físicas* (desde 1848) e a revista portuguesa *Jornal de Matemática Elementar* (1883), que existiu menos de um ano (Monteiro, 1943). Mas cem anos depois, no ano 2004, Dr. Sérgio Macias Marques começou a editar de novo com o mesmo *layout* (assunto) e continuando a sua numeração o *Jornal de Matemática Elementar*:

(...) o *JME (Jornal de Matemática Elementar)* foi fundado em 1 de Novembro de 1883; tratava-se de um jornal totalmente manuscrito tendo apenas problemas dos chamados ramos da matemática elementar (aritmética, geometria, álgebra, trigonometria) uns resolvidos, outros para serem

¹⁴⁸ em russo: *Вестник опытной физики и элементарной математики*; em português: *Boletim de Física Experimental e Matemática Elementar*.

¹⁴⁹ em russo: *Математика в школе*; em português: *A Matemática na Escola*.

resolvidos pelos leitores; não se sabe quem era(m) o(s) seu(s) auto(res), saía quinzenalmente nos dias 1 e 15 de cada mês, mas teve uma curta existência. (...) (*Jornal de Matemática Elementar: Um jornal com mais de cem anos*, Gazeta de Matematica, Julho 2004, nº 147, p. 4). (Marques, 2004)

Merece destacar uma das revistas, mais concretamente *L'Enseignement Mathématique*, que começou a ser publicada bimensalmente a partir de 1899 (Furinghetti, 2003).

(...) Behind the ideas of internationalism and solidarity expressed in the journal there lay social and political ideals, very much alive in society at the time of its foundation, but which slowly withered away in the new century. (...) (Furinghetti, 2003, p. 23).

A revista *L'Enseignement Mathématique* foi fundada por Charles-Ange Laisant¹⁵⁰ e Henri Fehr¹⁵¹ e aceitava artigos numa das línguas oficiais do Congresso Internacional de Matemáticos (inglês, francês, alemão e italiano, embora a maioria dos artigos fosse publicada em francês).

(...) The first prefaces of *L'Enseignement Mathématique* show that Fehr and Laisant also wanted to associate the world of teaching to the “great movement of scientific solidarity” which was emerging at the end of the 19th century, notably through the organization of international meetings such as the first International Congress of Mathematicians held in Zurich in 1897. The journal immediately obtained important successes, as is testified by the gold medal at the World Fair of Brussels in 1905. (...) (Coray & Hodgson, 2003, pp. 11-12)

A necessidade de reforma da educação, que foi discutida nas páginas da revista, levou à criação do *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Isso aconteceu em Roma, no IV Congresso Internacional de Matemáticos, em 1908. ICMI, desde o seu início, em 1908, teve como órgão oficial *L'Enseignement Mathématique*:

¹⁵⁰ Charles-Ange Laisant (1841-1920) - político francês, foi educado na École Polytechnique, como engenheiro militar.

¹⁵¹ Henri Fehr (1870 - 1954) - matemático suíço. Ele foi o fundador da revista *Commentarii mathematici Helvetici* e da revista *L'Enseignement mathématique*, juntamente com Charles-Ange Laisant.

(...) *L'Enseignement Mathématique* servira d'organe à la *Commission*, dont la tâche se rattache très intimément à celle que poursuit notre revue internationale depuis dix ans. (...) (CIEM, 1908).

Fehr, como um dos fundadores da revista, é o autor de muitos artigos sobre o ensino de matemática. Nas suas obras, ele chamou a atenção para os seguintes pontos importantes (Furinghetti, 2003):

- innovations in the mathematical programmes and their links with the development of science and technology, as an echo of what was happening in many countries;
- the relationship between pure and applied mathematics and its influence on the mathematics teaching;
- the education of mathematics teachers;
- new trends in mathematics teaching. (...) (Furinghetti, 2003, p. 26)

O objetivo internacional da revista foi definido no seu primeiro volume, referindo como exemplo os artigos de Z. G. de Galdeano (Galdeano, 1899) sobre o ensino da matemática na Espanha e de V. Bobynin (Bobynin, 1899) sobre a história do ensino da matemática na Rússia.

Já no volume VII da revista, em 1905, um artigo escrito pelos próprios editores, define mais concretamente os seus objetivos. Nesse artigo encontra-se um apelo a todos os leitores para discutir os seguintes assuntos (Loria & Borel, 1905, pp. 382-383):

1. *Quels sont les progrès à réaliser dans l'organisation de l'enseignement des mathématiques purs.*
2. *Quelle est le rôle que doivent jouer les établissements supérieurs dans la préparation des maîtres de mathématiques des écoles moyennes.*
3. *Comment organiser l'enseignement mathématique de manière qu'il réponde, mieux que par le passé, aux besoins des autres branches scientifiques purs et appliquées.*

Até 1914 esta revista tinha um *Comité de Patronagem*. A análise dos nomes dos membros deste *Comité* evidencia claramente a sua natureza internacional, e, também, a ligação existente entre os diferentes matemáticos da época.

Como escreveu F. Furinghetti no seu artigo *Mathematical instruction in an international perspective: The contribution of the journal L'Enseignement Mathématique* (Furinghetti, 2003, p. 20):

(...) A cette époque, le «*Comité de patronage*» du journal comprenait des personnages importants du milieu mathématique (directeurs de revues mathématiques, historiens, mathématiciens), tous avec un intérêt marqué pour les problèmes liés à l'éducation mathématique. Le journal publiait

- des articles généraux,
- des nouvelles du monde académique,
- des annonces bibliographiques et des comptes rendus de livres, articles et conférences,
- des correspondances diverses,
- des enquêtes lancées par le journal, ainsi que les résultats accompagnés de commentaires. (...)

Paul Appell, Paris	Gösta Magnus Mittag-Leffler, Stockholm
Nicolas Bougaiev (Bougajeff), Moscow (until 1903)	Gabriel Oltramare, Geneva (until 1906)
Moritz Benedikt Cantor, Heidelberg	Julius Peter Christian Petersen, Copenhagen (until 1910)
Luigi Cremona, Rome (until 1903)	Émile Charles Picard, Paris
Emanuel Czuber, Vienna	Henri Jules Poincaré, Paris (until 1912)
Zoel Garcia de Galdeano y Yanguas, Zaragoza	Pieter Hendrik Schoute, Groningen (until 1913)
Alfred George Greenhill, Woolwich, England	Kyparissos Stephanos, Athens
Felix Klein, Göttingen	Francisco Gomes Teixeira, Porto
Valerian Nikolajwitsch Liguine (Ligin), Warsaw (until 1900)	Alexandr Wassiljewitsch Vassilief (Wassilief), Kazan
Paul Mansion, Gent	Alexander Ziwet, Ann Arbor, Michigan

Ilustração 42 – Primeiro *Comité de Patronage* da revista *L'Enseignement Mathématique* de 1899, mais tarde surgiram novos membros: em 1904 Vasilij Petrovich Ermakof (Kiev); Andrew Russell Forsyth (Cambridge); Gino Loria (Genova); David Eugene Smith (New York); em 1907 Jérôme Franel (Zürich) (Furinghetti, 2003).

Entre os autores que publicaram no *L'Enseignement Mathématique* contavam-se diversos matemáticos conhecidos pelos seus trabalhos nas diversas áreas da matemática, como por exemplo: G. Loria, A. Smith, E. Borel, C. Bourlet, G. Darboux, F. Enriques, M. Frechet, Z. G. de Galdeano, J. Hadamard, D. Hilbert, F. Klein, H. Lebesgue, B. Levi, C. Méray, P. Painlevé, H. Poincaré, Gomes Teixeira, H. Weyl, etc.

Desde o momento da sua existência, a revista tem realizado um grande contributo para a comunidade matemática. *L'Enseignement Mathématique* é o vínculo, entre os matemáticos - professores e matemáticos - investigadores, é uma ponte entre a ciência e a pedagogia. Nas páginas da revista foram publicados e discutidos problemas das áreas de matemática elementar, matemática superior e história de matemática. Esta revista também acabou por ser uma ligação entre a matemática e outras ciências, como, por exemplo, a filosofia e a psicologia.

3.7 Nota final

Neste capítulo apresentámos de forma cronológica a fundação de revistas científicas, com particular relevo para as revistas europeias. Considerámos as revistas científicas que publicavam, entre outros, artigos de matemática e, além disso, demos mais detalhes para algumas revistas. A criação destas últimas, impulsionada entre a segunda metade do século XVIII e o início do século XX, proporcionou um intercâmbio internacional de artigos matemáticos. Como se pode observar do que foi anteriormente escrito, nos diversos países começaram a ser editadas revistas matemáticas. Um dos mais importantes objetivos dessas revistas era o estabelecimento de contactos com matemáticos estrangeiros. Desta forma, cada revista tentava publicar trabalhos de autores estrangeiros, assim como informação sobre os mais recentes desenvolvimentos na área da matemática de revistas internacionais diversos.

No final dos séculos XIX e início do XX a quantidade de revistas matemáticas aumentou de uma forma muito significativa em todos os países. Isto levou à criação de novas revistas especializadas, que se dedicavam à tarefa de informar de uma forma sucinta os matemáticos relativamente a novos desenvolvimentos na área da matemática. Desta forma começaram a ser publicadas revistas bibliográficas e revistas de resenhas. Assim surgiu uma nova forma de comunicação entre os matemáticos europeus, que potenciou a solidificação de ligações científicas entre diferentes países e também o aparecimento de grupos intelectuais com interesses comuns partilhando a paixão pela matemática. A leitura das recessões implicou, por exemplo, solicitações diretas aos autores de artigos em causa,

evitando compras privadas de revistas ou colmatando a falta de revistas nas instituições dos requerentes.

Parece legítimo concluir que as revistas científicas em geral, e em particular revistas matemáticas, contribuíram significativamente para o desenvolvimento de uma comunidade matemática internacional e desta forma para a internacionalização global da ciência.

Capítulo 4. O *Jornal de Teixeira* e seu papel na colaboração com a comunidade matemática na Europa

4.1 Introdução

Neste capítulo, focamos a nossa atenção no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, analisando a sua evolução como revista de natureza científica. Observamos, de um volume para outro, as alterações no conteúdo dos artigos e no número de autores estrangeiros. Assim verificamos que o *Jornal de Teixeira* sofreu uma transformação, deixando de ser uma revista nacional para passar a ser revista internacional, tornando-se conhecido fora de Portugal e tendo sido objeto de referências em diversas publicações estrangeiras.

Através da correspondência pessoal de Gomes Teixeira, podemos observar um processo de intercâmbio entre a sua revista e diferentes revistas europeias, algumas das quais criadas já depois do nascimento do *Jornal de Teixeira*. Este intercâmbio contribuiu para dar a conhecer a matemática portuguesa além fronteiras e integrar Portugal no processo de formação de uma comunidade matemática internacional.

O *Jornal de Teixeira*, como primeira revista científica na área da Matemática em Portugal, chamou a atenção de variados autores, tanto portugueses (Saraiva, 2004), (Rodrigues, 2000), como estrangeiros (Ortiz, 1996), que sobre ele escreveram artigos. São ainda de salientar as referências feitas a este *Jornal* na tese de doutoramento de G. Alves (Alves, 2004).

Nas obras acima referidas, fala-se sobre a importância da revista na época e sobre as condições que condicionaram o seu aparecimento. Menciona-se também o papel desta revista como elo de ligação entre matemáticos de países diferentes, e analisa-se o conteúdo e os colaboradores da revista (Alves, 2004), (Saraiva, 2004), (Rodrigues, 2000). Em particular, G. Alves centrou-se nos aspetos biográficos, percurso académico, fundação de revista, não analisando o papel fundamental da internacionalização da revista.

A obra de G. Alves centrou-se em Gomes Teixeira no seu aspecto biográfico, percurso académico, fundação de revista, mas não analisando o papel fundamental da internacionalização da revista.

No nosso trabalho, analisámos o *Jornal de Teixeira* como elo de internacionalização, seguindo a abordagem de L. Saraiva no artigo *O início da actividade científica de Francisco Gomes Teixeira (1851–1933)*, (Saraiva, 2004), onde apenas foram analisados três volumes, mas considerando a totalidade dos volumes publicados.

Levamos também a cabo uma análise quantitativa dos artigos escritos por portugueses e por estrangeiros e uma análise quantitativa dos autores, tendo em vista estudar a internacionalização dos colaboradores. Nesta linha, analisámos igualmente o número de artigos escritos em língua estrangeira¹⁵².

Investigámos o cumprimento da periodicidade prevista para a revista, usando métodos diferentes de G. Alves¹⁵³, o que nos fez chegar a outros resultados.

Investigámos também em pormenor a colaboração de Gomes Teixeira com a revista de resenhas *Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik*, que incluiu a elaboração de resenhas de todas as publicações dos matemáticos portugueses na sua época. Até hoje ainda não tinha sido realizado nenhum trabalho pormenorizado sobre esta colaboração.

Paralelamente, registámos o número de artigos publicados por matemáticos portugueses no *Jornal de Teixeira*, que por ele foram enviados para o *JFM*,

¹⁵² G. Alves fez referência a artigos escritos em francês e deu dois exemplos de artigos escritos em italiano: Gino Loria publicou o trabalho “Nota sulla moltiplicazione di due determinanti” (vol. VII, p. 101) e Davide Besso apresentou a memória “Di alcune formole relative alla funzione sferica $P_n(a)$ ” (vol. XII, p. 65). Não referiu artigos noutras línguas nem mencionou os artigos de portugueses escritos noutras línguas.

¹⁵³ A conclusão sobre a periodicidade da revista foi baseada no conteúdo dos fascículos e na data do início e do fim do primeiro volume. Concluiu por isso, que o primeiro volume tinha só 11 fascículos (Alves, 2004, p. 175). A nossa análise não coincidiu com a dela, uma vez que concluímos que podia ter 12.

Além disso apresentámos a análise da evolução cronológica do número de publicações de matemáticos portugueses em revistas estrangeiras¹⁵⁴.

4.2 Revistas científicas generalistas em Portugal anteriores ao *Jornal de Teixeira*

Em 1720, D. João V fundou por decreto a Academia Real da História Portuguesa em Lisboa, que existiu até 1776¹⁵⁵. Durante o período de 1721-1736 a Academia da História publicou 15 volumes da revista genérica *Memórias da Academia Real da História Portuguesa*, que incluía trabalhos sobre temas históricos e monografias individuais escritas pelos seus membros. Esta revista foi o primeiro periódico académico em Portugal.

A Academia Real da História Portuguesa foi a precursora da *Academia Real das Sciencias de Lisboa*, criada em 1779, hoje denominada Academia das Ciências de Lisboa. As primeiras publicações matemáticas, que hoje em dia podem ser classificadas como artigos científicos, surgiram na primeira edição de 1780 - 1788 da nova revista académica *Memórias da Real Academia das Sciencias de Lisboa*, publicada em 1797.

(...) A 1ª Série das *Memorias* da Academia tem lugar entre 1797 e 1839. Nestes 42 anos são publicados 12 tomos, 8 deles em 2 volumes, ou seja, um total de 20 volumes em 42 anos, uma média de menos de um volume por cada dois anos. Nestes 20 volumes há 34 artigos de Matemática, 6 dos quais são sobre temas de História da Matemática. (...) (Saraiva, 2004, p. 163).

Até ao final do século XIX a Academia publicou 38 volumes das *Memórias*, dedicados à matemática, física e ciências naturais. F. R. Dias Agudo apresentou, num dos seus trabalhos (Dias Agudo, 1986), uma análise detalhada das publicações científicas deste período.

Mais tarde, em 1866, sob os auspícios da Academia foi criada a revista *Jornal de*

¹⁵⁴ Análise baseia-se nas obras de R. Guimarães e no *JFM*.

¹⁵⁵ Em 1936, a Academia de História foi reconstituída com o nome Academia Portuguesa da História.

Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes. A revista foi publicada de forma irregular até 1927. Apesar da publicação ocasional de trabalhos matemáticos, a história da ciência constituía a principal orientação da revista.

(...) A publicação deste jornal mantém-se um tanto irregular, oscilando entre um e três números por ano, tendo saído dois volumes nos últimos cinco anos estudados, num total de 28 volumes em 14 anos. (...) (Saraiva, 2004, p. 169).

As edições das *Memórias da Real Academia das Sciencias de Lisboa* e do *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes* surgiam com um atraso significativo (de alguns anos) e muitas vezes continham trabalhos originais em matemática, apresentados muito antes nas reuniões da Academia. Este atraso no tempo de publicação e, sobretudo, a utilização de trabalhos escritos exclusivamente em português conduziam frequentemente a uma perda da prioridade na autoria dos resultados apresentados pelos matemáticos portugueses. Muitas das investigações em matemática foram realizadas em vários países da Europa de forma independente e simultânea. Por isso o facto de cientistas de diferentes países chegarem ao mesmo resultado quase simultaneamente não é de todo surpreendente. Como consequência desta situação, investigações matemáticas efetuadas mais tarde, eram por vezes publicadas mais cedo noutras revistas, e dessa forma ganhavam a prioridade em termos de publicação¹⁵⁶. De acordo com Gomes Teixeira (Teixeira, 1934), o isolamento científico de Portugal foi a outra razão importante de perda da prioridade científica de matemáticos portugueses, publicados na sua própria língua.

¹⁵⁶ Exemplos típicos da perda de prioridade: o astrónomo português J. Monteiro da Rocha (1734-1819), que desempenhou um papel importante no desenvolvimento da matemática em Portugal, em 1782 apresentou na Academia das Ciências de Lisboa o seu trabalho *Determinação das Órbitas dos Cometas*, que foi publicado em 1799 no segundo volume das *Memórias*, enquanto que astrónomo alemão H. Olbers tinha publicado os cálculos similares em 1787. O método geral para resolução das equações algébricas do quarto grau foi publicado por S. Magiochi em 1821 no sétimo volume das *Memorias* e, em 1826 T. Oliver obteve um método similar de solução, publicado no *Crelle's Journal* sem quaisquer referências aos resultados originais de Magiochi. Um método numérico da resolução de equações algébricas de qualquer grau, apresentado em 1794 à Academia pelo matemático português Dantas Pereira e publicado em português em 1799 no segundo volume das *Memorias*, foi desenvolvido independentemente por W. G. Horner e publicado em 1819 na *Philosophical Transactions of the Royal Society*. O matemático português, D. A. da Silva (1814 - 1878) publicou em 1851 (novamente, em português) os resultados originais do seu trabalho sobre a rotação das forças em torno dos pontos de aplicação, que anteciparam os resultados do trabalho, apresentado por J. G. Darboux à Academia das Ciências de Paris em 1876. Outra contribuição relevante de D. A. da Silva na teoria dos números, publicada nas *Memórias* em 1854, de novo permaneceu desconhecida, porque em 1861, o irlandês H. J. Smith publicou resultados semelhantes no *Philosophical Transactions of the Royal Society* (Dias Agudo, 1986).

Em 1852, na Universidade de Coimbra, foi fundado o *Instituto de Coimbra*, com base em membros do *Clube dos Lentes*, que existiu até 1982. Seguindo as novas ideias liberais do período da Regeneração na segunda metade do século XIX, o *Instituto*, que se considerava de facto como uma academia, declarou entre as suas tarefas principais a difusão e o desenvolvimento da ciência, das letras e das artes, bem como a restauração da cultura portuguesa. Foi criado num momento em que a política liberal precisava de aplicação prática e a educação pública requeria especial atenção. Um ano depois, em 1853, O *Instituto de Coimbra* recebeu o primeiro apoio do governo: foi autorizada a edição de uma revista pela *Imprensa da Universidade* com financiamento do estado¹⁵⁷. Esta revista, intitulada *O Instituto: Revista científica e literária*, saiu até 1981. No total foram publicados 141 volumes. A revista não era dedicada à matemática, embora às vezes publicasse artigos (maioritariamente didáticos) de professores da matemática da Universidade (Carvalho e Silva, 2000).

Como observado por L. Saraiva (Saraiva, 2000), após as reformas radicais do ensino universitário, realizadas por Marquês de Pombal em 1772, o surgimento da Faculdade de Matemática na Universidade de Coimbra não teve efeito significativo no desenvolvimento da matemática em Portugal nos primeiros três quartos do século XIX. No entanto, segundo (Carvalho e Silva, 2000), esta Faculdade caracterizou-se por uma grande qualidade em termos de ensino e uma preocupação assinalável pela investigação, mostrando uma atualização notável em relação à matemática que se ia fazendo no estrangeiro, apesar de não ter produzido muita matemática nova, devido sobretudo aos condicionalismos da época. Durante este período, as publicações matemáticas na revista *O Instituto* refletiam a situação na Faculdade de Matemática.

Uma análise detalhada dos *Princípios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha foi realizada por A. P. Yushkevich (Yushkevich, 1972; 1973; 1979), que estudou a hipótese de este ter antecipado a dedução do critério de convergência proposto A. L. Cauchy, em 1821, no curso de análise *Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique* (Cauchy, 1821), também conhecido como critério de Bolzano-Cauchy (Fichtenholz, 1962). A questão sobre a prioridade de Anastácio da Cunha foi inicialmente levantada pelo matemático português

¹⁵⁷ A condição para o financiamento da revista consistia na alocação de metade do seu conteúdo para publicação dos relatórios do Conselho Superior de Instrução Pública e das listas de professores nomeados para o ensino primário, secundário e superior em todo o país.

V. Gonçalves (Gonçalves, 1940). Yushkevich discute a opinião de Gonçalves e apresenta as suas dúvidas na prioridade explícita de Anastácio da Cunha. No entanto, assinala desde logo a falta da edição original dos *Princípios* tendo por isso sido forçado a usar a tradução francesa (Cunha, 1811), publicada por um aluno de Anastácio da Cunha, o matemático J. M. d'Abreu em 1811. Apesar de todas estas dificuldades, ainda pontualmente havia algum reconhecimento da obra de portugueses, como é o caso de um elogio feito por Gauss à definição de exponencial adotada por José Anastácio da Cunha.

4.3 O *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* - Jornal de Teixeira

Um dos melhores exemplos da conversão das publicações científicas e informativas do seu formato inicial para um formato moderno diz respeito à revista matemática portuguesa *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, criada por Gomes Teixeira em 1877.

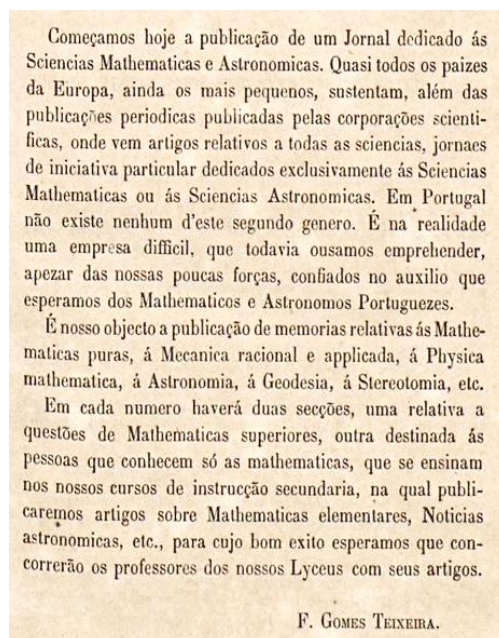


Ilustração 43 - Introdução do volume I do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, onde foram definidos objetivos da revista.

Nesta secção, apresenta-se a forma como evoluiu esta revista, a sua contribuição para a criação de uma comunidade matemática nacional em Portugal e, por outro lado, para dar a conhecer, aos matemáticos portugueses, matemáticos dos países mais avançados da Europa.

Os autores modernos (Teixeira, 1934; Saraiva, 2000; Leitão, 2004) notam que, apesar de a investigação matemática em Portugal nos séculos XVIII - XIX ser relativamente modesta e limitada, mesmo as escassas obras originais da época permaneceram desconhecidas da comunidade científica internacional e, conseqüentemente, perderam a sua prioridade científica. As principais razões desta situação foram:

- As restrições de língua (publicações somente em português),
- O isolamento tradicional do país (criado ainda na época da Inquisição),
- A posição geográfica periférica das Universidades portuguesas e das Academias de Ciências em relação aos centros intelectuais da Europa.

A meio da segunda metade do século XIX, a comunidade científica portuguesa estava ciente destes problemas, cuja resolução teria de passar, em primeiro lugar, pelo estabelecimento urgente de contactos internacionais e de intercâmbio científico (Castro Freire, 1872).

Foi nesta situação, que, em 1877, com o apoio académico e patrocínio do governo, surgiu a primeira revista matemática portuguesa *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, criada por Gomes Teixeira, e mais tarde conhecida como *Jornal de Teixeira*.

O patrocínio de cientistas e figuras culturais proeminentes (escritores, artistas, atores) pelos monarcas, governantes e elite da aristocracia é uma prática que tem profundas raízes históricas. No seu cerne reside o desejo dos potentados de reforçar a sua autoridade, atraindo intelectuais. São numerosos os exemplos destas práticas, entre os quais se contam de G. Galileu (que se mudou para Florença graças ao mecenato dos Médici), N. Copérnico e I. Newton. Estes patrocínios de cientistas eram particularmente desenvolvidos nos pequenos países, principados, condados, e cidades - repúblicas (Veneza, Génova). A realeza e aristocracia de Portugal não constituíram exceção. É lógico, que não colocamos Gomes Teixeira em pé de igualdade com I. Newton, G. Galileu, ou G. Leibniz, mas no seu caso existem alguns sinais de patrocínio da corte real e do governo. Jovem e ativo, o matemático Francisco Gomes Teixeira foi seleccionado e apoiado pela elite do governo real

de Portugal, que lhe confiou a criação da revista internacional necessária para melhorar o prestígio cultural do país.

Como já foi anteriormente referido, a revista era impressa na tipografia da Universidade de Coimbra (Imprensa da Universidade) às custas do estado, por ordem do Ministro do Reino J. L. Castro (Vilhena, 1936).

(...) Foi apresentada e admittida á discussão, em que falaram todos os vogaes presentes, a proposta seguinte:

Tendo na merecida consideração os mui importantes serviços que o nosso ilustre collega o Ex.mo D.or Francisco Gomes Teixeira presta á sciencia, á nação e particularmente á nossa faculdade com a publicação do seu Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas;

Attendendo ao facto, por todos triste e evidentemente reconhecido, de que a publicação d'esta indole, embora tenham benevola e grata acceitação no público scientifico, carecem da protecção official do estado; e invocando diversos precedentes outras publicações de merecimento inferior ao d'esta e menos reconhecido ainda;

Temos a honra de propor ao conselho da faculdade que represente com urgencia ao Governo de Sua Magestade a necessidade de subsidiar e referida publicação; e especialmente requeira que ella seja impressa na imprensa da universidade á custa do estado (...) (*Livro de Actas da Congregação do Conselho da Faculdade de Mathematica, 1871 – 1886*; Arquivo da Universidade de Coimbra).

Salientamos, que foi a primeira e única revista matemática na Península Ibérica que ficou conhecida sob o nome do seu criador, *Jornal de Teixeira*, tendo sido publicada com diferentes intervalos até 1905.

Durante este período saíram 15 volumes, cada um deles contendo vários fascículos do periódico. Os objetivos da revista foram declarados logo no início do primeiro volume: consistiam em quebrar o isolamento matemático de Portugal e estabelecer contactos diretos com os matemáticos de outros países. Para atingir estes objetivos foi alterada a tradição da publicação exclusiva em língua portuguesa. Entre as publicações da revista podem ser encontrados artigos escritos em francês, italiano e, evidentemente, em português. Alguns matemáticos portugueses publicaram os seus trabalhos em francês (como acontecia frequentemente com Gomes Teixeira), mas a língua portuguesa permaneceu a principal língua usada nas publicações. Como no seu tempo era normal, os artigos submetidos para a

publicação, não eram objeto de uma revisão prévia por peritos independentes. Podemos supor que este trabalho era assumido exclusivamente pelo editor, Gomes Teixeira. Devemos admitir que o lançamento de *Jornal de Teixeira* deu o seu resultado positivo, visto que a fraca e isolada comunidade portuguesa de matemática respondeu imediatamente à saída da revista com novas publicações. Segundo L. Saraiva (Saraiva, 2000), no último trimestre do século XIX, após o surgimento da *Jornal de Teixeira*, começou a intensificar-se a atividade dos matemáticos portugueses (esta intensificação traduziu-se num aumento do número de publicações, mas nem sempre se refletiu num aumento da qualidade). É interessante a caracterização dos autores portugueses que submeteram os seus trabalhos à revista: para além de professores universitários de matemática, professores do liceu, professores de institutos politécnicos, engenheiros militares e professores de várias escolas militares foram também autores de artigos e comentários.

Para além de trabalhos de Gomes Teixeira, o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* publicou obras de matemáticos portugueses como F. Ponte Horta, Pedro Amorim Viana, A. Zeferino Cândido, A. Schiappa Monteiro, D. Pereira da Silva, B. Cabedo e R. Guimarães.

Os inúmeros contactos pessoais de Gomes Teixeira, a sua intensa correspondência com matemáticos de renome e o reconhecimento dos seus trabalhos, proporcionaram-lhe a oportunidade de se envolver nas revistas matemáticas de muitos países europeus: França, Alemanha, Itália, Rússia, Dinamarca, atual República Checa, Bélgica, Espanha, Suíça e Holanda. A primeira edição da revista incluía publicações de Ch. Hermite e G. Bellavitis. Depois o círculo expandiu-se, tendo sido acrescentados novos nomes nos volumes seguintes (alguns matemáticos são publicados várias vezes por ano no mesmo volume da revista). Assim, o *Jornal de Teixeira* publicou ainda trabalhos de Ch. Vallé Poussin¹⁵⁸, M. Lerch, E. Cesaro¹⁵⁹, G. Vivanti¹⁶⁰, M. Birger Hansted, M. d'Ocagne¹⁶¹, G. Loria¹⁶², C. Le

¹⁵⁸ Charles de la Vallé Poussin (1866-1962) - matemático francês, professor da Universidade de Louvain. Trabalhou na análise e na teoria analítica dos números.

¹⁵⁹ Ernesto Cesàro (1859—1906) - matemático italiano que atuou no campo da geometria diferencial. É conhecido pelo método de cálculo de séries divergentes, conhecido como *soma de Cesàro*.

¹⁶⁰ Giulio Vivanti (1859-1949) - matemático italiano. Sua pesquisa foi dedicada para as funções de variável complexa.

¹⁶¹ Philbert Maurice d'Ocagne (1862 - 1938) - matemático e engenheiro francês.

¹⁶² Gino Loria (1862-1954) - matemático italiano, editor do *Bolletino di bibliografia e storia delle scienze matematiche*, desde 1897. Membro da *Accademia dei Lincei* e da *Accademia delle Scienze di Torino*.

Paige¹⁶³, A. Gutzmer, G. Pirondini, Ed. Weyr¹⁶⁴, A. Bassani¹⁶⁵, H. Plamenewsky¹⁶⁶, S. Pincherle¹⁶⁷, H. Le Pont, R. Marcolongo¹⁶⁸, J. Durán Loriga¹⁶⁹, D. Besso, E. Lemoine¹⁷⁰, M. P. Schoute, H. Novarese, F. Sibirani¹⁷¹. Esta lista de autores, muitos dos quais também mantiveram correspondência científica com Gomes Teixeira, é o melhor sinal da internacionalização da revista. A participação estrangeira no *Jornal de Teixeira* permitiu aos matemáticos portugueses familiarizarem-se com as últimas tendências matemáticas internacionais. Aos poucos, o conteúdo da revista mudou. A revista científico-informativa das primeiras edições transformou-se numa revista científica que publicava artigos originais e bibliografia matemática atual.

O *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas* aceitava dois tipos de trabalhos para publicação: artigos científicos tal como hoje os conhecemos e cartas de correspondência matemática com o editor. O número de publicações do segundo tipo, que se apresentava na forma de excertos de cartas com resultados científicos, era muito maior.

Nos primeiros fascículos, existia ainda uma secção destinada a professores do ensino secundário, numa tentativa de atrair a submissão de contribuições por parte destes¹⁷². Mas provavelmente esta tentativa não foi bem sucedida, uma vez que desapareceu nas edições seguintes.

Para além disso, nos primeiros volumes da revista, eram colocados aos leitores problemas interessantes de matemática, sendo as melhores soluções publicadas na edição

¹⁶³ Constantin Marie Le Paige (1852 — 1929) - matemático belga, estudou a geometria de curvas e superfícies.

¹⁶⁴ Eduard Weyr (1852 - 1903) - matemático checo e professor universitário. Ele tratou principalmente geometria.

¹⁶⁵ Anselmo Bassani (1856 - 1911) - matemático italiano, professor na Academia Naval de Livorno. Ele também foi um dos fundadores de uma das primeiras associações de matemáticos na Itália. Autor de vários trabalhos de análise e de balística, a última geralmente em colaboração com G. Ronca.

¹⁶⁶ Hippolyte Plamenewsky - matemático, professor de um liceu perto de Tiflis, o único autor da Rússia que foi publicado no *Jornal de Teixeira*.

¹⁶⁷ Salvatore Pincherle (1853 - 1936) - matemático italiano que atuou no campo de análise funcional. Fundador da *Unione Matematica Italiana*.

¹⁶⁸ Roberto Marcolongo (1862 - 1943) - matemático italiano, conhecido por suas investigações em cálculo vetorial e física teórica.

¹⁶⁹ Juan Jacobo Durán Loriga (1854 - 1911) - matemático galego. Entre os matemáticos de renome internacional com os quais teve relação, podemos citar Henri Poincaré e Charles Hermite. Participou nos congressos de Saragoça e Valência, da *Associação Espanhola para o Progresso das Ciências*. Foi membro da Real Academia de Ciências de Madrid, sócio fundador da *Sociedade Matemática Espanhola*, *Société mathématique de France*, *Association Française pour l'avancement de Ciências*, *Circolo Matematico di Palermo*.

¹⁷⁰ Émile Michel Hyacinthe Lemoine (1840 — 1912) - engenheiro civil, matemático e geômetra francês.

¹⁷¹ Sibirani Philip (1880 - 1957) - matemático italiano. Ele publicou muitos trabalhos sobre matemática pura e aplicada, muitos dos quais foram coletadas após a sua morte no livro *Scritti matematici in onore di Filippo Sibirani*.

¹⁷² A primeira questão proposta foi assinada por Pereira Caldas, professor no "Lyceu de Braga", volume 1, pagina 48 de *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas*.

seguinte. Estes problemas eram propostos por diferentes matemáticos e apresentavam questões que na altura ainda se encontravam em aberto. A resolução destes problemas era em regra enviada por matemáticos portugueses, mas algumas das soluções foram propostas por Ch. Hermite e G. Bellavitis.

No *Jornal de Teixeira*, encontram-se igualmente trabalhos sobre história da matemática, biografias de matemáticos, bibliografia variada e informações sobre a realização de congressos (Alves, 2004). A partir do terceiro volume, surge no *Jornal* uma secção, *Bibliographia*, que incluía dados atualizados sobre publicações editadas em Portugal e no estrangeiro. A *Bibliographia* era preparada por Gomes Teixeira e, para além do nome do autor, título do trabalho e da revista, ou local de publicação, continha um breve resumo do conteúdo do mesmo. Com o desenvolvimento do *Jornal*, o número de artigos referenciados aumentou; porém, em alguns casos, os resumos não eram publicados.

4.3.1 Uma análise volume a volume

O *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* começou a ser editado em 1877. Inicialmente estava orientado quer para a matemática superior (o intercambio das ideias inovadoras através do *Jornal*, disseminação das últimas descobertas na área da matemática superior publicados nas outras revistas), quer para a matemática elementar, e também abordava áreas de mecânica, física matemática e astronomia (Teixeira, 1877, p. 3):

(...) Em cada numero haverá duas secções, uma relativa a questões de Mathematicas superiores, outra destinada ás pessoas que conhecem só as mathematicas, que se ensinam nos nossos cursos de instrucção secundaria, na qual publicaremos artigos sobre Mathematicas elementares, Noticias astronómicas, etc., para cujo bom êxito esperamos que concorrerão os professores dos nossos Lyceus com seus artigos. (...)

O primeiro volume do *Jornal* demorou um ano a ser composto. Baseando se nas publicações do primeiro volume, com grande probabilidade, podemos concluir que o

primeiro volume saiu até aos meados de 1878¹⁷³. Já no primeiro volume podemos claramente observar a estrutura do *Jornal*, planeada pelo Gomes Teixeira. O *Jornal* tem duas secções: a secção I contém problemas de Matemática superior, a secção II é “... destinada às pessoas que conhecem só as mathematicas, que se ensinam nos nossos cursos de instrução secundaria, na qual publicaremos artigos sobre Mathematicas elementares, Noticias astronómicas, etc.” (Teixeira, 1877). Durante este tempo foram editados 12 pequenos (de 16 páginas cada) fascículos, organizados posteriormente num único volume com 192 páginas. Esta conclusão baseia-se na análise do primeiro volume e também na análise da estrutura de todos os conjuntos de 16 páginas¹⁷⁴. A análise da sua estrutura mostrou também, que cada fascículo começa com uma Secção I e termina com uma Secção II.

Os autores deste volume são predominantemente portugueses (13), e apenas dois estrangeiros - Ch. Hermite (artigo na página 65, “*Sur les formules de Mr. Frenet*”) e G. Bellavitis (artigo na página 145, “*Soluzione trovata col método delle equipollenze*”).

No início do segundo volume esta estrutura desaparece, mas temos que notar que com a predominância de publicações dedicadas às Matemáticas Superiores (secção I), encontramos também as publicações relacionadas com a Secção II, isto é questões propostas (pp. 6, 48, 49, 76, 173, 188) e resolução de questões propostas (pp. 7, 46, 50, 96 G. Bellavitis (24.11.1879), 97, 126). Se tivermos que falar sobre a periodicidade do segundo volume, então segundo o trabalho da Graça Alves (Alves, 2004, p. 164):

(...) Na contra-capa dos volumes I e II, há a seguinte indicação: *Cada mez se publicará um número do «Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas», que formarão no fim de cada anno um volume de 192 páginas* isto significa que Gomes Teixeira pretendia que o jornal fosse mensal. (...)

Podemos tirar a conclusão de que o segundo volume do *Jornal* foi composto de 12

¹⁷³ Notícias astronómicas, publicadas na pág. 173, datadas de 6 de Maio de 1878.

¹⁷⁴ No trabalho de G. Alves também se analisou o primeiro volume, mas as conclusões são diferentes de nossas: (...) *Se atendermos a que as datas das capas do primeiro volume, em qualquer das investigações realizadas, indicam que este é relativo a 1877, ter-se-iam publicado, naquele ano, doze números. Ora, o facto da possível existência de doze números, num ano, dá um período de publicação mensal, o que corresponde à informação inicialmente recolhida. Mas, tendo em conta que a notícia do Conimbricense, já referida, era de 24 de Fevereiro de 1877, o JSMA, provavelmente, teria iniciado a sua publicação nesse mês, o que leva a pensar que o volume I seria constituído por 11 e não 12 números* (...) (Alves, 2012, p. 175)

fascículos. Mas depois da análise página a página do conteúdo do segundo volume do *Jornal de Teixeira* podemos ver que até à página 96 temos a clara separação em fascículos de 16 páginas, mas depois disso não conseguimos identificar nenhum padrão semelhante. Desta forma podemos supor que a partir do segundo volume o *Jornal* muda a sua periodicidade. Se formos falar das datas da edição do segundo volume, também podemos observar certa discrepância. O segundo volume foi datado de 1878, mas se formos analisar as publicações que fizeram parte dele, temos o seguinte quadro: na página 49, *Extracto de uma carta do Professor G. Bellavitis a F. Gomes Teixeira*, temos a data 22.07.1879; na página 96, *Resolução da questão proposta no nº 12*, temos a data 24.11.1879; o artigo de Gomes Teixeira *Noticia sobre G. Bellavitis* na página 189, foi datada de novembro de 1880.

Analisando os primeiros dois volumes do *Jornal de Teixeira* podemos dizer que os primeiros passos para a criação duma revista internacional, eram bem-sucedidos. Já nos primeiros dois volumes podemos encontrar os artigos noutras línguas para além de português. Já no primeiro volume, de entre as 29 publicações – 7 foram escritas em francês (Gomes Teixeira (1), Daniel A. da Silva (1), Schiappa Monteiro (4), Ch. Hermite (1)) e 1 em italiano (G. Bellavitis). Estão presentes dois autores estrangeiros: Ch. Hermite e G. Bellavitis.

No segundo volume do *Jornal* de entre 20 publicações¹⁷⁵: 5 são em francês (Gomes Teixeira (1), Schiappa Monteiro (1), Ch. Hermite (1), Birger Hansted (2)), 3 em italiano (G. Bellavitis¹⁷⁶). Neste capítulo já notamos 4 autores estrangeiros¹⁷⁷: Ch. Hermite, Birger Hansted, G. Bellavitis e J. Perott.

O terceiro volume do *Jornal de Teixeira* está datado em 1881 e não contem autores estrangeiros¹⁷⁸, mas entretanto nem todos os artigos que nele constam estão em português: das 20 publicações, 3 estão em francês (A. Schiappa Monteiro). Continua a publicação das

¹⁷⁵ 20 artigos no segundo volume, contando com a continuação (última parte) do artigo de Gomes Teixeira, que teve o seu início no primeiro volume “*Sur la décomposition des fractions rationnelles*”

¹⁷⁶ Entre os três trabalhos de G. Bellavitis, encontra-se um que é a resolução da *Questão proposta nº 12*. Tem só 5 linhas na página 96. Além disso, na página 49 está também incluído “*Extracto de uma carta do Professor G. Bellavitis a F. Gomes Teixeira*”.

¹⁷⁷ Três autores estrangeiros publicaram os seus trabalhos no segundo volume: Ch. Hermite, Birger Hansted, G. Bellavitis. Mas aparece mais um nome estrangeiro, isto é o Joseph Perott (1854-1924), que propôs as *Questões Propostas nº 16*

¹⁷⁸ Se não contarmos com o Birger Hansted que propôs as *Questão proposta nº 19*, p. 116

questões propostas e resolução de questões propostas, mas ao mesmo tempo aparece uma nova secção chamada *Bibliographia*. Nesta secção Gomes Teixeira realiza a sua ideia sobre o intercâmbio de informação e de conhecimento dos matemáticos portugueses com as novas descobertas em matemática feitos pelos seus colegas, quer nacionais, quer internacionais. Já que no final da secção da *Bibliographia* está a assinatura de Gomes Teixeira, podemos concluir que a escolha dos artigos e os seus sumários pertence a ele. Se formos seguir o trabalho de Graça Alves, então segundo as suas pesquisas permitem-nos concluir que o terceiro volume do *Jornal* estava composto pelas edições distintas de 32 páginas cada (Alves, 2004, p. 164).

(...) nas contra-capas dos volumes III a VII (inclusive), (...), pode-se ler o seguinte: *Publica-se o «Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas», em fascículos de 32 paginas. Cada 6 fascículos formarão no fim de cada anno um volume de 192 paginas.* (...)

Analisando o terceiro volume, página a página, podemos observar uma falha nesta divisão: até às 96 páginas era possível a seguinte edição de fascículos: (1) – 16, (2) – 32, (3) – 16, (4) – 16, (5) – 16, (7) – ?, ou (1) – 16, (2) – 32, (3) – 32, (4) – 16, (5) – (?).

Temos que notar uma das publicações deste volume, que nós adicionamos apenas condicionalmente a autoria do Gomes Teixeira. O artigo foi publicado na página 73 “*Sobre a historia do Nonius*”. Este trabalho é da autoria de vários matemáticos, que compreendemos a partir do prefácio.

(...) No n.º 2:289 do jornal alemão – *Astronomische Nachrichten* vem um artigo do sr. Breusing, de Bremen, com o titulo de – *Nonius ou Vernier?* –, onde elle discute a parte que teve cada um dos tres sábios, Pedro Nunes, C. Clavius e P. Vernier na descoberta do instrumento para medir pequenas partes de linhas rectas ou de angulos. Julgamos este artigo interessante para portugueses, e porisso aqui o publicamos.

Ao mesmo tempo, para se fazer uma ideia completa da historia do Nonius, julgámos util publicar também a passagem do livro – *De Crepusculis*, onde Pedro Nunes, pela primeira vez, apresenta o instrumento, visto que este livro é extremamente raro. Esta passagem foi copiada pelo sr. F. Oom, director do Observatorio Astronomico de Lisboa, do exemplar que existe n’aquelle Observatorio. (...) (Teixeira, 1881, p. 73)

O quarto volume do *Jornal de Teixeira* está datado de 1882. Nele foram publicados 10 artigos: 7 em português e 3 em francês (J.A. Martins de Silva, Schiappa Monteiro, Birger Hansted). Os autores deste volume são predominantemente portugueses – 6 deles, e apenas um estrangeiro - Birger Hansted, que publicou um artigo¹⁷⁹. Como podemos ler na citação acima, tirada do trabalho de Graça Alves, os volumes de III a VII (inclusive) eram planeados para serem compostos de 6 fascículos de 32 páginas cada. Mas a análise página a página do quarto volume permite-nos concluir que esta separação não existia. Tomemos, por exemplo, o primeiro artigo com o qual começa o quarto volume, isto é o artigo do J.A. Martins de Silva “*Sur quelques formules nouvelles relatives aux racines des équations algébriques*” que ocupa 36 páginas. E também o artigo de J. M. Rodrigues “*Sobre a fórmula de Lagrange*” na página 121 – que ocupa 56 páginas. Baseando-se nestes exemplos podemos supor que a periodicidade da edição do *Jornal* não estava conforme planeado. Datas dos artigos utilizados na secção *Bibliographia* permitem-nos tirar a conclusão que o *Jornal* foi editado durante todo o ano de 1882.

O quinto volume do *Jornal* está datado em 1883. Nele foram publicados 10 artigos, dos quais dois em francês (Schiappa Monteiro, C. le Paige). Neste volume estão apresentados os trabalhos de 8 autores portugueses e um estrangeiro¹⁸⁰. A separação em diferentes partes das quais está composto o quinto volume consegue-se observar e o exemplo disso pode ser o facto de que o artigo de C. le Paige foi publicado com a continuação. Mas não podemos afirmar que cada parte teve 32 páginas. O exemplo disso é o mesmo artigo de C. le Paige “*Homographies et involutions des ordres supérieurs*” publicado com a continuação e tendo a segunda parte do artigo 43 páginas. Também o artigo de A. Schiappa Monteiro “*Recherches relatives au cercle variable qui coupe deux cercles donnés sous des angles donnés*” composto em duas partes e a sua primeira parte foi publicada no quinto volume do *Jornal* enquanto a sua continuação foi publicada no sexto volume do *Jornal*, servindo de exemplo para a interrupção da periodicidade. O início do artigo que foi publicado no quinto volume tem 42 páginas. Segundo as datas dos trabalhos referidos na secção *Bibliographia* podemos concluir que o quinto volume do *Jornal* saía até 1884 inclusive.

¹⁷⁹ Para além desse artigo, na página 191 está publicada a *Questão proposta nº 24*, proposta por Birger Hansted.

¹⁸⁰ Artigo do C. le Paige (Belgica) «*Homographies et involutions des ordres supérieurs*»

Após a análise dos primeiros cinco volumes, poder-se-á ver que é muito difícil tirar uma conclusão sobre a sua periodicidade. Se nos voltarmos para o trabalho de Graça Alves, pode-se ver que a autora foi confrontada com o mesmo problema:

(...) desde o III volume ao VII, o *JSMA* passou, de publicação mensal a bimestral, mantendo-se, contudo, o número total de páginas. Nos restantes volumes, apenas encontrámos a mesma informação, no volume XIII. Apesar destas indicações, cada volume está paginado com numeração sequencial, da primeira página à última, o que impossibilita o conhecimento da data da edição de cada um dos números do *JSMA* e do número real de publicações, que fazem parte de cada um dos volumes. Foi interessante, e até intrigante, encontrar, antes da capa do volume I, uma capa, onde está escrito VOL. I – N.º 8, e só esta. Pensámos que deve ser a capa, relativa ao fascículo oitavo do volume I. Semelhantemente, aparece, primeiro, VOL. V – N. 1 e VOL. V – N. 5 e, só depois, VOL. V. Parece-nos plausível pensar, que cada fascículo deveria ter uma capa e que, na encadernação dos quatro livros, referenciados anteriormente, foram retiradas as respectivas capas. Na capa do *JSMA*, correspondente ao VOL V – N.º 1, está indicado o ano de 1883, mas, na capa do VOL. V – N. 5, está escrito *ano de 1884* e o VOL V tem a data de 1883. Estas datas estão em contradição com a informação existente na contra-capas destes volumes, onde se pode ler que *cada 6 fascículos formarão no fim do ano um volume de 192 páginas*. Ora, no caso do VOL V, o fascículo N. 5, já é datado do ano seguinte ao do N. 1. Com estes dados, parece-nos que podemos concluir que não foram publicados os 6 fascículos, previstos para o mesmo ano. Ficámos intrigados e perguntámo-nos qual teria sido a periodicidade do *JSMA*, durante a sua publicação. (Alves, 2012, pp. 165-166).

[...] Em nenhum dos quinze volumes referidos, existe a indicação da periodicidade de publicação, nem a indicação do início, ou do fim, de cada número do *JSMA*, pois cada volume está paginado, com numeração sequencial, da primeira à última página, o que impossibilita o conhecimento da data da edição de cada um dos jornais e do número de publicações, que fazem parte de cada volume. (...) (Alves, 2012, p. 168).

Sexto, sétimo e oitavo volumes do *Jornal de Teixeira* estão datados de 1885, 1886 e 1887 respetivamente. Nestes volumes observamos o aumento de autores estrangeiros. No volume VI, dos 13 autores – 4 são estrangeiros, que publicaram 6 artigos: M. Maurice d’Ocagne, E. Cesaro, Ch. Hermite, M. H. le Pont. Ao todo no sexto volume estão publicados 16 artigos, dos quais 10 pertencem aos matemáticos portugueses e 6 – aos matemáticos estrangeiros.

A periodicidade do sexto volume também é difícil de seguir. Um dos exemplos pode

ser a publicação de Gomes Teixeira “*Introducção á theoria das funções*” publicada neste volume com a continuação. A primeira parte deste artigo tem 48 páginas e começa na página 33, enquanto a segunda parte tem 40 páginas e começa na página 129, após interrupção por outros artigos. A partir do sexto volume desaparece a secção das questões propostas¹⁸¹.

No sétimo volume participaram 12 autores, 7 portugueses e 5 estrangeiros: E. Cesaro, M. d’Ocagne, M. Lerch, M. H. le Pont, Gino Loria. Foram publicados 22 trabalhos: 7 em português, 13 em francês e 2 em italiano. Destes trabalhos, 14 pertencem aos matemáticos estrangeiros e 8 pertencem aos matemáticos portugueses. Isto diferencia o sétimo volume dos anteriores. Temos que destacar mais uma diferença deste volume. Ao analisar a secção *Bibliographia* podemos observar que nem todos os trabalhos referenciados nele são acompanhados de um resumo ou uma análise, em algumas partes podemos ver apenas o nome do autor, nome do artigo e da revista que publicou o referido artigo, para além de ano e local da publicação (cidade ou país). Também se torna difícil dividir este volume em partes de 16 ou 32 páginas, o que não nos permite tirar quaisquer conclusões sobre a periodicidade rígida desse volume.

O oitavo volume saiu contendo o trabalho de 4 matemáticos portugueses e 7 estrangeiros: E. Cesaro, M. d’Ocagne, M. Lerch, H. le Pont, H. Novarese, A. Gutzmer, Ed. Weyr. Apenas 4 dos trabalhos foram publicados em português, estando os restantes 18 em francês. Também temos que notar que a maior parte dos trabalhos deste volume pertencem aos autores estrangeiros: 16 artigos de entre 22 publicados no oitavo volume.

Neste mesmo volume já podemos observar a separação em partes de 32 páginas cada, com a exceção de uma parte. Se formos considerar que as primeiras três partes tiveram 32 páginas, então a partir da página 97 (início da quarta parte) não conseguimos limitar em 32 páginas, já que o artigo do Gomes Teixeira “*Sobre a derivação das funções compostas*” termina na página 131, o que nos permite concluir que o quarto e o quinto fascículo tiveram distintas dimensões, não correspondendo a 32 páginas cada. A sexta parte teve possivelmente 32 páginas.

¹⁸¹ O mais certo seria dizer que isto começou a acontecer a partir do quinto volume do *Jornal*, no qual já não se publicavam as questões propostas, mas foi apenas publicada a resolução da questão proposta nº 24 feita pelo Gomes Teixeira.

No oitavo volume começa a nova secção intitulada *Extractos das publicações recentes* publicada nas páginas 89, 116 e 157. Esta secção inclui uma resumida conclusão de artigos publicados em diversas revistas estrangeiras e, na opinião de Gomes Teixeira, “*apresentando interesse para os matemáticos portugueses*”. Todos os conteúdos aí apresentados estão traduzidos para português. Com grande probabilidade podemos pressupor que estas traduções foram feitas por Gomes Teixeira.

Se formos analisar as datas encontradas no oitavo volume, podemos pressupor que este volume foi editado até meados de 1888. A justificação para esta afirmação é o artigo do M. Lerch “*Sur une propriété des nombres*” datado de 6 de Junho de 1888.

O nono volume tem a data de 1889. Nele estão publicados 18 artigos de 11 autores, dos quais 5 são portugueses e 6 estrangeiros: E. Cesaro, M. d’Ocagne, M. Lerch, A. Gutzmer, G. Pirondini, G. Loria. De entre os artigos publicados 9 artigos estão em português¹⁸², 8 em francês e um em italiano. No nono volume continua a secção *Extractos das publicações recentes*, começado no volume anterior. Aumenta visivelmente a secção de *Bibliographia*, agora esta secção ocupa 49 páginas.

A parte reservada a *Extractos das publicações recentes* e a *Bibliographia* no nono volume consiste em 35% da dimensão total deste volume (67 páginas). Claramente observamos a separação em partes de 32 páginas, cada uma das quais contem a secção *Bibliographia*. Isto permite-nos supor que o nono volume foi composto pelos 6 fascículos de 32 páginas cada.

O décimo volume está datado de 1891. Dos 13 trabalhos que fizeram parte dele, 5 estão em português e pertencem aos autores portugueses: J. Bruno de Cabedo (2), Duarte Leite (1), Gomes Teixeira (2), e 8 trabalhos pertencem aos matemáticos estrangeiros. M. Lerch apresentou dois trabalhos, e seis trabalhos, escritos em francês, apresentado por cada um dos seguintes autores: M. d’Ocagne, A. Gutzmer, E. Cesaro, A. Bassani, C. A. Laisant e G. Pirondini.

Neste volume, tal como no anterior, podemos observar a possível separação em seis fascículos de dimensão diferenciada (a clara separação em secções de 32 páginas não é

¹⁸² Temos que notar que o artigo de M. Lerch «*Nova demonstração de uma fórmula de Kirkkoff*», tirada da revista *Zeitschrift für Mathematik und Physik* (Dresden), foi traduzida para português por Gomes Teixeira

possível). Cada fascículo contém os trabalhos de autores e também a secção de *Bibliographia*, todas essas partes 6 por número de fascículos. Temos que destacar que a secção *Bibliographia* foi assinada por Gomes Teixeira (G. T.), e na base disso pressupomos que a assemblagem e a tradução dos trabalhos que fizeram parte da *Bibliographia* foram feitas por Gomes Teixeira. No décimo volume na secção *Bibliographia* nas páginas 19 e 20 sob a descrição dos trabalhos de Ed. Weyr “*Zur Theorie der bilinearen Formen*” (Monatshefte für Mathematik und Physik, t. I) e H. Burkhardt “*Untersuchungen aus dern Gebiete der hyper elliptischen Modulfunctionem. Erster Theil*” (Mathematische Annalen, t. XXXVI), consta a assinatura D. L. o que na nossa opinião pode ser interpretada como Duarte Leite.

No volume XI de 1892 foram publicados os trabalhos de 17 autores. 6 deles portugueses, que publicaram 9 trabalhos em português, e 11 autores estrangeiros: G. Pirondini, Ch. Hermite, E. Lemoine, Ch. de la Vallée Poussin, M. A. Bassani, M. Lerch, Maurice d’Ocagne, S. Pincherle, R. Marcolongo, Juan J. Durán Loriga, G. Vivanti, que publicaram 10 trabalhos em francês e um trabalho em espanhol. Visto que a secção da *Bibliographia*, tal como no volume anterior, está dividido em 6 partes, podemos supor que estas edições tinham diferentes dimensões. Pelas datas encontradas nas páginas deste volume podemos supor, que este foi publicado ate ao fim de 1893¹⁸³.

O volume XII começou a ser editado em 1894. Nele estão publicados 5 trabalhos em português, 5 trabalhos em francês, 2 trabalhos em espanhol e 1 trabalho em italiano. Desta forma os 11 autores, dos quais 6 eram estrangeiros, publicaram 13 trabalhos. Qual é a diferença deste volume dos anteriores? Pelo seu índice. Temos que notar que o índice do volume XII está organizado de uma forma muito atual, o que nos permite fazer as nossas suposições sobre o possível número de edições e o seu volume:

(...) (*) Os signaes que precedem cada artigo indicam a sua classificação segundo o methodo adoptado no Congresso internacional de bibliografia das Sciencias mathematicas que teve logar em Paris em 1889 (...) (*J SMA*, vol. XII, 1894).

¹⁸³ O artigo de Juan J. Durán Loriga «*Nota matemática*» nas páginas 161-166 datado de outubro 1893.

INDICE (*)	
	Pag.
V 9 — A. José Teixeira: <i>Biographia do dr. Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto</i>	2
O 4 d — Geminiano Pirondini: <i>Sur les surfaces réglés</i>	19
R. Guimarães: <i>Congresso de Caen</i>	43
K 2 d, e — D. J. Duran Loriga: <i>Nota sobre el triangulo</i>	45
D 6 f — Davide Besso: <i>Di alcune formole relative alla funzione sferica</i>	65
P _n (a)	81
D 1 ha — J. Bruno de Cabedo: <i>Sobre os coefficients da serie de Fourier</i>	97
K 2 d — D. J. Duran Loriga: <i>Sobre los circulos radicales</i>	103
K 1 — E. Lemoine: <i>Règle d'analogies dans le triangle ou transformation continue et transformation analytique correspondante</i>	110
C 1 a — J. Avez: <i>Sobre uma formula de Analyse</i>	114
K 21 a — E. Lemoine: <i>Note sur la Géométrie ou art des constructions géométriques</i>	129
L 11 a — M. Lerch: <i>Sur diverses formules d'Arithmétique</i>	137
L 17a — J. Frederico d'Avillez: — <i>Sobre um theorema de Geometria superior</i>	161
S 2 e — R. Marcolongo: <i>Sur un cas particulier du mouvement d'un corps solide dans un liquide</i>	175
Bibliographia	41, 51, 85, 118, 141, 175

(*) Os signaes que precedem cada artigo indicam a sua classificação segundo o methodo adoptado no Congresso internacional de bibliographia das Sciencias mathematicas que teve logar em Paris em 1889.

Ilustração 44 – Índice do volume XII do JSMA (1894).

Pelo número de partes na secção *Bibliographia* podemos pressupor que havia 6 fascículos, mas sobre a dimensão da primeira e a segunda parte podemos apenas dizer que elas não continham 32 páginas. A começar pela terceira parte, ou da página 65, temos a separação constante em 32 páginas. Não obstante não podemos tirar nenhuma conclusão sobre a periodicidade destes fascículos. Esta dificuldade está relacionada com o facto de que as datas que aparecem na secção *Bibliographia* dizem que o volume XII foi publicado ao longo de um ano. O exemplo disso são os trabalhos da secção da *Bibliographia* das páginas 141, 147, 177, 181, 183, 187, 189 e 190 datados de 1896.

Com base no exposto, conclui-se com um alto grau de probabilidade, que o JSMA não teve periodicidade de publicação regular.

O volume XIII começou a ser editado em 1897. Apenas 2 autores portugueses, de entre 8, foram publicados neste volume. Ao todo foram publicados 9 trabalhos: 2 em português, 6 em francês e 1 em espanhol. Os trabalhos de autores ocupam menos de metade desta

edição, enquanto a secção *Bibliographia*, composta por 7 partes, ocupa 93 páginas. A edição do volume XIII continuou supostamente até 1899 inclusive. Esta conclusão pode ser feita baseando-se nas datas dos trabalhos que fazem parte da *Bibliographia*. Por exemplo, nas páginas 124, 134-137 da secção *Bibliographia* estão incluídos trabalhos datados de 1898, e nas páginas 171-174 aparecem trabalhos datados de 1899. A secção *Bibliographia* continua a ser assinada por Gomes Teixeira.

No ano 1900 começa a ser editado o volume XIV do *Jornal* e em 1902 – o volume XV. Nestes volumes continuamos a observar a predominância dos autores estrangeiros. No volume XIV há 10 artigos, dos quais 6 pertencem a autores estrangeiros: Otto d'Alencar Silva, R. Marcolongo, M. Lerch, G. Pirondini, E. N. Barisien. As datas encontradas no volume XIV¹⁸⁴, e também o volume elevado de cada artigo¹⁸⁵ tornam a difícil tarefa de supor qual e a periodicidade dos fascículos deste volume.

Nestes volumes a secção da *Bibliographia* está subdividida em 5 partes e o seu volume é muito menor do que o do volume XIII (93 páginas): 54 páginas no volume XIV e 50 páginas no volume XV. Mas isto não significa que o número de trabalhos apresentados nesta secção diminuiu. Nos volumes XIV e XV a secção *Bibliographia* contém trabalhos sem qualquer análise resumida.

¹⁸⁴ Na página 109 na secção *Bibliographia* está incluído o trabalho datado de 1901.

¹⁸⁵ Nas páginas 121-160 foi publicado o artigo de M. E. N. Barisien “*Note sur certaines courbes derives des épi et hypocycloïdes*” que ocupou 40 páginas.

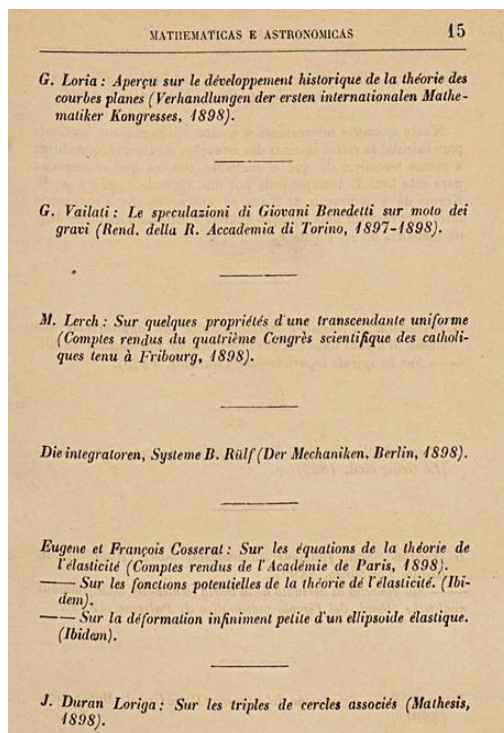


Ilustração 45 – Página 15 do volume XIV do *JSMA*, secção *Bibliographia*.

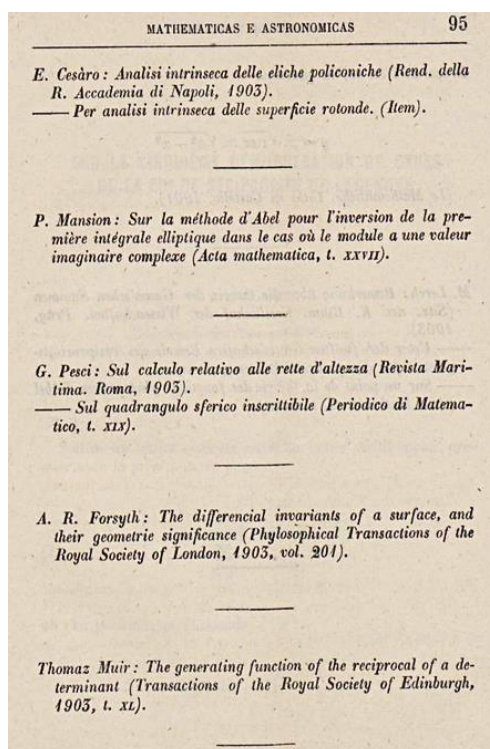


Ilustração 46 - Página 15 do volume XV do *JSMA*, secção *Bibliographia*.

O volume XV do *Jornal* inclui 8 artigos apresentados pelos 7 autores dos quais 5 são estrangeiros: M. Lerch, G. Pirondini, Filipo Siberiani, M. E. N. Barisien, Leopoldo Nery Vollú. Também podemos observar a predominância da utilização da língua francesa nas páginas deste volume: 5 artigos estavam em francês, 2 em português e 1 em italiano. A duração da assemblagem do volume XV pode ser observada pelas datas encontradas na secção da *Bibliographia*. Por exemplo, na página 86, há artigos datados de 1903, na página 133 – 1904, e nas páginas 143,190 e 191 a data é 1905. Na base disso podemos pressupor que a publicação do último volume continuou até a 1905 inclusive.

A tabela seguinte mostra a distribuição dos artigos por volumes e por idioma.

Tabela 2 - Distribuição de artigos por volume segundo as línguas usadas¹⁸⁶

Vol./ano	Nº artigos		Número artigos pela linguagem				
	Portug.	Estrang.	P	F	It	Es	Total
I/1877	27	2	21	7	1	0	29
II/1878	14	6	12	5	3	0	20
III/1881	20	0	17	3	0	0	20
IV/1882	9	1	7	3	0	0	10
V/1883	9	1	8	2	0	0	10
VI/1885	10	6	8	8	0	0	16
VII/1886	8	14	7	13	2	0	22
VIII/1887	6	16	4	18	0	0	22
IX/1889	10	8	9	8	1	0	18
X/1891	5	8	5	8	0	0	13
XI/1892	9	11	9	10	0	1	20
XII/1894	5	8	5	5	1	2	13
XIII/1897	2	7	2	6	0	1	9
XIV/1900	4	6	3	7	0	0	10
XV/1902	2	6	2	5	1	0	8
Total	140	100	119	108	9	4	240

Com base na tabela acima, podemos concluir que, tendo em vista a internacionalização, Gomes Teixeira colocou na sua revista artigos tanto em português, como em francês, espanhol e italiano. Os autores de artigos em línguas estrangeiras não eram apenas matemáticos estrangeiros, mas também portugueses: Gomes Teixeira,

¹⁸⁶ P – português, F – francês, It – italiano, Es – espanhol.

Schiappa Monteiro, J.A. Martins de Silva. Assim, de 240 artigos publicados em todos os 15 volumes, 119 foram escritos em português, o que representa 49,6% do número total de artigos, e 121 (ou seja 50,4%) em línguas estrangeiras. Começando com o sétimo volume, há predominância das línguas estrangeiras, o que tornou a revista mais acessível para os matemáticos estrangeiros.

Tabela 3 - Distribuição quantitativa dos artigos por autores (autores estrangeiros a vermelho).

Autor\ nº de vol.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	Σ
F. Gomes Teixeira	2	3	3 ¹⁸⁷		1	2	1	3	4	2				1		22
A. Schiappa Monteiro	7	3	7	2	1	1		1								22
L. F. Marrecas Ferreira	2	5	1		1		1								1	11
L. P. da Motta Pegado	1	1														2
F. da Ponte Horta	3			1							1					5
A. Z. Cândido	2															2
Daniel A. da Silva	1															1
A. F. da Rocha Peixoto	1		1		1											3
C. H. d'Aguiar Craveiro Lopes	1	1														2
P. Amorim Vianna	4															4
R. R. de Sousa Pinto	1															1
L. Woodhouse	1					1										2
Pereira Caldas	1															1
J. A. Martins de Silva		1	4	2	2	1			1							11
J. M. Rodrigues			3	1		1	1	1								7
Pedro Gomes Teixeira			1													1
D. Leite Pereira da Silva				2	1		1		1	1						6
J. C. O'Neil de Medeiros				1												1
H. da Fonseca Barros					1	1										2
G. C. Lopes Banhos					1											1
João d'Almeida Lima						1										1
R. Pereira dos Sanctos						1										1
R. Guimarães						1	1	1			1	1				5
J. Bruno de Cabedo							1		2	2	2	1				8
J. C. d'Oliveira Ramos							2									2
José Pedro Teixeira									2		3		1	1		7
João Arez											1	1		1	1	4
J. Frederico de												1		1		2

¹⁸⁷ Incluindo artigo "Sobre a história do Nonius", p. 73

Avillez															
António José Teixeira											1				1
António Cabreira										1		1			2
Ch. Hermite	1	1				1				1					4
G. Bellavitis	1	3													4
Birger Hansted		2			1										3
C. le Paige					1										1
M. Maurice d'Ocagne						2	5	3	2	1	1				14
Ernesto Cesaro						1	3	1	1	1					7
M. H. le Pont						2	3	4							9
Gino Loria							2		1						3
M. Lerch							1	3	2	2	1	1	1	1	13
H. Novarese								1							1
A. Gutzmer								3	1	1			1		6
Ed. Weyr								1							1
G. Pirondini									1	1	1	1	1	1	8
M. A. Bassani										1	1				2
C. A. Laisant										1					1
E. Lemoine											1	2			3
S. Pincherle											1				1
R. Marcolongo											1	1	2	2	6
Juan J. Durán Loriga											1	2	1		4
G. Vivanti											1				1
Ch. de la Vallée Poussin											1				1
Davide Besso												1			1
M. P. H. Schoute													1		1
M. E. N. Barisien														1	2
Otto d'Alencar Silva														1	1
Leopoldo Nery Vollú															1
Filipo Siberiani															1

Esta tabela contém todos os matemáticos que colaboraram com a revista: 30 autores portugueses e 27 autores estrangeiros; também apresenta o número de artigos publicados por cada volume.

A análise da tabela permite, em nossa opinião, concluir que, com o aumento da divulgação da revista dentro de Portugal, começaram a surgir novos colaboradores portugueses; por outro lado, como seria de esperar, a internacionalização do idioma, patente na tabela anterior, corresponde a um aumento da colaboração de autores estrangeiros. Entre os mais ativos colaboradores estrangeiros destacam-se: M. Maurice d'Ocagne (14), M. Lerch (13), M. H. le Pont (9), G. Pirondini (8), Ernesto Cesaro (7), A. Gutzmer (6), R. Marcolongo (6).

Podemos igualmente verificar que, durante a existência da revista, dos 240 artigos

publicados, 100 eram de autores estrangeiros (41,7%) e 140 de autores portugueses (58,3%).

Os gráficos que se seguem mostram a evolução do número de publicações de autores nacionais e estrangeiros bem como o número de autores nacionais e estrangeiros no *Jornal de Teixeira*.

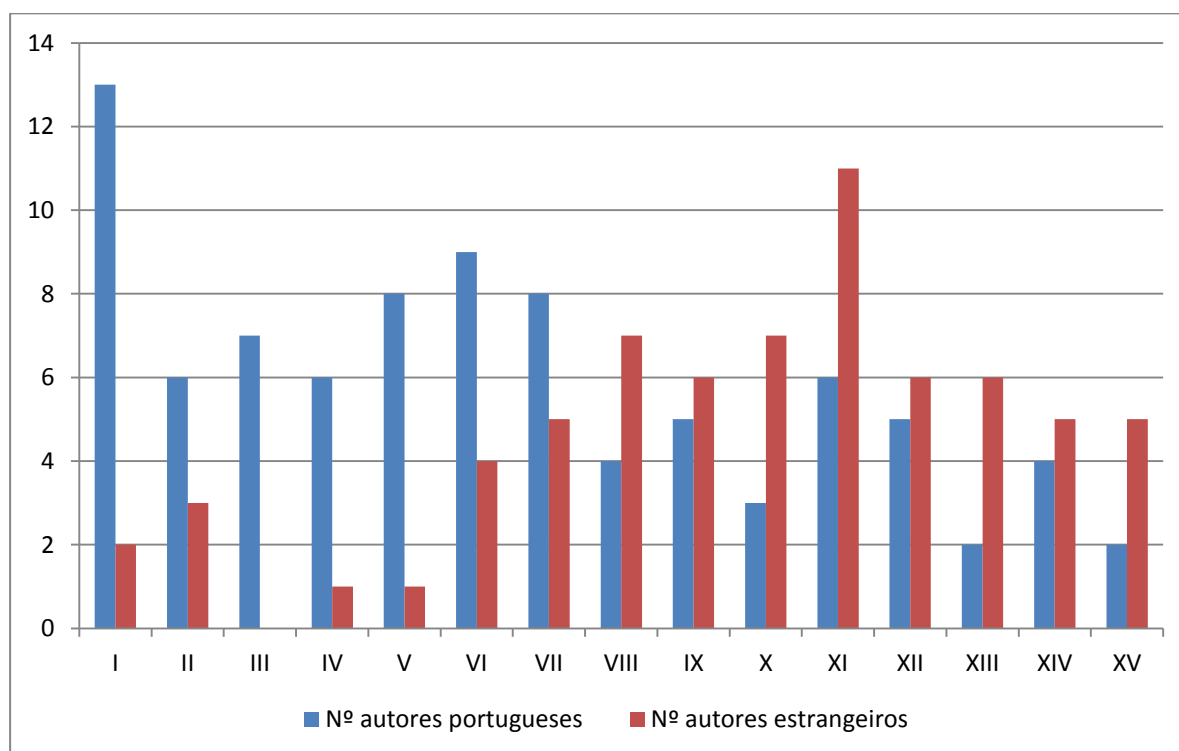


Ilustração 47 – Número de autores portugueses e estrangeiros que publicaram no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, por volumes¹⁸⁸

¹⁸⁸ Ver Anexo C, tabela 12.

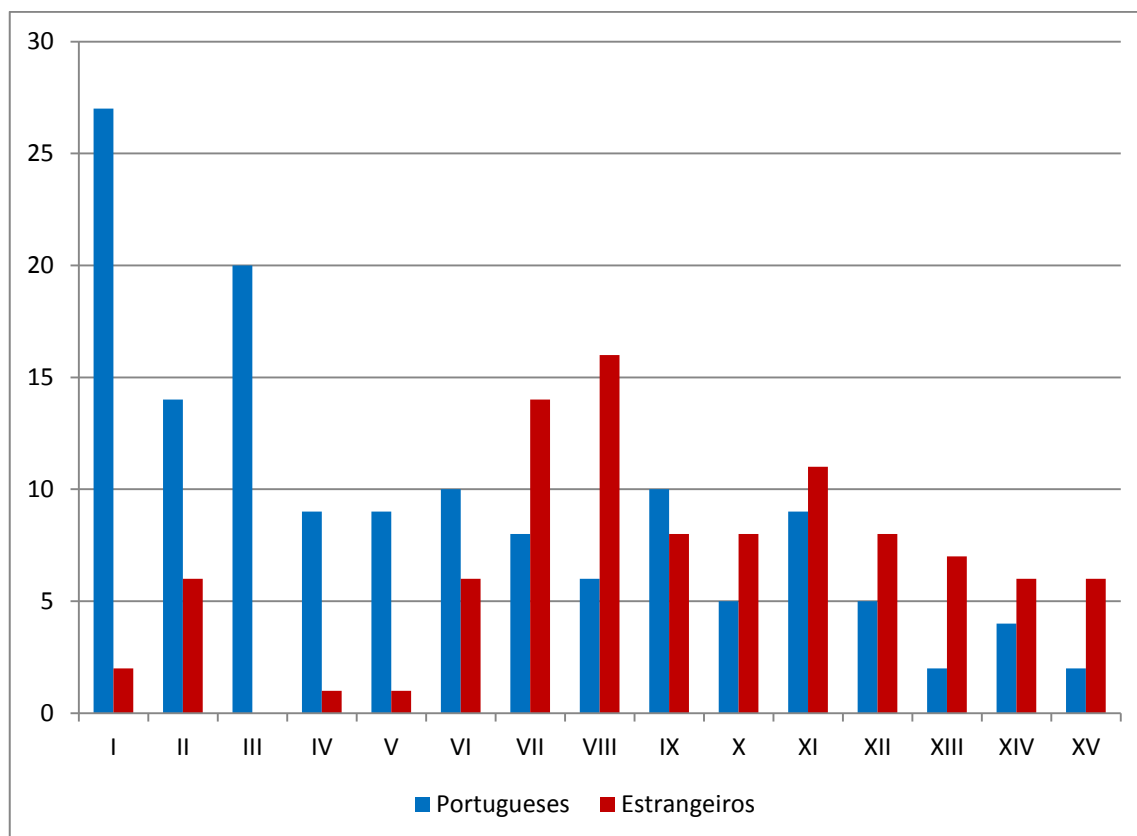


Ilustração 48 – Número de artigos portugueses e estrangeiros no *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas*, por volumes¹⁸⁹

Estes gráficos permitem uma melhor visualização das conclusões tiradas a partir das Tabelas 2 e 3, ou seja, a partir do oitavo volume (1887), o número de autores estrangeiros excede o número de autores portugueses (ilustração 47), a partir do sétimo volume (1886) (exceto no nono volume), observa-se superioridade o número de artigos de autores estrangeiros.

Ao analisar as tabelas com o mesmo conteúdo no trabalho de G. Alves (Alves, 2004, p. 179) reparamos em algumas inconsistências nos números apresentados. No entanto, os dados do nosso trabalho podem ser confirmados pela tabela do Anexo C, que contém o índice de todos os volumes do *Jornal de Teixeira*, com a indicação da página de cada artigo¹⁹⁰. Esta tabela foi obtida como resultado da análise de todos os volumes do *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas* nos arquivos da Faculdade de Ciências da

¹⁸⁹ Ver Anexo C, tabela 13.

¹⁹⁰ Ver Anexo C, tabela 14.

Universidade do Porto.

Em suma, pode-se afirmar que os objetivos inicialmente propostos para o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* foram atingidos com sucesso. Foram estabelecidos contactos pessoais e correspondência científica com matemáticos de outros países europeus, o que reforçou a colaboração de matemáticos portugueses com os seus colegas de outros países. No entanto, existiam claramente as suas dificuldades. A comunidade matemática de Portugal e a comunidade matemática internacional tiveram contacto direto com Gomes Teixeira, mas não uma com a outra. Tudo se concentrou numa pessoa, sem a qual a comunidade matemática portuguesa e a europeia não podiam interagir. Esta situação foi em parte ultrapassada com o posterior aparecimento de uma nova geração de matemáticos, como A. Mira Fernandes, J. V. Gonçalves, A. Almeida Costa e A. Monteiro.

Em 1905, Gomes Teixeira encerrou o seu *Jornal* e lançou uma nova revista científica mais abrangente, os *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*.

(...) A Academia Polytechnica do Porto, auctorizada por Portaria de 5 de maio de 1905, inicia hoje a publicação de uma Revista consagrada ás sciencias professadas neste estabelecimento de ensino, isto é, ás Mathematicas puras e applicadas, á Physica, á Chimica, á Historia Natural, ás Sciencias Sociaes, etc. Nesta Revista serão publicados artigos scientificos, didacticos e pedagogicos, monographias sobre capítulos das sciencias mencionadas pouco conhecidos no nosso paiz, noticias sobre o estado actual de ramos ou capítulos das mesmas sciencias, etc. Será admitida nestes Annaes a collaboração dos homens de sciencia do nosso paiz e do estrangeiro que quizerem recorrer a elles para a publicação dos seus trabalhos. Os *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto* substituem, na parte relativa ás Mathematicas, o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, cuja publicação termina. Esperamos que os géometras, que collaboraram neste jornal, honrarão com os seus trabalhos esta nova Revista. (...) (*Introdução* do volume I dos *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*) (Teixeira, 1905a)

Como o seu nome indica, esta nova revista tinha carácter institucional. Publicava trabalhos de matemática, física, química e outras ciências naturais, tendo sido para os matemáticos o substituto do antigo *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. Os *Annaes* começaram a ser impressos na tipografia da Universidade de Coimbra e depois de 1927 passaram a ser publicados com um novo título, *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*, sendo impressos numa tipografia do Porto (Imprensa Portuguesa). Desde o seu

início, esta revista publicou, juntamente com artigos de autores portugueses (que constituam a maioria), trabalhos de matemáticos estrangeiros, não só da Europa mas também do Japão¹⁹¹. Para além dos autores estrangeiros que já publicavam no *Jornal de Teixeira*, contribuíram para esta revista matemáticos como P. Appell, E. Landau e T. Levi-Civita. Mesmo após a morte de Gomes Teixeira, em 1933, até à fundação da revista *Portugaliae Mathematica*¹⁹², os *Anais* continuaram a ser uma das principais revistas portuguesas que divulgavam resultados originais da investigação matemática. (Rodrigues, 2010)

4.4 O contributo do *Jornal de Teixeira* para o processo de internacionalização

Enquanto editor do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, Gomes Teixeira trabalhou arduamente para internacionalizar a matemática portuguesa e para consolidar as relações com a comunidade matemática mundial.

Um contributo neste sentido era o envio regular de resenhas de trabalhos de matemáticos portugueses publicados no seu *Jornal* para a revista alemã *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*. Alguns destes trabalhos possuíam um elevado nível para aquela época e até mesmo para os nossos dias, o que pode ser confirmado pelo facto de lhes ter sido atribuída, por ocasião da digitalização do *JFM* no âmbito do projeto ERAM (entre 1998 e 2002) (Teschke, et al., 2011), a classificação atual, de acordo com o *Mathematical Subject Classification*, visível a vermelho nas respetivas ilustrações.

¹⁹¹ T. Hayashi (1873 – 1935) - matemático e historiador da matemática japonesa, fundador da revista *Tohoku Mathematical Journal* (1911 – 1943 e desde 1949), publicada na Universidade de Tohoku (Japão).

¹⁹² Resultado de um projeto da geração de jovens matemáticos dos anos 40, constituída por Bento de Jesus Caraça, Ruy Luís Gomes, Alfredo Pereira Gomes, António Aniceto Monteiro, Zaluar Nunes, Hugo Ribeiro e outros. (Saraiva, 2012)

JFM 12.0345.01

de Silva, J. A. M.

Sur une formule du calcul intégral. (Portuguese)

Teixeira J. II.

Published: (1880)

Beweis, dass, wenn die Function $F(x + \alpha)$ in eine Reihe nach den Potenzen von $e^{-\alpha}$ entwickelbar ist, die folgende Formel gilt:

$$\int_0^{\infty} \frac{F(x + \alpha ti) - F(x - \alpha ti)}{t(1 + t^2)} dt = i\pi[F(x + \alpha) - F(x)].$$

Dem Beweise folgen einige Anwendungen.

Teixeira, Prof. (Coimbra) (Ohrtmann, Dr. (Berlin))

Classification :

*30D05 Functional equations in the complex domain

33B10 Elementary functions

Ilustração 49 – Resenha de Gomes Teixeira sobre o trabalho J. A. M. da Silva.

Tradução:

Demonstração, de que uma função $F(x + \alpha)$ que permite um desenvolvimento em potências de $e^{-\alpha}$, implica a validade da fórmula seguinte:

$$\int_0^{\infty} \frac{F(x + \alpha ti) - F(x - \alpha ti)}{t(1 + t^2)} dt = i\pi[F(x + \alpha) - F(x)]$$

A demonstração é seguida de algumas aplicações.

JFM 18.0467.01

Schiappa Monteiro, A.

Note sur le triangle isoscèle. (French)

Teixeira J. VIII. 51-58.

Published: (1886)

Der Verfasser giebt zwei neue Beweise des bekannten Satzes: Wenn zwei Mittellinien eines Dreiecks gleich sind, so ist das Dreieck gleichschenkelig. Aus diesem Satze folgert er darauf einige neue Sätze aus dem Gebiete der Elementargeometrie.

Teixeira, Prof. (Porto) (Henoeh, Dr. (Berlin))

Ilustração 50 - Resenha de Gomes Teixeira sobre o trabalho A. Schiappa Monteiro

Tradução:

O autor apresenta duas novas demonstrações do teorema conhecido: Se duas medianas de um triângulo são iguais, então o triângulo é isósceles. Deduz-se em seguida alguns teoremas novos de geometria elementar.

JFM 21.0234.02

de Cabedo, J. B.

Duas formulas de analyse. (Spanish)

Teixeira J. IX. 129-131.

Published: (1889)

Sind die Functionen $f'(z)$ und $f_1'(z)$ in dem Intervalle $x \dots x+h$ endlich und bestimmt, ferner in demselben Intervalle $F_1(x) + hf_1'(z) \geq 0$, so ist, wie der Verfasser zeigt:

$$\frac{F(x) + f(x+h) - f(x)}{F_1(x) + f_1(x+h) - f_1(x)} = \frac{F(x) + hf'(x+\theta h)}{F_1(x) + hf_1'(x+\theta h)}.$$

Aus dieser Formel wird eine andere hergeleitet, welche von Herrn F. G. Teixeira in Nouv. Ann. (3) V aufgestellt ist. (Vgl. F. d. M. XVIII. 1886. 206, JFM 18.0206.03).

Teixeira, Prof. (Porto) (Lampe, Prof. (Berlin))

Keywords:

Mean value theorems

Classification :

*26A24 Differentiation of functions of one real variable

Ilustração 51 - Resenha de Gomes Teixeira sobre o trabalho J. B. de Cabedo.

Tradução:

Se duas funções $f'(z)$ e $f_1'(z)$ no intervalo $x \dots x+h$ são finitas e bem definidas, além disso no mesmo intervalo $F_1(x) + hf_1'(z) \geq 0$, então como o autor mostra,

$$\frac{F(x) + f(x+h) - f(x)}{F_1(x) + f_1(x+h) - f_1(x)} = \frac{F(x) + hf'(x+\theta h)}{F_1(x) + hf_1'(x+\theta h)}$$

Desta fórmula se deduz uma outra, que o Sr. Gomes Teixeira estabeleceu no Nouv. Ann. (3), V (Compara F. d. M. XVIII. 1886. 206. JFM 18.0206.03)

No Anexo B encontram-se as cartas enviadas pelos editores do *JFM* a Gomes Teixeira solicitando informação sobre as publicações portuguesas e espanholas¹⁹³.

¹⁹³ Ver Anexo B pp. 397-401.

Tabela 4 - Resenhas de publicações de matemáticos portugueses no *Jornal de Teixeira* contidas no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*

Autor	Ano	Artigo	Língua
P. Amorim Vianna	1878	Demonstração do theorema de M. Villarceau sobre o toro	Português
L. Porfirio da Motta Pegado	1878	Su un problema de analyse indeterminada.	Italiano
F. da Ponte Horta	1878	Sobre divisibilidade dos numeros	Francês
F. da Ponte Horta	1878	Sobre o movimento d'un punto actuado por una força perpendicular ao raio vector	Português
A. Z. Candido	1878	Theorema da theoria dos numeros	Português
F. G. Teixeira	1878	Sur la décomposition des fractions rationnels	Francês
L. F. Marrecas Ferreira	1879	Sobre a equação de segundo grau	Português
A. Schiappa Monteiro	1880	Solution d'un problème au moyen de la méthode des équipollences.	Francês
A. Schiappa Monteiro	1880	Sur l'aire latérale et volume d'un coin conique.	Francês
A. Schiappa Monteiro	1880	Recherche sur le cercle variable assujetti à couper continuellement deux cercles donnés sous des angles donnés.	Francês
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Solution d'une question de géométrie	Francês
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Sur l'équation du deuxième degré	Francês
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Sur un problème	Francês
F. G. Teixeira	1880	Notice nécrologique sur G. Bellavitis	Português
F. G. Teixeira	1880	Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles linéaires du deuxième ordre	Português
J. A. Martins da Silva	1880	Sur une formule du calcul intégral	Português
C. H. Craveiro Lopes	1880	Solution d'un problème de géométrie élémentaire	Português
A. Schiappa Monteiro	1881	Solução da questao proposta No. 17.	Português
A. Schiappa Monteiro	1881	Note sur la ligne de striction de l'hyperboloïde.	Francês
J. M. Rodrigues	1881	Sobre una formula d'Euler.	Português
J. M. Rodrigues	1881	Sobre una formula de Wronski.	Português
J. M. Rodrigues	1881	Sobre a theoria das faculdades.	Português
J. A. Martins da Silva	1881	Demonstração de um theorema de Mr. Besge.	Português
J. A. Martins da Silva	1881	Sobra a transformação das funções Xn de Legendre em integral definida.	Português
F. G. Teixeira	1881	Prelecção sobre a origem e sobre os principios do calculo infinitesimal	Português
A. Schiappa Monteiro	1882	Sobre a divisao em partes equaes da distancia entre dois pontos e da circumferencia empregando o compasso ordinatio	Português
A. Schiappa Monteiro	1882	Note sur la génération d'une conique au moyen du cercle on d'une autre conique	Francês
J. M. Rodrigues	1882	Sobre a formula de Lagrange.	Português
J. C. O'Neil de Medeiros	1882	Sobre um problema de algebra elementar.	Português
D. Leite Pereira da Silva	1882	Derivadas de ordem qualquer de y em ordem a x quando è $f(x,y)=0$	Português
D. Leite Pereira da Silva	1882	Sobre alguns integraes indefinidos	Português
F. da Ponte Horta	1882	Algumas propriedades das conicas	Português
J. A. Martins da Silva	1883	Sobre una formula relativa à theoria das funções ellipticas	Português
D. L. Pereira da Silva	1883	Sobre alguns integraes indefinidos.	Português
H. da Fonseca Barros	1883	Nota sobre um problema da mecanica racional.	Português
L. F. Marrecas Ferreira	1883	Sobre as equacoes trinomias	Português
A. Schiappa Monteiro	1884	Recherches relatives au cercle variable qui coupe deux cercles donnés sous des angles donnés.	Francês
J. A. Martins da Silva	1884	Sur trois relations différentielles données par M. Lipschitz dans la théorie des fonctions elliptiques.	Francês
H. da Fonseca Barros	1884	Nota sobre o emprego do paralelepipedo elementar.	Português
G. C. Lopes Banhos	1884	Determinação dos momentos d'inercia dos solidos de revolução.	Português
L. Woodhouse	1884	Principio fundamental da theoria das equações algebricas.	Português
R. Guimarães	1884	Emprego da cycloide para a resolução graphica d'alguns problemas de Geometria	Português
R. P. dos Sanctos	1884	Sobre a mudança da variavel independente	Português
J. d'Almeida Lima	1884	Sobre uma curva do terceiro gráo	Português
Casimiro J. de Faria e J. C. d'Oliveira Ramos	1885	Sobre os coefficients da formula que dá a derivada d'ordem qualquer das funções compostas.	Português
Duarte Leite	1885	Sur la partie transcendante de l'intégrale d'une fraction rationnelle	Francês
J. M. Rodrigues	1885	Theoria da rotação.	Português
J. C. d'Oliveira Ramos	1885	Sobre a decomposição das funções circulares.	Português
L. F. Marrecas Ferreira	1885	Sobre a theoria do hyperboloide	Português

F. G. Teixeira	1885	J. A. Martins da Silva	Português
F. G. Teixeira	1885	Aplicações de uma formula que dá as derivadas de ordem qualquer das funções de funções	Português
F. G. Teixeira	1885	Introducção á theoria das funções	Português
R. Guimarães	1885	Sobre um theorema relativo a comparação de arcos de ellipse	Português
A. Schiappa Monteiro	1886	Note sur le triangle isoscèle	Francês
J. M. Rodrigues	1886	Nota sobre a serie de Lagrange.	Português
F. G. Teixeira	1887	Sobre a derivação das funções compostas	Português
F. G. Teixeira	1887	Sobre o desenvolvimento em serie das funções de variaveis imaginarias	Português
F. G. Teixeira	1887	Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques	Francês
Duarte Leite	1889	Sobre a representação parametrica das curvas do primeiro genero	Português
José Pedro Teixeira	1889	Sobre as funções duplamente periodicas de segunda especie.	Português
José Pedro Teixeira	1889	Sobre as funções ellipticas.	Português
F. G. Teixeira	1889	Alguns pontos da theoria dos integraes difinidos	Português
F. G. Teixeira	1889	Sobre o integral $\int_0^x \cot(x - \alpha) dx$	Português
F. G. Teixeira	1889	Aplicações de uma formula que da as derivadas de ordem qualquer das funções de funções	Português
J. Bruno de Cabêdo	1889	Duas formulas de analyse	Português
J. Bruno de Cabêdo	1890	Sobre o resto da formula de Taylor	Português
Duarte Leite	1890	Sobre o theorema d'Euler-Lambert	Português
J. A. Martins da Silva	1890	Sur trois formules de la théorie des fonctions elliptiques.	Francês
F. G. Teixeira	1890	Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Francês
F. G. Teixeira	1890	Sobre o desenvolvimento das funções em serie ordenada segundo as potencias dos senos e cosenos	Português
J. Bruno de Cabêdo	1892	Sobre a convergencia dos productos infinitos.	Português
J. Bruno de Cabêdo	1892	Demonstração do segundo theorema da media.	Português
J. Bruno de Cabêdo	1892	Definição analytica dos numeros complexos.	Português
José Pedro Teixeira	1892	Processos expeditos para achar os desenvolvimentos de alguns determinantes.	Português
R. Guimarães	1892	Sobre a normal á ellipse	Português
F. da Ponte Horta	1892	Dois theoremas de geometria elementar	Português
Antonio Cabreira	1892	Alguns theoremas de mecanica	Português
F. G. Teixeira	1892	Notas sobre a theoria das funções ellipticas	Português
J. B. de Almeida Arez	1893	Sobre uma fórmula de analyse.	Português
José Pedro Teixeira	1893	Novo methodo de desenvolver os determinantes.	Português
José Pedro Teixeira	1893	Sobre a addição e as differenciaes nas funções ellipticas.	Português
J. Bruno de Cabêdo	1894	Sobre os coefficients da serie de Fourier	Português
A. José Teixeira	1894	Biographia do Dr. Rodrigo Ribeira de Sousa Pinto.	Português
J. B. de Almeida Arez	1895	Sobre uma fórmula de analyse.	Português
J. F. de Avillez	1895	Sobre um theorema de geometria superior.	Português
Antonio Cabreira	1896	Sobre als velocidades na espiral	Português
José Pedro Teixeira	1897	Sobre os coefficients do desenvolvimento da potencia de grau qualquer d'um polynomio.	Português
F. G. Teixeira	1899	Noticia bibliographica sobre F. da Ponte Horta	Português
J. F. de Avillez	1900	Sur quelques propriétés de trois cercles concentriques une ellipse	Francês
J. B. de Almeida Arez	1900	Sobre uma formula de Waring.	Português
J. B. de Almeida Arez	1901	Duas classes de numeros.	Português
José Pedro Teixeira	1901	Algumas propriedades curiosas dos numeros inteiros.	Português
L. F. Marrecas Ferreira	1903	Sobre a theoria das raizes conjugadas.	Português

No total foram publicados 140 trabalhos de autores portugueses, dos quais 93 (66%) foram apresentados no *JFM*.

Tabela 5 – Número de artigos de matemáticos portugueses publicados em cada volume do *Jornal de Teixeira* e número de resenhas de publicações dos volumes correspondentes contidas no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
artigos de autores portugueses	27	14	20	9	9	10	8	6	10	5	9	5	2	4	2
resenhas publicadas no JFM	6	11	8	6	6	8	8	5	9	5	9	4	2	4	2

Como se pode ver na tabela, a partir do quarto volume foram publicadas no *JFM* resenhas da maior parte dos artigos do *Jornal de Teixeira*. A presença dos autores estrangeiros no *Jornal de Teixeira*, bem como as resenhas sobre trabalhos dos autores portugueses publicados no *JFM*, tornaram o *Jornal* numa revista internacional. As resenhas, apresentadas nas ilustrações 49 e 51, mostram que alguns trabalhos não perderam a sua atualidade.

O gráfico seguinte mostra o número de resenhas de todas as publicações de matemáticos portugueses, e não só dos artigos publicados no *Jornal de Teixeira*, contidas no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*¹⁹⁴. O eixo vertical mostra o número de publicações por ano, e o eixo horizontal os anos da revista.

¹⁹⁴ Consulte-se o Anexo A, que mostra uma tabela listando as obras de matemáticos portugueses, organizados por anos, e indicando os resenhistas que apresentam cada trabalho na revista *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*.

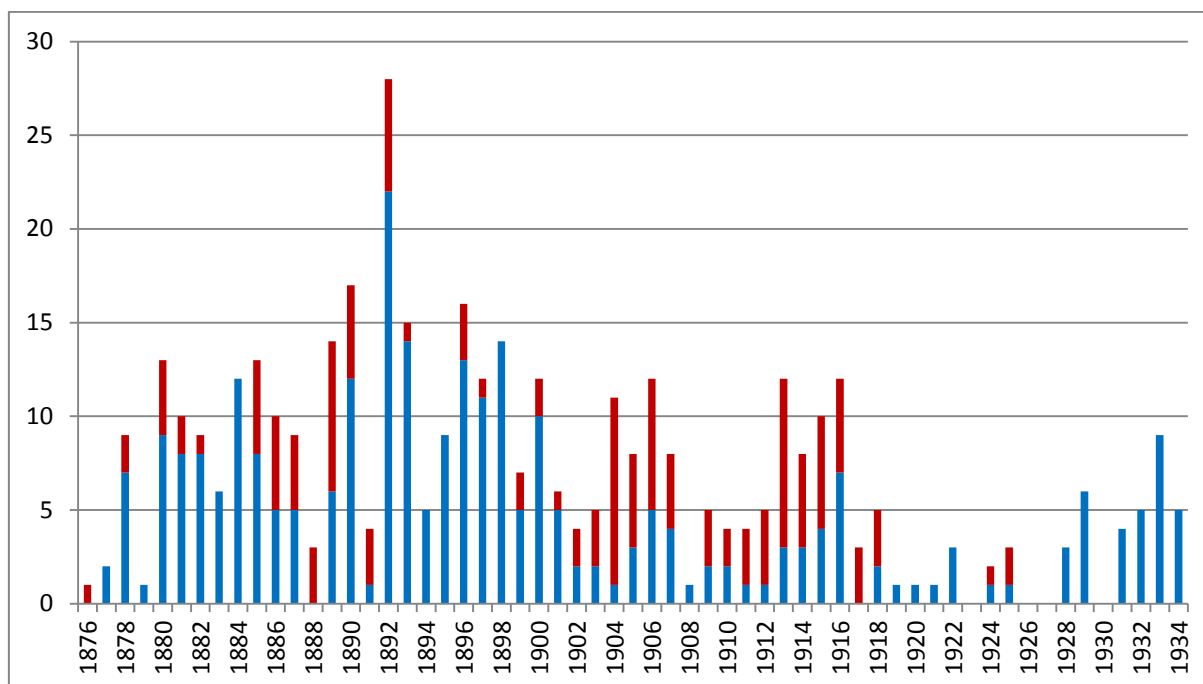


Ilustração 52 – Evolução da quantidade de resenhas de publicações de matemáticos portugueses no *JFM* (exceto Gomes Teixeira) – a azul, e de Gomes Teixeira – a vermelho.

Como o gráfico mostra, durante a atividade vigorosa de Gomes Teixeira, em particular no período de publicação do seu *Jornal* (1877-1905), há um aumento significativo de artigos de matemáticos portugueses divulgados no *Jahrbuch*. O número máximo de resenhas verificado no ano 1892 é composto por 15 artigos em revistas estrangeiras e 13 em revistas portuguesas. Embora seja impossível detetar as razões deste facto no ano 1892, podemos constatar que, através das publicações do *JFM*, a comunidade matemática internacional obteve cada vez mais informação sobre as atividades dos matemáticos portugueses. A partir da publicação dos *Anaes* (1905), a maior parte das publicações recenseadas continuam a ser da autoria de Gomes Teixeira, mas quantitativamente não é atingido o mesmo nível que no *Jornal de Teixeira*. Também é necessário notar que, no período inicial da sua existência, a revista ainda não possuía a mesma divulgação que o *Jornal de Teixeira*; além disso, os artigos publicados em *Anaes* não eram apenas da área da Matemática.

A partir de 1894, Gomes Teixeira também passou a enviar referências de trabalhos de matemáticos portugueses para *Le Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*, publicado em França (Rollet & Nabonnand, 2003), infelizmente não pudemos analisar esta atividade, por falta de resposta dos arquivos franceses aos nossos pedidos de consulta.

Relativamente ao impacto nos EUA através do *American Mathematical Monthly*, remetemos o leitor para (Carvalho e Silva, 2005).

Uma outra forma de consolidar as relações internacionais era por meio de correspondência de Gomes Teixeira com as revistas e as comunidades matemáticas estrangeiras. O tema desta correspondência era frequentemente a publicação de artigos no seu *Jornal das Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. Por outro lado Gomes Teixeira também recebia correspondência de revistas estrangeiras a solicitar trabalhos dos matemáticos portugueses para a publicação fora de Portugal.

Além disso, Gomes Teixeira também trocava correspondência com editores de outras revistas estrangeiras sobre a permuta de publicações com o *Jornal das Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. As cartas apresentadas no Anexo B (pp. 339-371), cedidas pelos arquivos da Universidade de Coimbra, mostram claramente o interesse dos matemáticos e editores de vários países no trabalho dos matemáticos portugueses.

Tabela 6 - Lista de revistas que pediram permuta com o *JSMA*

Ano	Revista	País
1877	Giornale di matematiche di Battaglini	Itália
1879	Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche	Itália
1881	La Rivista di Matematica	Itália
1883	Acta Mathematica	Suécia
1884	Rendiconto delle Sessioni Ordinarie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna	Itália
1884	Archiv der Mathematik und Physik	Alemanha
1884	Nouvelles Annales de Mathématiques	França
1885	Wissenschaftliche Nachrichten	Alemanha
1885	Communications de la Société Mathématique de Kharkov	Rússia
1886	Bibliotheca Mathematica	Suécia
1888	Journal de Mathématiques Spéciales de G. de Longchamps	França
1889	Les Mémoires de l'Académie (Caen)	França
1889	Monatshefte für Mathematik und Physik	Áustria
1890	Mémoires de Sociedade Científica "Antonio Alzate"	México
1891	Archief voor Wiskunde (Wiskundig Genootschap, Amsterdam)	Holanda
1891	Tidsskrift für Mathematik	Dinamarca
1891	Bulletin de la Société physico-mathématique de Kazan	Rússia
1891	Casopis Mathematiky a Fysiky	Rep. Checa ¹⁹⁵
1893	Revista Religiosa Científica y Política	Espanha
1896	Periódico di Matematica	Itália
1897	Archivo de Matemáticas	Espanha
1898	Kansas University Quarterly	EUA
1899	Bulletin de Mathématiques Élémentaires	França
1899	Astronomischer Jahresbericht mit Unterstützung de Astronomischen Gesellschaft	Alemanha

¹⁹⁵ Incluído no Império Austro-Húngaro (1867 - 1918).

Uma pequena lista de periódicos apresentados na Tabela 6 mostra que, no ano da criação do *Jornal de Teixeira*, o editor da revista italiana *Giornale di matematiche*, G. Bettaglini, concordou com a permuta de entre as duas revistas (anexo B, p. 339). Pelas cartas apresentadas no anexo B, conclui-se que o próprio Gomes Teixeira enviou as propostas de permutas a diversas revistas estrangeiras, alargando assim a distribuição da sua revista em outros países. Assim, as cartas que encontramos no arquivo de Coimbra, referem 24 revistas científicas de 12 países que realizaram permuta com o *Jornal de Teixeira*: Itália – 5; França – 4; Alemanha – 3; Suécia – 2; Rússia – 2; Espanha – 2; Áustria – 1; Dinamarca – 1; Holanda – 1; México – 1; EUA – 1; Rep. Checa (Áustria-Hungria) – 1.

Tabela 7 - Algumas Sociedades e Academias que referem a permuta de publicações com o *JSMA*

Ano	Sociedade/Academia	País
1881	Observatorio de Bruxelas	Bélgica
1882	Academia das Ciencias de Torino	Itália
1883	Sociedade Cientifica Argentina	Argentina
1883	Sociedade Real das Ciências de Liège	França
1884	Sociedade da Matemática de Hamburgo	Alemanha
1885	Academia Americana de Artes e Ciências	EUA
1885	Círculo Matemático de Palermo	Itália
1899	Sociedade Matematica de Wuerttemberg	Alemanha

No arquivo da Universidade de Coimbra foram encontrados oito cartas relacionadas com o intercâmbio de publicações do *Jornal de Teixeira* com publicações de diversas academias e sociedades científicas. Como mostra a tabela, trata-se de sociedades da França, Itália, Alemanha, Bélgica, Argentina e dos EUA.

A grande variação geográfica que se nota nas tabelas 6 e 7 mostra uma reação positiva às ações de Gomes Teixeira para despertar a atenção para a matemática portuguesa.

O interesse internacional pela matemática portuguesa surgiu graças à divulgação levada a cabo por Gomes Teixeira através do seu *Jornal* e da sua correspondência. Não teria existido sem o seu forte empenho individual em mostrar à comunidade matemática mundial o valor dos trabalhos produzidos pelos matemáticos portugueses. Isto abriu portas à publicação destes trabalhos em revistas internacionais. No quadro seguinte estão

contabilizadas as publicações dos matemáticos portugueses no estrangeiro entre 1877 e 1925.

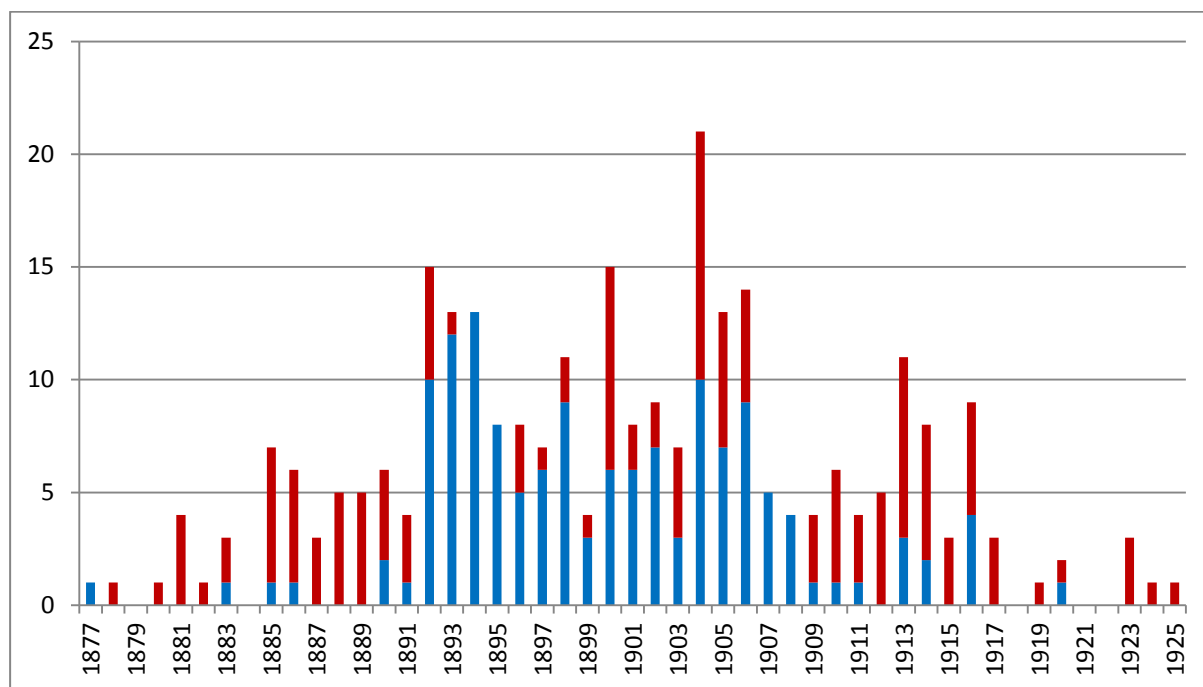


Ilustração 53 - Publicações dos matemáticos portugueses nas revistas estrangeiras¹⁹⁶ (excepto Gomes Teixeira) – azul, e de Gomes Teixeira – vermelho.

Com base no gráfico da ilustração 53, pode-se concluir que o aparecimento de um grande número de publicações de matemáticos portugueses em revistas estrangeiras coincide com a crescente popularidade do *Jornal de Teixeira*, e com um período de cooperação activa com *JFM*. Este gráfico demonstra claramente que não podemos falar de isolamento do país.

Assim, podemos afirmar que um dos objetivos que Gomes Teixeira definiu aquando da criação do seu *Jornal* foi realizado: levar a ciência portuguesa para além das fronteiras.

¹⁹⁶ R. Guimarães (Guimarães, 1909) e *JFM* (<http://www.emis.de/MATH/JFM/>).

4.5 Notas Finais

No período da fundação do *Jornal* 1877-1905 podemos observar o crescimento da atividade dos matemáticos portugueses. Como podemos ver na Ilustração 53, durante este período varios matemáticos portugueses, não só Gomes Teixeira, começaram a ser publicados nas revistas matemáticas estrangeiras. Na nossa opinião, este pico da atividade criativa da comunidade matemática portuguesa foi influenciado, de uma ou outra forma, pelo exemplo de Gomes Teixeira.

A análise quantitativa das publicações de matemáticos portugueses nas revistas estrangeiras, realizada neste capítulo, permite em certa medida, julgar sobre a qualidade científica destes artigos, supondo uma correlação entre a qualidade dos periódicos e as suas publicações. Esta informação é apresentada na tabela localizada no Anexo A.

O intercâmbio do *Jornal de Teixeira* com as edições científicas de outros países mostra a aceitação deste *Jornal* pela comunidade matemática internacional. Para a disseminação dos feitos dos matemáticos portugueses junto à comunidade matemática internacional, Gomes Teixeira enviava para o *JFM* as resenhas dos artigos não apenas contidos no seu *Jornal*, mas também contidos nas outras revistas que existiam naquele tempo em Portugal, tais como: *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*; *Memórias da Academia das Sciencias de Lisboa*; *O Instituto de Coimbra*; *Revista de obras públicas*.

De um total de 481 resenhas que elaborou (Carvalho e Silva, 2005) Gomes Teixeira mandou para *JFM* 93 resenhas de trabalhos de matemáticos portugueses e 87 resenhas de autores estrangeiros¹⁹⁷ entre 1877 e 1905, publicados na sua revista. Como podemos ver na ilustração 48, a partir do sexto volume há um aumento de número de autores estrangeiros e a partir do oitavo volume o número de autores estrangeiros ultrapassa o número de autores portugueses. Entre o sexto e o décimo quinto volume (1885-1905) o número de publicações está distribuído da seguinte forma: 61 publicações de autores portugueses e 90 publicações de autores estrangeiros. O *Jornal* torna se internacional. Com o crescimento da popularidade do *Jornal* nas suas páginas pode-se encontrar os artigos em tom de

¹⁹⁷ Temos que destacar que em todos os quinze volumes foram publicados 240 artigos, incluindo os trabalhos sobre a resolução dos problemas apresentados no *Jornal*, 140 artigos pertencem a autores portugueses e 100 artigos pertencem a autores estrangeiros.

discussão¹⁹⁸, que foram provocados pela publicação de algum trabalho numa determinada revista europeia. As discussões publicadas em *Jornal de Teixeira* confirmam a sua popularidade entre a comunidade matemática mundial. Graças ao *Jornal de Teixeira*, a atividade de Gomes Teixeira e a sua colaboração com as revistas bibliográficas através dos quais ele dava a conhecer ao resto do mundo as últimas descobertas dos matemáticos portugueses, o isolamento científico de Portugal foi ultrapassado. A confirmação disso é a criação de revistas científicas com a participação de autores estrangeiros, um ativo intercâmbio científico através da participação em encontros científicos (seminários e conferências). Graças a Gomes Teixeira os trabalhos dos matemáticos portugueses foram devidamente apreciados. Deve notar que o *Jornal de Teixeira* era uma importante obra na divulgação da pesquisa matemática.

¹⁹⁸ No 10º volume, na página 185 o artigo de M. Maurice d'Ocagne "*Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira*". No 11º volume na página 115 o artigo de M. Maurice d'Ocagne "*Extrait d'une lettre à Mr. E. Lemoine*". No 8º volume, na página 33 o artigo de A. Gutzmer "*Sur une série considérée par M. Lerch*".

Capítulo 5. A investigação de Gomes Teixeira como base para o seu reconhecimento internacional

5.1 Introdução

Apesar de ser difícil contabilizar o número total de trabalhos de Gomes Teixeira, os dados do *Jahrbuch* constituem um indicador fiável sobre os artigos publicados nas revistas mais reconhecidas da sua época. De acordo com uma pesquisa efetuada na sua base de dados¹⁹⁹, o *Jahrbuch*, referenciava, no início de 2013, 137 publicações da autoria de Gomes Teixeira (sob os nomes Teixeira, F. G. e/ou Gomes Teixeira, F.), em seis línguas diferentes (português, francês, espanhol, inglês, alemão e italiano), contando com os trabalhos sobre temas da História da Matemática que escreveu nos seus últimos anos de vida, assim como com obituários, discursos e resenhas de livros.

No entanto, não nos debruçaremos aqui sobre os aspetos quantitativos, apesar de estes também constituírem uma prova do lugar de destaque que ocupa Gomes Teixeira na história da Matemática em Portugal. Em nossa opinião, os seis trabalhos publicados entre 1887 e 1906 no *Jornal de Crelle* poderiam por si só ser tomados como medida da sua inserção, ao mais alto nível, no seio da comunidade matemática europeia. Mas, além disso, como se pode ver no Anexo A, Gomes Teixeira também publicou em todas as outras

¹⁹⁹ Em <http://www.emis.de/MATH/JFM/JFM.html>

revistas internacionais de maior prestígio. Sem pretender exagerar, isto indica sem sombra de dúvida que Gomes Teixeira granjeou o reconhecimento internacional acima de tudo pelo seu mérito científico.

Como editor de uma revista, num tempo em que as vias e meios de comunicação se desenvolviam (com a construção de redes ferroviárias e postais por toda a Europa) Gomes Teixeira dispunha de uma vantagem adicional, que lhe permitiu ter um lugar de destaque, também a nível organizativo, e por isso ser chamado a colaborar em inúmeras atividades desenvolvidas a nível europeu.

Nas secções que se seguem pretendemos ilustrar, através de alguns exemplos, o carácter polifacetado da obra matemática de Gomes Teixeira, bem como o apreço que esta foi merecendo ao longo das décadas até aos nossos dias.

Para o efeito, como já foi referido na Introdução, concentrar-nos-emos sobretudo – mas não exclusivamente – nos seus trabalhos como especialista na área da Análise Matemática, com interesse na Teoria dos Números e na Combinatória. Dada a nossa especial inclinação para a área da Análise, deixaremos de lado o bem conhecido *Tratado de las curvas especiales notables*, (Teixeira, 1905)²⁰⁰, que, juntamente com as suas reedições, constitui sem dúvida o trabalho de Gomes Teixeira mais famoso em todo o mundo.

A Secção 5.2 constitui um breve panorama das variadas referências a Gomes Teixeira em diferentes áreas da literatura matemática. Tanto quanto sabemos, algumas destas referências, por nós encontradas, não foram até agora mencionadas em outros estudos sobre a obra de Gomes Teixeira.

Uma vez que não podemos aspirar a fazer uma cobertura integral de uma obra tão abrangente como a de Gomes Teixeira, optamos por dedicar a Secção 5.3 a uma apresentação mais detalhada das suas contribuições na área da teoria das séries, que no seu conjunto constituem cerca de um quinto (cerca de 30 artigos) dos seus trabalhos. Neste contexto, merece especial destaque o reconhecimento dado pela comunidade internacional à sua generalização da série de Lagrange-Bürmann, resultado que passou a ser designado por *Teorema de Teixeira*. Ainda hoje, uma pesquisa na internet conduz imediatamente a

²⁰⁰ Este trabalho foi completado e reeditado nos Volumes IV, V e VII das *Obras*, (Teixeira, 1904-1912)

uma referência a este teorema, na página do Wolfram MathWorld²⁰¹. Como veremos, a conhecida série de Laurent pode ser obtida como um caso particular da *série de Teixeira*, (Campos, 1988; 1990).

5.2 Ecos da obra de Gomes Teixeira no estrangeiro

Os interesses científicos de Gomes Teixeira abrangiam diversas áreas da Matemática. Graças à sua rica cultura e ao seu conhecimento de várias áreas científicas, conseguia generalizar, simplificar ou interpretar de forma original resultados já conhecidos e publicados em diversas revistas.

Não se liga ao nome de Gomes Teixeira à criação de novos conceitos ou teorias fundamentais, mas, em nossa opinião, todas as reações da comunidade matemática internacional mostram a valorização do seu trabalho como contributo importante na construção do edifício tão multifacetado de que é a Matemática. Não sendo comparável com os grandes vultos do século XIX como Cauchy, Gauss, Riemann ou Weierstrass, que deixaram as suas marcas para a eternidade, parece-nos que Gomes Teixeira se enquadrou de forma muito notável no grande grupo de matemáticos (às vezes chamado de “segunda linha”) desse século, que contribuiu para o alargamento do conhecimento e do seu aprofundamento com trabalhos menos espetaculares, mas muitas vezes não menos elaborados e importantes. Neste sentido não recorreremos a padrões abstratos e provavelmente bastante subjetivos sobre o grau inovador ou de originalidade de obras científicas, mas deixamos falar as manifestações de reconhecimento pelo meio científico exterior a Portugal.

Enquanto que em (Alves, 2004) é quase exclusivamente tomada como medida da prestação de Gomes Teixeira a citação que faz nos seus trabalhos de fontes pertinentes para as correspondentes áreas, pretendemos aqui evidenciar a relevância da obra científica de Gomes Teixeira mostrando como os seus resultados foram avaliados por outros matemáticos estrangeiros. Para este efeito, referimos alguns dos autores mais importantes

²⁰¹ <http://mathworld.wolfram.com/TeixeirasTheorem.html>

que citaram Gomes Teixeira, desde o seu tempo até aos dias de hoje, embora sem fazer distinção entre simples referências aos seus resultados e uma efetiva utilização dos mesmos.

O *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, muitas vezes ignorado pelos estudiosos que não dominam a língua alemã, constituiu uma valiosa fonte para a pesquisa aqui levada a cabo. De facto, através do seu sistema de classificação, semelhante ao do MSC 2000 ou 2010 da MathSciNet e da Zentralblatt, foi possível delimitar as áreas correspondentes aos resultados de Gomes Teixeira e assim focar a pesquisa da sua utilização por outros autores.

Foi feita uma pesquisa focada nas obras de referência de algumas áreas concretas, baseada numa classificação dos escritos de Gomes Teixeira de acordo com o *Jahrbuch* e limitada à área da Análise com algumas aplicações à Combinatória.

Lembramos brevemente os primeiros passos de Gomes Teixeira como investigador, dedicados a problemas na área da Análise, que provavelmente determinaram os seus principais interesses científicos durante mais do que 15 anos. Como já foi anteriormente mencionado no Capítulo 2, um dos seus primeiros trabalhos, *Desenvolvimento das funções em fracção contínua* (Teixeira, 1871), chamou a atenção do matemático português Daniel da Silva, que em 1872 apresentou este trabalho de Gomes Teixeira na sessão da *Academia Real de Sciencias de Lisboa*, tendo conseguido a sua publicação sob o título *Aplicação das fracções contínuas á determinação das raízes das equações* na revista desta Academia, (Teixeira, 1873).

Outro dos primeiros trabalhos de Gomes Teixeira, *Integração das Equações às derivadas parciais de segunda ordem*, foi escrito para a obtenção do grau de doutor (Teixeira, 1875). Gomes Teixeira entendeu muito cedo a importância que o estudo das equações diferenciais parciais de segunda ordem assumia dentro da área da Análise Matemática. Assim, colocou a si próprio um objetivo que o acompanhou durante toda a sua vida: simplificar e generalizar soluções existentes, torná-las mais acessíveis e simples de compreender e aplicar. O seu trabalho baseou-se essencialmente nas obras de L. Euler, P. Laplace, G. Monge, A. Ampère, G. Boole e V. G. Imschenetsky²⁰². Deste modo, dedicou-se

²⁰² Leonhard Euler (1707—1783) - grande matemático e físico suíço, que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na

sobretudo ao desenvolvimento de novos métodos dentro da abordagem clássica, não tendo integrado a corrente então emergente com a aplicação da teoria dos grupos de Lie à teoria das equações às derivadas parciais.

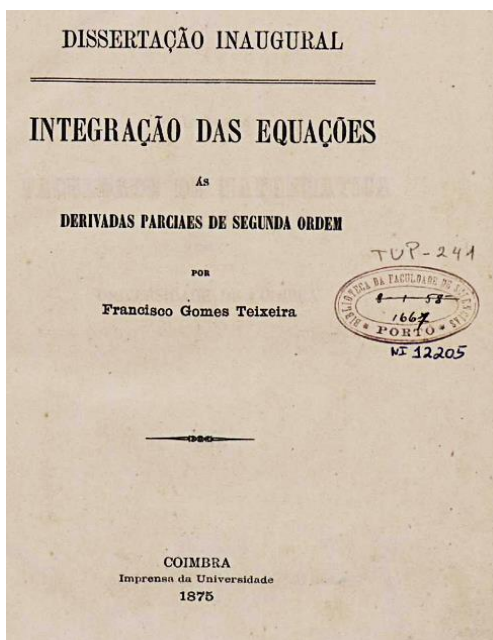


Ilustração 54 – Capa do trabalho *Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem*, tese de doutoramento de Gomes Teixeira, 1875.

Com base nos resultados obtidos na sua tese de doutoramento, Gomes Teixeira publicou, três anos mais tarde, o trabalho *Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles* (Teixeira, 1878). Este seu primeiro artigo publicado fora de Portugal obteve reconhecimento internacional. Como aponta Rodolfo

Alemanha.

Pierre Simon, Marquis de Laplace (1749—1827) - matemático, astrónomo e físico francês. O seu maior trabalho no campo da Astronomia "*Traité de Mécanique Céleste*" foi publicado em cinco volumes durante 26 anos (1799-1825); estudou as perturbações das órbitas dos planetas e dos satélites, a forma e rotação dos anéis de Saturno e a estabilidade do sistema solar. Também se dedicou ao estudo das equações diferenciais e da geodesia, tendo estabelecido a *Equação de Laplace*. A *Transformada de Laplace* aparece em todos os ramos da física matemática.

Gaspard Monge (1746—1818) - matemático francês, criador da geometria descritiva.

André-Marie Ampère (1775—1836) - físico, filósofo, cientista e matemático francês que fez importantes contribuições para o estudo do electromagnetismo. Em sua homenagem, foi dado o nome de *ampère* à unidade de medida da intensidade de corrente elétrica.

George Boole (1815—1864) - matemático e filósofo britânico, criador da *Álgebra Booleana*, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna.

Vasily Grigorjevich Imschenetsky (em russo: Василий Григорьевич Имшенецкий) (1832—1892) - matemático russo que fez importantes contribuições para o estudo de equações diferenciais às derivadas parciais.

Guimarães (Guimarães, 1914), o trabalho é referido por matemáticos de renome como E. Goursat²⁰³ e, em particular, por A. R. Forsyth²⁰⁴, no seu livro *Theory of Differential Equations*, (Forsyth, 1906).

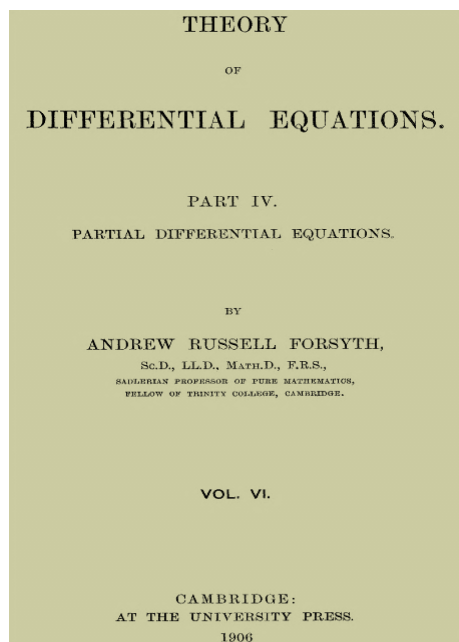


Ilustração 55 – Capa do livro de Forsyth, *Theory of Differential Equations*, vol.VI, 1906.

Relativamente à relação entre Forsyth e Gomes Teixeira, é interessante assinalar o seguinte pormenor. No artigo *The Character of the general integral of partial differential equations*, publicado em 1897 nos *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 28, Forsyth obteve os mesmos resultados que Gomes Teixeira obtivera anteriormente no seu trabalho sobre equações diferenciais que generalizava a teoria de Ampère. A este propósito, Gomes Teixeira menciona:

(...) Alguns dos pontos d'esta dissertação foram objecto de trabalhos que posteriormente publicámos, os quaes se podem ver nas páginas seguintes deste volume. Assim, a respeito da generalisação da theoria de Ampere sobre os integraes das equações ás derivadas parciaes, dada no

²⁰³ Edouard Jean-Baptiste Goursat (1858 - 1936) - matemático francês, membro da Academia de Ciências da França (1919), professor da Universidade de Paris (1897). As suas obras principais são na área das equações diferenciais às derivadas parciais e da teoria de funções analíticas. Autor do *Cours d'analyse mathématique* (1902-1913).

²⁰⁴ Andrew Russell Forsyth (1858—1942) - matemático escocês que fez importantes contribuições para o estudo de equações diferenciais.

capítulo I, publicámos em 1878 um trabalho nas *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux* {2.^a serie, t. II). Da mesma generalisação occupou-se, mais tarde, Forsyth, professor na Universidade de Cambridge, em um artigo intitulado *The character of the general integral of partial differential equations*, o qual foi publicado em 1897 no volume XXVIII dos *Proceedings of the London Mathematical Society*. N'este artigo obteve este eminente geometra os mesmos resultados a que tínhamos anteriormente chegado, por methodo análogo, n'esta dissertação e no trabalho precedentemente referido, os quaes elle não conhecia n'essa occasião, como nos fez a honra de nos comunicar em carta de 31 de janeiro de 1898. Á transformação estudada no n.º 16 e ás suas applicações consagrámos também uma nota, publicada no volume correspondente a 1882 do *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, e á applicação da mesma transformação, considerada no n.º 29, uma outra publicada no volume correspondente a 1881 dos *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris*. A doutrina d'esta ultima foi transcripta por Goursat nas suas importantes *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du seconde ordre* (t. II, p. 265, Paris, 1898), onde é consagrado um bello capítulo á transformação considerada no n.º16 d'esta dissertação; e á mesma doutrina foram consagradas por Clairin algumas paginas da bella these sobre as *transformações de Baecklund*, que apresentou em 1902 á Faculdade das Sciencias de Paris, e que foi publicada como supplemento ao volume XIX da 3.º serie dos *Annales de l'Ecole Normale Supérieure de Paris*. (...) (Teixeira, 1904-1912), vol. II, p. 156)

A carta de Forsyth mencionada no texto de Gomes Teixeira encontra-se registada na correspondência científica arquivada na Universidade de Coimbra²⁰⁵ e é mencionada em (Vilhena, 1936).

(...) 1113. Carta de Forsyth sobre um trabalho que publicou nos Proceedings da Sociedade Matemática de Londres, onde obteve resultados que eu tinha anteriormente obtido em um artigo publicado nas Memórias da Sociedade de Ciências de Bordeus. (...) (Vilhena, 1936), p. 237)

Como se pode constatar na Ilustração 56, Forsyth mencionou posteriormente, no seu livro *Theory of Differential Equations*, sob a forma de exercício, um resultado do matemático português, embora sem indicação precisa do trabalho concreto onde ele se encontrava publicado.

²⁰⁵ O índice desta correspondência foi elaborado pelo próprio Gomes Teixeira.

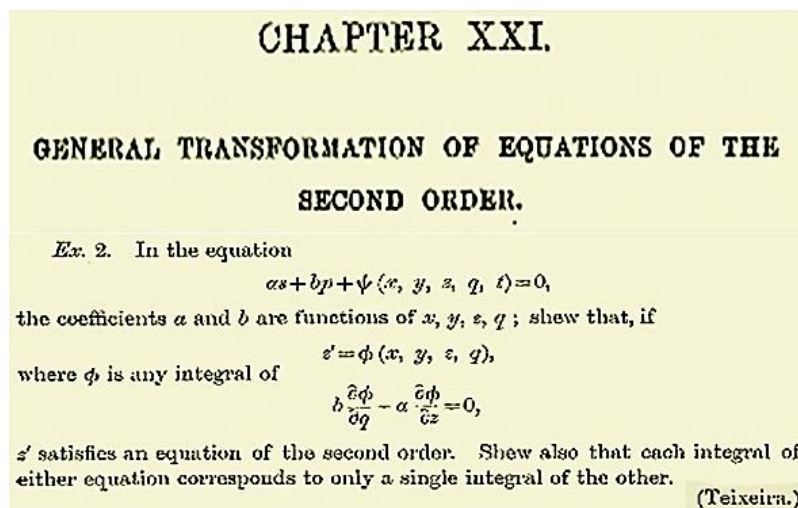


Ilustração 56 – Referência a Gomes Teixeira no livro de Forsyth, *Theory of Differential Equations*, p. 453 (Forsyth, 1906).

Segundo investigações por nós efetuadas, tudo indica que o exercício proposto possa ter sido retirado, com algumas alterações na notação, do artigo *Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre*, publicado em 1881 nos *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, XCIII (pp. 702-703), também mencionado no texto de Gomes Teixeira atrás transcrito.

Gomes Teixeira integrou o seu resultado, no parágrafo 99, páginas 251-268, do Vol. VI do seu *Curso de Analyse Infinitesimal* (Teixeira, 1912a), onde considera uma classe particular de equações às derivadas parciais de segunda ordem, abaixo descrita nas suas próprias palavras.

99. A forma geral das equações às derivadas parciais de segunda ordem é

$$f(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0,$$

Onde

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

Aqui limitar-nos-hemos a considerar as equações da forma

$$(1) \quad Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0$$

Onde H, K, L, M, N representam funções de x, y, z, p, q . Estas equações foram consideradas primeiramente por Monge, no caso particular de ser $N=0$, em seguida por Ampère, Boole, etc.

Baseando-se no seu trabalho de 1881, no parágrafo 104, páginas 266-268, Gomes Teixeira considera uma outra classe particular de equações, referindo que estas podem ser integradas recorrendo à sua redução à forma mencionada no parágrafo 99.

104. Há muitas equações às derivadas parciais de segunda ordem cuja integração se póde fazer depender da integração da equação (1), por mudanças convenientes das variáveis.

Está neste caso a equação seguinte:

$$As + Bq + \psi(r, p, z, y, x) = 0,$$

onde A e B representam funções de x, y, z, p .

Para a transformar, ponha-se

$$u = f(x, y, z, p)$$

a função f sendo determinada por meio da equação às derivadas parciais linear de primeira ordem

$$A \frac{\partial f}{\partial z} - B \frac{\partial f}{\partial p} = 0 \quad (\dots)$$

Levamos seguidamente a cabo a transformação sugerida por Gomes Teixeira, aplicando-a à primeira parte do exercício proposto por Forsyth.

Considere-se então a equação:

$$as + bp + \psi(x, y, z, q, t) = 0,$$

onde a e b são funções de x, y, z, q e

$$q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Para a transformar esta equação, defina-se

$$z' = \phi(x, y, z, q)$$

onde a função ϕ é determinada por meio da equação às derivadas parciais linear de

primeira ordem

$$b \frac{\partial \phi}{\partial q} - a \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

Derivando z' , obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial z'}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} p + \frac{\partial \phi}{\partial q} s = 0 \\ \frac{\partial z'}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} q + \frac{\partial \phi}{\partial q} t = 0 \end{cases}$$

Eliminando na equação proposta t e s por meio destas equações e notando que p desaparece, em virtude da equação anterior, obtemos uma equação da forma

$$F(x, y, z, q, \frac{\partial z'}{\partial x}, \frac{\partial z'}{\partial y}) = 0$$

Esta equação e igualdade $z' = \phi(x, y, z, q)$ dão, resolvendo-as relativamente a z e q ,

$$z = \varphi(x, y, z', \frac{\partial z'}{\partial x}, \frac{\partial z'}{\partial y})$$

$$q = \theta(x, y, z', \frac{\partial z'}{\partial x}, \frac{\partial z'}{\partial y})$$

Derivando a primeira destas equações relativamente a y e comparando o resultado com a segunda, obtemos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \frac{\partial z'}{\partial x}} \frac{\partial^2 z'}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial \frac{\partial z'}{\partial y}} \frac{\partial^2 z'}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial y} - \theta(x, y, z', \frac{\partial z'}{\partial x}, \frac{\partial z'}{\partial y}) = 0$$

Esta equação, que é da forma (1), determina z' ; usando depois as equações anteriores, obtém-se de forma única z .

Por sua vez E. Goursat fez duas referências ao trabalho de Gomes Teixeira no seu livro *Leçons sur L'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre*. (Goursat, 1898).

Na primeira referência E. Goursat utiliza os resultados do trabalho de Gomes Teixeira *Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre*, publicado nos

Comptes rendus XCIII, p. 702-703, em 1881, (Teixeira, 1881).

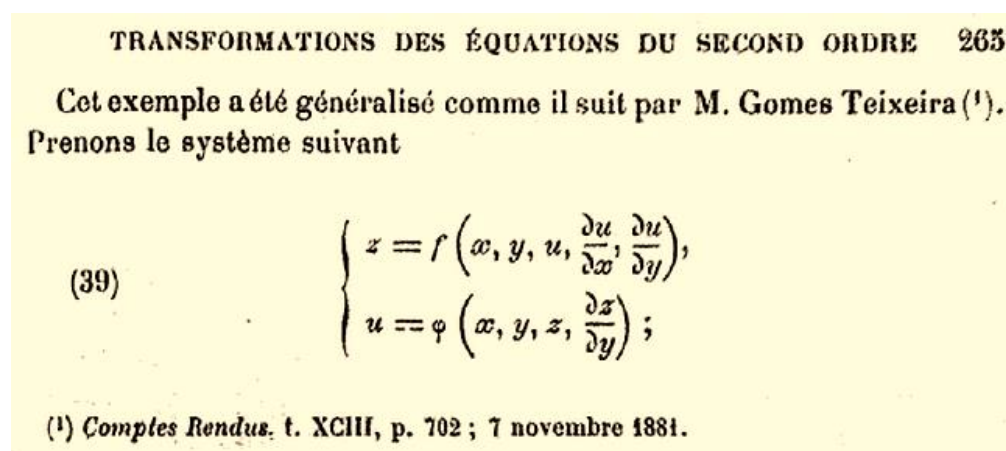


Ilustração 57 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira no livro de E. Goursat *Leçons sur L'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre* (Goursat, 1898, p. 265).

A segunda referência é feita ao trabalho *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre*, publicado em *Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique* em 1882.

Na introdução deste artigo podemos ler (Teixeira, 1882):

(...) Je propose, dans ce travail, une modification à la méthode de Boole pour intégrer les équations aux dérivées partielles linéaires, du deuxième ordre, lorsque leurs intégrales intermédiaires contiennent seulement x et y dans l'argument de la fonction arbitraire. Je réduis alors cette intégration à celle de deux équations aux dérivées partielles, du premier ordre, linéaires, indépendantes; au lieu de la réduire à l'intégration de deux équations simultanées, comme fait Boole.

Quand l'intégrale intermédiaire n'existe pas, je fais connaître une transformation de l'équation proposée, qui contient, comme cas particulier, la transformation de Laplace (...) (Teixeira, 1882, p. 486)

l'équation linéaire (46)' résulte de l'élimination de u entre les deux équations

$$u = \varphi(x, y, z, p, q),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} p + \frac{L}{\lambda} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} q \right) + \mu M = 0,$$

et on aura à examiner si l'élimination de z conduit aussi à une équation du second ordre en u ⁽¹⁾.

(1) Le cas particulier où H, K, L, M ne dépendent pas de z , et où on prend aussi la fonction φ indépendante de z , a été considéré par M. R. Liouville (*Comptes Rendus*, t. XCVIII, p. 216, 569, 723; 1884). On trouvera d'autres cas particuliers étudiés dans un mémoire de M. Gomes Teixeira : « Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du second ordre » (*Bulletins de l'Académie de Belgique*, 3^e série, t. III, p. 486; 1882).

Ilustração 58 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre* (Bulletin de l'Académie de Belgique, 1882) no livro de E. Goursat *Leçons sur l'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre* (Goursat, 1898, p. 269).

As referências encontradas nos trabalhos de Forsyth e Goursat, comprovam de certo modo a relevância dos resultados obtidos por Gomes Teixeira.

Finalmente mencionamos ainda que Gomes Teixeira publicou no total 7 trabalhos²⁰⁶ dedicados ao tema de *Equações às derivadas parciais*²⁰⁷, entre 1875 e 1889.

- **1875** - *Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem*, Imprensa da Universidade de Coimbra, Coimbra
- **1878** - *Sobre a integração das equações às derivadas parciais lineares de 2ª ordem*, *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. II, pp. 138-153, Coimbra
- **1878** - *Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles*, *Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux*, vol. II, 2ª, pp. 315-321, Bordeaux

²⁰⁶ Um dos trabalhos *Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre* foi publicado em 1889 duas vezes em duas diferentes edições: primeiro na revista *Bulletin de la Société Mathématiques de France*, vol. XVII e depois no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. IX.

²⁰⁷ A dissertação de Gomes Teixeira é o primeiro destes sete trabalhos.

- **1881** - *Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, vol. XCIII, pp.702-703, Paris
- **1882** - *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre*, Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique, vol. III, 3^a, pp. 486-488, Bruxelles
- **1885** - *Sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle*, Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris, vol. II, 3^a, pp. 321-324, Paris
- **1889** - *Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre*, Bulletin de la Société Mathématiques de France, vol. XVII, pp. 125-142, Paris²⁰⁸

Antes de passar neste subcapítulo aos resultados na Teoria dos Números e na Combinatória, ilustramos ainda alguns aspetos da investigação de Gomes Teixeira na área de Geometria, que deixou um marco significativo na Matemática até os nossos dias.

Segundo informação recolhida por Graça Alves, os trabalhos de Gomes Teixeira na área da Geometria começaram a ser publicados em 1898. É de salientar que o seu *Tratado de las Curvas Especiales Notables, tanto planas como alabeadas*, apesar de premiado pela *Real Academia de Ciencias exactas Fisicas y Naturales de Madrid* em 1897, apenas foi publicado em 1905.

Ao todo Gomes Teixeira publicou 71 trabalhos dedicados à Geometria (Alves, 2004, p. 263).

O primeiro trabalho a ser publicado, *Sur l'enveloppe d'une droite de longueur donné s'appuyant sur deux droites*, surgiu na revista *L'Intermédiaire des Mathématiciens* em 1898, volume V, pp. 162-163. Na página 163, encontra-se o seguinte comentário a este artigo:

(...) M. Gomes Teixeira nous fait, en outre, parvenir une autre réponse, purement analytique et fort

²⁰⁸ Artigo também publicado no *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. IX, pp. 163-172

interessante, que seul le défaut de place nous empêche d'insérer. Il est de même pour les réponses de MM. C. Juel (Copenhague), E. Wölffing (Stuttgart) et Gino-Loria (Gênes). Ce dernier signale à ce sujet un article de feu M. Amodeo [*Astroïden* (*Arch. Grunert-Hoppe* (t. LXIV, p. 177; 1879)] (...) (Teixeira, 1898, p. 163).

Uma curiosidade particular é a referência ao trabalho de Gomes Teixeira feita pelo matemático japonês Senkichi Nakagawa (1876–1942), no seu artigo *On some problems of concurrence in the geometry of the triangle*, na revista *Tôhoku Mathematical Journal*²⁰⁹, vol. 4, em 1914, (Nakagawa, 1914). O artigo de Gomes Teixeira referido pelo autor japonês, *Sur les roulettes circulaires*, foi publicado na revista *Nouvelles Annales de Mathématiques* (pp.438-441), em 1913.

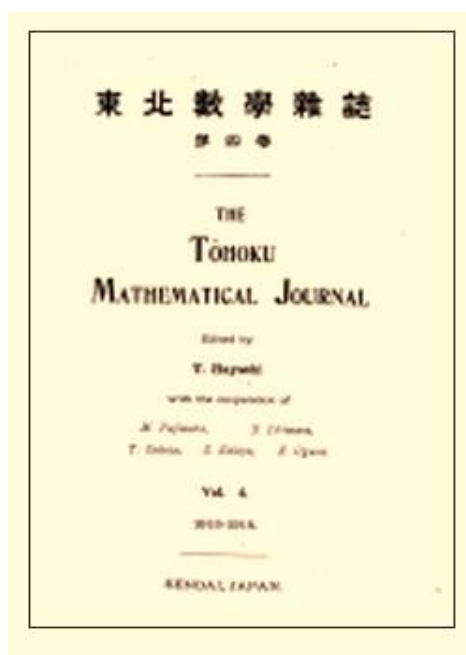


Ilustração 59 - Capa do *Tohoku Mathematical Journal*.

²⁰⁹ A *Tohoku Mathematical Journal* é uma revista de ciências matemáticas, publicada pela Universidade de Tohoku, no Japão. Foi fundada em agosto de 1911 por Tsuruichi Hayashi.

P. Appell, Développements en série procédant suivant les inverses de polynomes donnés. H. Vergne, Sur une correspondance entre les mouvements de deux systèmes mécaniques holonomes consécutifs.

Nouvelles Annales de Mathématiques, (4) t. 13, Oct.-Nov. 1913.

R. Bricard, Carlo Bourlet. **F. G. Teixeira**, Sur les roulettes circulaires. R. Goormaghtigh, Sur les ellipses tritangentes à l'hypocycloïde à trois rebroussements.

Ilustração 60 - Referência ao trabalho *Sur les roulettes circulaires* (1913) de Gomes Teixeira no *Tohoku Mathematical Journal*, vol. 4, 1914.

No entanto, o primeiro grande trabalho de Gomes Teixeira nesta área, foi o já referido *Tratado de las curvas especiales notables, tanto planas como alabeadas*. Este trabalho não só foi premiado pela *Real Academia de Ciencias de Madrid*, como produziu grande impacto na comunidade matemática internacional, tendo Gomes Teixeira recebido vários comentários de diversos matemáticos de todo mundo. Estas reações estão bem documentadas no trabalho de Graça Alves (Alves, 2004), com base na correspondência sobre este assunto reunida por Gomes Teixeira no seu livro *Ecos da Minha Vida*, (Teixeira, não datado).

A este respeito, gostaríamos de referir uma das reações, da autoria de R. C. Archibald (1875-1955), surgida apenas após a publicação deste trabalho como parte integrante das *Obras sobre Matemática* de Gomes Teixeira (Teixeira, 1905):

(...) We heartily recommended Professor Gomes Teixeira's book for every mathematical library, as no other publication of the kind can take its place. The little book is characterized by marked individuality. When a new edition is called for we hope that the author may be moved to add another chapter on still more of the many famous problems of the category he has been considering. For example, an adequate history of the following century-old problem has not yet been published: "Given the length of the bisectors of the angles of a triangle between the vertices and the opposite sides to construct the triangle". In 1911, Professor R. P. Baker published a hundred page doctor's dissertation on this problem. (...) (Archibald, 1918, p. 210).²¹⁰

²¹⁰ O artigo completo encontra-se no Anexo B, pp. 437-440.

Posteriormente, muitos outros matemáticos referenciaram o *Tratado de las curvas especiales notables* ou as suas reedições. A título de exemplo, mencionamos aqui apenas algumas destas referências.

Como se pode ver nas Ilustrações 62 e 63 a edição de 1946 da *Encyclopædia Britannica* menciona o *Tratado*. (Encyclopædia, 1946, v. 6)

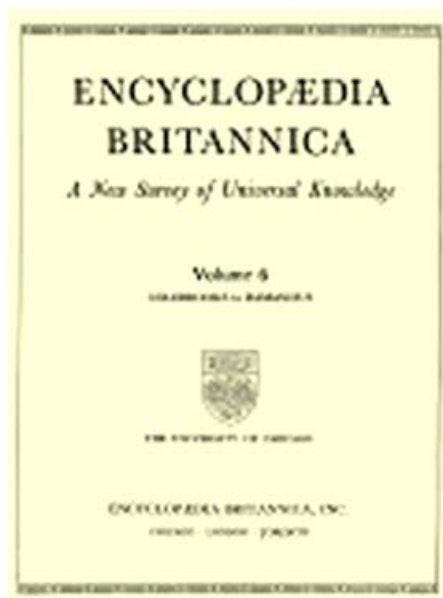


Ilustração 61 - Capa da edição de 1946 da *Encyclopædia Britannica: A New Survey of Universal Knowledge*, Vol. 6.

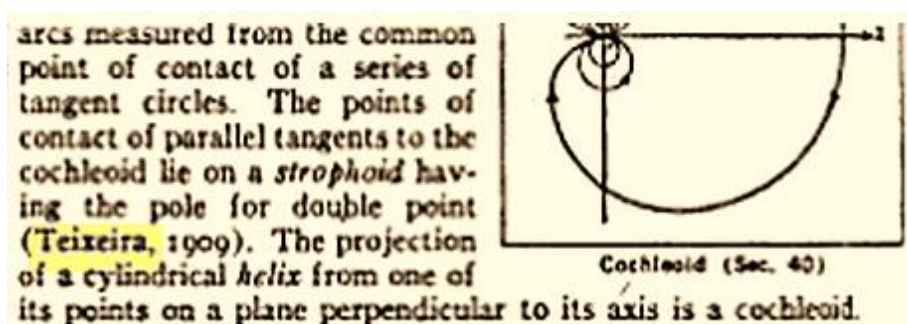


Ilustração 62 - Referência ao trabalho *Tratado de las curvas especiales notables* de Gomes Teixeira (vol. V de Obras sobre Mathematica) na *Encyclopædia Britannica*, 1946, Vol. 6, p.894

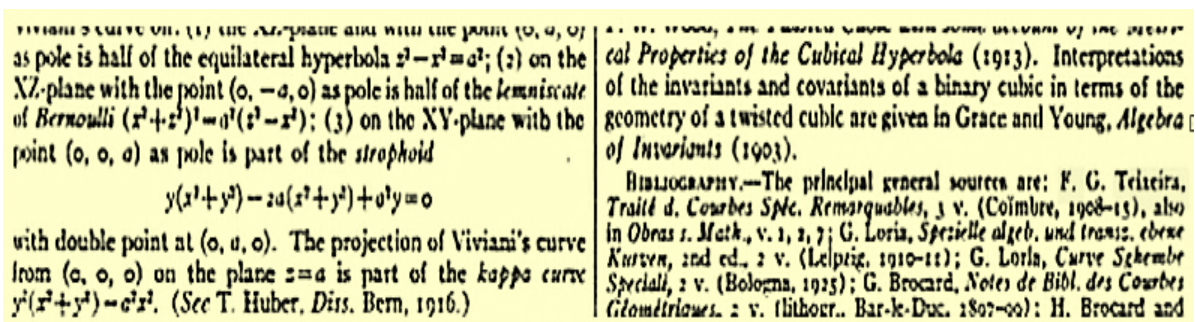


Ilustração 63 - Referência ao trabalho *Tratado de las curvas especiales notables* (Obras sobre Mathematica) de Gomes Teixeira na *Encyclopædia Britannica*, 1946, Vol. 6, p.899

O *Tratado* é também referido no livro *A Book of Curves*, de Edward Harrington Lockwood, editado pela Cambridge University Press em 1971, (Lockwood, 1971).

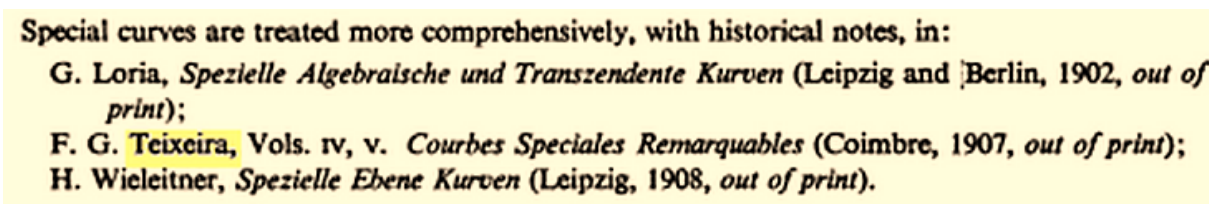


Ilustração 64 - Referência ao trabalho *Tratado de las curvas especiales notables* de Gomes Teixeira (vol. IV e V de Obras sobre Mathematica) no livro de Edward Harrington Lockwood, *A Book of Curves*, (Lockwood, 1971, p. 191)

Posteriormente, o *Tratado* é referenciado no *Encyclopedic Dictionary of Mathematics: The Mathematical Society of Japan*, Vol. 1, editado pela MIT Press em 1993 (MSJ, 1993, p. 353):

- [4] G. Loria, *Spezielle algebraische und transzendenten ebene Kurven. Theorie und Geschichte I, II*, Teubner, 1910, 1911.
- [5] F. G. Teixeira, *Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches I–III*, Coïmbre, 1908–1915.
- [6] P. S. Alexandrov and H. Hopf, *Topologie I*, Springer, 1935.
- [7] S. Lefschetz, *Introduction to topology*, Princeton Univ. Press, 1949.
- [8] M. H. A. Newman, *Elements of the topology of plane sets of points*, Cambridge Univ. Press, second edition, 1951.
- [9] M. Greenberg, *Lectures on algebraic topology*, Benjamin, 1966.
- [10] E. E. Moise, *Geometric topology in dimensions 2 and 3*, Springer, 1977.

Ilustração 65 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira na *Encyclopedic Dictionary of Mathematics*. Bibliografia da secção sobre as curvas, que inclui, na página 353, artigo de Gomes Teixeira *Tratado de las curvas especiales notables*, que foi incorporado na *Obras sobre Mathematica*.

Outra referência recente é a de Michael Trott, no seu *The Mathematica GuideBook for Graphics*, Vol. 1, em 2004, (Trott, 2004, p. 606).

606	Two-Dimensional Graphics
745	M. Sykes. <i>A Source Book of Problems for Geometry</i> , Allyn and Bacon, Boston, 1912.
746	S. Tabachnikov. <i>Billiards</i> , Société Mathématique de France, Paris, 1995.
747	S. Tabachnikov. <i>Geom. Dedicata</i> 80, 217 (2000).
748	T. Takagi. <i>Proc. Phys-Math. Jap.</i> 1, 176 (1903).
749	R. F. Talbot. <i>Math. Sci.</i> 12, 117 (1987).
750	T. Tao. <i>arXiv:math.CA/0008098</i> (2000).
751	T. Tao. <i>Notices Am. Math. Soc.</i> 48, 294 (2001).
752	F. G. Teixeira. <i>Courbes Speciales Remarquables</i> , Coïmbre, 1907.
753	A. Terras. <i>Harmonic Analysis on Symmetric Spaces and Applications I</i> , Springer-Verlag, New York, 1985.
754	E. Teufl. <i>Combinat., Prob. Comput.</i> 12, 203 (2003).
755	S. Tezuka. <i>Uniform Random Numbers: Theory And Practice</i> , Kluwer, Boston, 1995.
756	L. T. Q. Thang. <i>Discr. & Comput. Geom.</i> 14, 31 (1995).
757	P. S. Theocaris. <i>Moiré Fringes in Strain Analysis</i> , Pergamon Press, Oxford, 1969.

Ilustração 66 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira, incorporado na *Obras sobre Mathematica*, feita por Michael Trott no seu livro *The Mathematica GuideBook for Graphics*, 2004, p. 606.

No entanto, a referência mais recente por nós encontrada foi o livro de Alexander Ostermann e Gerhard Wanner, *Geometry by Its History*, editado pela Springer, em 2012. (Ostermann & Wanner, 2012)

Na página 200 deste livro, no capítulo 7.5 *Some Famous Curves and Their Tangents* pode ler-se:

(...) Descartes, in his introduction to the second “Livre” of his Geometry, proudly discusses the wide field of new curves, which his method allows one to study and which the “Anciens” had been reticent to consider, by limiting themselves to ruler and compass and possibly to the conics. We now present the properties of some curves, which owe their fame to their importance or their beauty. Comprehensive catalogues of interesting curves were published by G. Loria (1910/11) and by F.G. Teixeira (1905). (...) (Ostermann & Wanner, 2012, p. 200).

Os autores citam explicitamente, na bibliografia do livro, o *Tratado de las curvas especiales notables*, que foi publicado em Madrid em 1905 e foi incorporado na *Obras sobre Mathematica*.

- I. Stewart (2008), *Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities*, Profile Books LTD, London 2008, French. transl. Flammarion 2009. [p. 342]
 C.-F. Sturm (1823/24), *Autre démonstration du même théorème (de géométrie)*, Annales de mathématiques (Gergonne) 14 (1823/24) 286–293; Addition à l'article: pp. 390–391. [p. 120, 221]
 S. Tabachnikov (1993), *Poncelet's theorem and dual billiards*, L'Enseignement Mathématique 39 (1993) 189–194. [p. 328]
 S. Tabachnikov (1995), *Billiards*, Panoramas et Synthèses 1, Soc. Math. France 1995. [p. 232]
 N. Tartaglia (1560), *General trattato vol. 3 (La quarta parte del general trattato de numeri et misure)*, Venetia 1560. [p. 171, 298]
 F.G. Taylor and W.L. Marr (1913), *The six trisectors of each of the angles of a triangle*, Proc. Edinburgh Math. Soc. 32 (1913) 119–131. [p. 365]
 F.G. Teixeira (1905), *Tratado de las curvas especiales notables*, Madrid, 1905. [p. 200]
 V. Thébault (1930), *Sur le triangle isoscèle*, Mathesis XLIV (1930) 97. [p. 225]

Ilustração 67 - Bibliografia de *Geometry by Its History*, 2012 com a referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Tratado de las curvas especiales notables*, que foi publicado em Madrid, 1905 (Ostermann & Wanner, 2012, p. 415) .

O *Tratado* foi reeditado várias vezes em diversos países²¹¹ e encontra-se depositado em diferentes bibliotecas, tendo as últimas edições sido feitas em 1971 em Nova Iorque (Teixeira, 1971) e em 1995 em Paris (Teixeira, 1995), como já anteriormente mencionamos. Todas as referências ao trabalho de Gomes Teixeira *Tratado de las curvas especiales notables* mostram que é, ainda nos dias de hoje, considerado uma obra de referência da literatura matemática.

Ainda na área da geometria é digna de nota a contribuição de Gomes Teixeira para o estudo do antigo problema das curvas de Apolónio, baseada no seu tratamento analítico das propriedades geométricas das curvas. O problema, considerado por Quetelet²¹² e por Dandelin²¹³, foi mais tarde estudado por J.Steiner²¹⁴ e por van Rees²¹⁵. Em 1915, Gomes Teixeira conseguiu obter resultados sobre aspetos fundamentais deste problema que não tinham sido notados por aqueles matemáticos, como se refere no trabalho (Guimarães & Bellemain, 2004).

Após esta breve menção dos trabalhos de Gomes Teixeira na Geometria, completamos o nosso panorama sobre o reconhecimento da sua obra científica com a referência a alguns trabalhos relevantes para as áreas da Teoria dos Números e da Combinatória, deixando as séries para a secção seguinte.

No livro de Dickson, *History of the Theory of Numbers*, (Dickson, 1919), encontra-se, numa pequena anotação, uma referência ao trabalho de Gomes Teixeira de 1885, *Ueber einen Satz der Zahlentheorie*²¹⁶ publicado na revista alemã *Archiv für die Mathematik und Physik*, pp. 265-268, ver Ilustração 68. Neste trabalho Gomes Teixeira estabelece uma ligação entre um teorema de Weill sobre a divisibilidade de $n!$ deduzida através de métodos da combinatória, e a teoria dos quocientes diferenciais de ordem superior (cf. resenha JFM 17.0135.03 na base de dados do *Jahrbuch*).

²¹¹ Reeditada em França: 1908-1915 (três volumes), 1955, 1995; nos Estados Unidos: 1971, 1973.

²¹² Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796—1874) - matemático, astrónomo, estatístico e sociólogo belga.

²¹³ Germain Pierre Dandelin (1794-1847) - matemático belga.

²¹⁴ Jakob Steiner (1796 - 1863) - matemático suíço que trabalhou principalmente em geometria; foi um dos fundadores da geometria sintética.

²¹⁵ Richard van Rees (1798—1875) - matemático holandês. Foi reitor da Universidade de Utrecht em 1838/39.

²¹⁶ Trad. - *Sobre um Teorema da Teoria dos Números*

JFM 17.0135.03

Teixeira, F. Gomes.

Ueber einen Satz der Zahlentheorie. (German)

Hoppe Arch. (2) II. 265-268.

Published: 1885

Der von Herrn Weill gefundene Satz lautet: Ist

$$n = a\alpha + b\beta + \dots + l\lambda,$$

so ist $n!$ stets durch $\alpha!(a!)^\alpha \cdot \beta!(b!)^\beta \dots + \lambda!(l!)^\lambda$ teilbar. Der Beweis des Herrn Weill beruht auf combinatorischen Gründen. Herr Teixeira weist einen Zusammenhang mit der Theorie der höheren Differentialquotienten nach.

Simon, Dr. (Berlin)

Keywords:

congruences; factorials

Classification :

*11A07 Congruences, etc.

Cited in ...

Tradução da resenha:

O teorema que o Sr. Weill descobriu afirma o seguinte:

Seja

$$n = a\alpha + b\beta + c\gamma + \dots + h\lambda$$

então $n!$ sempre é divisível por $\alpha!(a!)^\alpha \beta!(b!)^\beta \dots \lambda!(l!)^\lambda$. A demonstração de Sr. Weill baseia-se em argumentos combinatórios. O Sr. Teixeira indica uma ligação com a teoria dos quocientes diferenciais de ordem superior.

É interessante notar que a revista *Archiv für die Mathematik und Physik*, indicada no livro de Dickson, era conhecida como *Hoppe Archiv*²¹⁷, sendo sob este nome que aparece na base de dados do *Jahrbuch*.

²¹⁷ Trad. - *Arquivo de Hoppe*

E. Catalan³⁴ noted that

$$\binom{2n-2p}{n-p} \binom{2p}{p} \div \binom{n}{p} = \text{integer.}$$

F. Gomes Teixeira³⁵ discussed the result due to Weill.²⁶

De Presle³⁶ proved that

$$\frac{(k+1)(k+2)\dots(k+hl)}{l!(h!)^l} = \text{integer,}$$

being the product of an evident integer by $(hl)!/\{l!(h!)^l\}$.

E. Catalan³⁷ noted that, if n is prime to 6,

$$\frac{(2n-4)!}{n!(n-2)!} = \text{integer.}$$

H. W. Lloyd Tanner³⁸ proved that

$$\frac{\{(\lambda_1 + \dots + \lambda_h)g\}!}{(\lambda_1! \dots \lambda_h!)^g (g!)^h} = \text{integer.}$$

L. Gegenbauer stated and J. A. Gmeiner³⁹ proved arithmetically that, if $n = \sum_{j=1}^r a_{j1}a_{j2}\dots a_{js}$, the product

$$m(m+k)(m+2k)\dots\{m+(n-1)k\}k^{n-r}$$

is divisible by

$$\prod_{j=1}^r \prod_{s=1}^s (a_{js}!)^{a_{js}+1\dots a_{js}},$$

where $m, k, n, a_{11}, \dots, a_{rs}$ are positive integers. This gives Hermite's²⁹ result by taking $r=s=1$. The case $m=k=1, s=2$, is included in the result by Weill.²⁶

Heine^{39a} and A. Thue⁴⁰ proved that a fraction, whose denominator is $k!$ and whose numerator is a product of k consecutive terms of an arithmetical progression, can always be reduced until the new denominator contains only such primes as divide the difference of the progression [a part of Hermite's²⁹ result].

F. Rogel⁴¹ noted that, if P be the product of the primes between $(p-1)/2$ and $p+1$, while n is any integer not divisible by the prime p ,

$$(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)P/p \equiv 0 \pmod{P}.$$

S. Pincherle⁴² noted that, if n is a prime,

$$P = (x+1)(x+2)\dots(x+n-1)$$

is divisible by n and, if x is not divisible by n , by $n!$. If $n = \Pi p^a$, P is divisible

³⁴Nouv. Ann. Math., (3), 4, 1885, 487. Proof by Landau, (4), 1, 1901, 282.

³⁵Archiv Math. Phys., (2), 2, 1885, 265-8. ³⁶Bull. Soc. Math. France, 16, 1887-8, 159.

³⁷Mém. Soc. Roy. Sc. Liège, (2), 15, 1888, 111 (Mélanges Math. III). Mathesis, 9, 1889, 170.

³⁸Proc. London Math. Soc., 20, 1888-9, 287. ³⁹Monatshefte Math. Phys., 1, 1890, 159-162.

^{39a}Jour. für Math., 45, 1853, 287-8. Cf. Math. Quest. Educ. Times, 56, 1892, 62-63.

⁴⁰Archiv für Math. og Natur., Kristiania, 14, 1890, 247-250.

⁴¹Archiv Math. Phys., (2), 10, 1891, 93.

⁴²Rendiconto Sess. Accad. Sc. Istituto di Bologna, 1892-3, 17.

Ilustração 68 - Referência ao artigo de Gomes Teixeira *Ueber einen Satz der Zahlentheorie* (Archiv der Mathematik und Physik, 1885) no livro de Dickson.

Note-se que este artigo de Gomes Teixeira é um dos seus poucos trabalhos publicados em alemão. Nele, Gomes Teixeira utiliza um resultado sobre o desenvolvimento em série de funções compostas, do artigo *Sur les dérivées d'ordre quelconque*, publicado no Vol. XVIII do *Giornale di Battaglini* (pp. 301-307, 1880), (Teixeira, 1880). Em particular, Gomes Teixeira salienta como, através deste resultado, é possível estabelecer uma relação entre teoremas da Combinatória e a teoria das funções compostas. De facto, todos os outros resultados de Gomes Teixeira relacionados com a Combinatória (ou com a Teoria dos Números) são baseados em considerações analíticas.

Mas, no centro deste artigo está a generalização da *Fórmula do Faa di Bruno*²¹⁸ para a derivada de ordem n de uma função composta $f(x) = F(\phi(x))$, dada por:

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \frac{d^k F}{d\phi^k} \sum_s A_{k_s} \prod_r^{(s)} \left(\frac{d^{k_r} \phi}{dx^{k_r}} \right)^{i_r}$$

Gomes Teixeira considerou uma função $f(x) = F(\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x))$ composta por várias funções. A fórmula obtida, a que poderíamos chamar *Fórmula de Teixeira - Faà di Bruno*, tem a seguinte forma geral (o significado dos símbolos usados encontra-se descrito mais tarde).

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \sum_{\sigma} \frac{\partial^k F}{\prod_t^{\sigma} \partial x_t^{a_t}} \sum_s A_{k_{s\sigma}} \prod_{tr}^{(s)} \left(\frac{d^{k_{tr}} \phi_t}{dx_t^{k_{tr}}} \right)^{i_{tr}}$$

Este resultado também foi referenciado posteriormente em diversos trabalhos de alguns matemáticos estrangeiros (Opatowski, 1939; Riordan, 1946; Comtet, 1974)²¹⁹.

O artigo de I. Opatowski de 1939 foi publicado no *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 45, p. 944. Neste artigo, baseando-se nos trabalhos de Faà di Bruno²²⁰, H. S. Wall²²¹ e Gomes Teixeira, Opatowski explica pormenorizadamente ambas as fórmulas, tanto a fórmula obtida por Gomes Teixeira, como a de Faà de Bruno, como podemos ver no texto que se segue.

Combinatory interpretation of a formula for the n^{th} derivative of function of a function. (I. Opatowski)

Let $f(x) = F(\phi(x))$. The formula of Faa' di Bruno states that

$$(1) \quad \frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \frac{d^k F}{d\phi^k} \sum_s A_{k_s} \prod_r^{(s)} \left(\frac{d^{k_r} \phi}{dx^{k_r}} \right)^{i_r}$$

²¹⁸ Francesco Faà di Bruno (1825 — 1888) - oficial, matemático, engenheiro, inventor, educador, compositor e religioso italiano. Foi beatificado pelo Papa João Paulo II em 25 de Setembro de 1988.

²¹⁹ Estes trabalhos podem ser consultados Anexo B, pp. 430 — 433.

²²⁰ *Sullo sviluppo delle funzioni*, Annali di Scienze Matematiche e Fisiche di Tortolini, vol. 6 (1855), pp. 479-480.

²²¹ Hubert Stanley Wall (1902-1971), *On the n^{th} derivative of $f(x)$* , Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 44 (1938), pp. 395-397

where $\prod_r^{(s)}$ is taken for a system (s) of positive integral solutions i_r, k_r of the equations $\sum_r i_r = k$, $\sum_r k_r i_r = n$ and \sum_s is taken for all such systems. The factor A_{k_s} is equal to $n! [\prod_r i_r! (k_r!)^{i_r}]^{-1}$. From a recent result of H. S. Wall, we have therefore that the numerical factor A_{k_s} in (1) is equal to the number of ways that n different objects can be placed in $k = \sum_r i_r$ compartments, k_r in each of i_r compartments, without regard to the order of arrangement of the compartments.

H. S. Wall expressed the n^{th} derivative of $f(x)$ in terms of logarithmic derivatives of $f(x)$. Putting $F(\phi) = e^\phi$, $\phi(x) = \log f(x)$ in (1) his formula appears as a particular case of (1).

For functions of many variables, $f(x) = F(\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x))$ the formula of F. G. Teixeira states that

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \sum_{\sigma} \frac{\partial^k F}{\prod_t^{\sigma} \partial x_t^{a_t}} \sum_s A_{k_{s\sigma}} \prod_{tr}^{(s)} \left(\frac{d^{k_{tr}} \phi_t}{dx_t^{k_{tr}}} \right)^{i_{tr}}$$

where $\prod_t^{(\sigma)}$ taken for a system (σ) of nonnegative integral solutions a_t of the equation $\sum_t a_t = k$ and \sum_{σ} is taken for all such systems; $\prod_{tr}^{(s)}$ is taken for a system (s) of positive integral solutions k_{tr}, i_{tr} of the equations $\sum_r i_{tr} = a_t$, $\sum_{tr} i_{tr} k_{tr} = n$ and \sum_s is taken for all such systems. $A_{k_{s\sigma}}$ is equal to $n! [\prod_{tr} i_{tr}! (k_{tr})^{i_{tr}}]^{-1}$. $A_{k_{s\sigma}}$ has therefore the same combinatoric meaning as A_{k_s} . (Opotowski, 1939, p. 944)

Este mesmo trabalho *Sur les dérivées d'ordre quelconque* foi utilizado por John Riordan, no seu artigo *Derivatives of composite functions* publicado em 1946 na revista *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 52, pp. 664-667. Na introdução lê-se:

(...) The object of this note is to show the relation of the Y polynomials of E. T. Bell, first to the formula of di Bruno for the n th derivative of a function of a function, then to the more general case of a function of many functions. The subject belongs to the algebra of analysis in the sense of Menger; all that is asked is the relation of the derivative of the composite function to the derivatives

of its component functions when they exist and no questions of analysis are examined. (...) (Riordan, 1946, p. 664)

O artigo descreve dois casos, no primeiro caso, o autor considera uma *Função de uma única função*, no segundo caso, uma *Função de várias funções*. J. Riordan utilizou os trabalhos de L. S. Dederick²²² e H. S. Wall²²³, para o primeiro caso e de I. Opatowski e Gomes Teixeira, para o segundo caso.

Também no livro *Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions* (Comtet, 1974), que é ainda hoje uma das referências mais importantes na área da Combinatória avançada, se referem três artigos de Gomes Teixeira, nomeadamente: *Sur les dérivées d'ordre quelconque* (1880), *Sur le developpement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus* (1896) e *Sur la série de Lagrange et ses applications* (1904).

De facto, na parte final do segundo capítulo (*Partition of integers*), dedicada a exercícios, pode ler-se, na página 118, o texto reproduzido na Ilustração 69, contendo um problema proposto por Gomes Teixeira no seu artigo *Sur la série de Lagrange et ses applications*.

10. With the binary number system. (1) For all $m \geq 1$, we have:

$$(1 + ut)(1 + ut^2) \cdots (1 + ut^{2^m}) = \sum_{n=0}^{2^{m+1}-1} u^{D(n)} t^n.$$

Here, $D(n)$ stands for the number of ones in the binary (=base 2) representation of n . Consequently (generalization in [Ostrowski, 1929]):

$$\prod_{i \geq 0} (1 + ut^{2^i}) = \sum_{n \geq 0} u^{D(n)} t^n.$$

(2) Also prove $t(1-t)^{-1} = \sum_{k \geq 0} 2^k t^{2^k} (1+t^{2^k})^{-1}$ ([Teixeira, 1904]).

Ilustração 69 - O problema proposto por Gomes Teixeira no artigo *Sur la série de Lagrange et ses applications*, (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences, 1904), publicado em (Comtet, 1974, p. 118).

²²² L. S. Dederick, *Successive derivatives of a function of several functions*, Annals of Mathematics 2^d Series, Vol. 27, No. 4, 1926, pp. 385-394.

²²³ O mesmo trabalho foi usado no artigo de I. Opatowski.

Na secção 3.4, *Substitution of one formal series into another formula of Faà di Bruno*, menciona-se, na página 137, o trabalho de Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque*.

**3.4. SUBSTITUTION OF ONE FORMAL SERIES INTO ANOTHER;
FORMULA OF FAÀ DI BRUNO**

THEOREM A (*Faà di Bruno formula*). ([Faà di Bruno, 1855, 1857]. See also [*Bertrand, 1864] I, p. 138, [Cesàro, 1885], [Dederick, 1926], [Français, 1815], [Marchand, 1886], [Teixeira, 1880], [Wall, 1938].)

Ilustração 70 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque* (1880) em (Comtet, 1974, p. 137).

Ainda no final do terceiro capítulo, entre os exercícios propostos nas páginas 167-168, encontra-se um exercício, baseado no trabalho *Sur le développement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus* (1896), publicado em *Nouvelles Annales de Mathématiques*.

29. Expansion of $(\arcsin t)^r$. Use the Cauchy formulas:

$$\begin{aligned}\sin ux &= u \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 1^2)(u^2 - 3^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-1)^2) \frac{\sin^{2n+1} x}{(2n+1)!} \\ \cos ux &= \sum_{n \geq 0} (-1)^n u^2 (u^2 - 2^2)(u^2 - 4^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-2)^2) \frac{\sin^{2n} x}{(2n)!}.\end{aligned}$$

where $x = \arcsin t$ has to be substituted ([Teixeira, 1896]). Use the same formulas to prove:

$$\begin{aligned}\frac{\sin ux}{\cos x} &= u \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 2^2) \dots (u^2 - (2n)^2) \frac{\sin^{2n+1} x}{(2n+1)!} \\ \frac{\cos ux}{\cos x} &= \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 1^2)(u^2 - 3^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-1)^2) \frac{\sin^{2n} x}{(2n)!}.\end{aligned}$$

Ilustração 71 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur le développement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus* (1896) em (Comtet, 1974, pp. 167-168).

Tambs, Une formule d'itération, *Bull. S.M. France.*, 55 (1927) 102–13.
 Tauber, On multinomial coefficients, *A.M.M.*, 70 (1963) 1058–63.
 Teixeira, Sur les dérivées d'ordre quelconque, *Giornale di Matematica di Battaglini*, 18 (1880) 306–16. — Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances de sinus, *Nouvelles Annales*, 15 (1896) 270–4. — Sur la série de Lagrange et ses applications, *Mém. Acad. Roy. de Belgique*, 1904.
 Titsworth, Equivalence classes of periodic sequences, *Illinois J.M.*, 8 (1964) 266–70.

Ilustração 72 - Extrato da bibliografia do livro *Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions*. (Comtet, 1974, p. 334), com referência aos três artigos de Gomes Teixeira mencionados no texto.

Finalizamos esta secção com a Ilustração 73, onde se pode ver uma referência de Donald E. Knuth ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable* (Teixeira, 1896), no seu artigo *Convolution Polynomials*, (Knuth, 1992, pp. 67-78)²²⁴.

$$n! [z^n] e^{x \arcsin z} = (2i)^{n-1} x \left(\frac{x}{2i} + \frac{n}{2} - 1 \right) \dots \left(\frac{x}{2i} - \frac{n}{2} + 1 \right) \\ = \begin{cases} x^2(x^2 + 2^2) \dots (x^2 + (n-2)^2), & n \text{ even;} \\ x(x^2 + 1^2)(x^2 + 3^2) \dots (x^2 + ((n-2)^2)), & n \text{ odd.} \end{cases}$$

This remarkable formula is equivalent to the theorem of [Gomes Teixeira 1896].

Ilustração 73 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable*, (Nouvelles Annales de Mathématiques, série 3, vol. 15, pp. 270-274) por Donald E. Knuth, no artigo *Convolution Polynomials* (1992)

²²⁴ Um extrato mais completo deste artigo pode ser consultado no Anexo B, p. 436.

5.3 Uma área exemplar: trabalhos sobre séries

...o último objetivo é sempre a representação de uma função...

*K. Weierstrass*²²⁵

There is no general agreement as to where an account of the theory of infinite series should begin, what its main outlines should be, or what it should include. ..., the whole of higher analysis may be regarded as a field for the application of this theory, for all limiting processes including differentiation and integration are based on the investigation of infinite sequences or of infinite series.

*Konrad Knopp*²²⁶

5.3.1 Considerações gerais sobre séries

Nas palavras de Konrad Knopp encontra-se a chave para o entendimento do papel do cálculo das séries desde Arquimedes até Leibniz e Newton, e mesmo até aos nossos dias: toda a Análise Matemática pode ser considerada como um campo de aplicação da teoria das séries. Neste contexto vale a pena mencionar a posição de K. Weierstrass, cujo trabalho sobre a representação de funções em séries e o problema da convergência uniforme como consequência da aritmetização da Análise influenciou gerações de matemáticos no final e além do século XIX. No artigo de (Laugwitz, 1992), um dos fundadores da *Análise Não - Standard*, podemos ler:

(...) O princípio condutor [de Weierstrass] é: Toda a Análise pode ser fundamentada no conceito da representação aritmética²²⁷. Com isto, Weierstrass refere-se às somas de expressões racionais, e, quando estas somas são séries infinitas, à sua convergência; no caso das séries de funções, o assunto que mais o ocupou, essa convergência devia ser uniforme em conjuntos compactos. Atribuiu também importância ao facto que os coeficientes das funções parcelas podiam ser escolhidos como sendo números racionais. (...)

²²⁵ *Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre. Vorlesung, gehalten in Berlin 1886, mit weiteren Originalarbeiten* (em port.: *Capítulos Seleccionados da Teoria das Funções. Palestra realizada em Berlim, em 1886, com obras originais suplementares*) (Weierstrass, 1988).

²²⁶ From the preface to the first German edition (1922) of his book *Theory And Application Of Infinite Series* (Knopp, 1928)

²²⁷ "Aritmético" diz respeito às operações racionais e não aos números racionais.

Para o enquadramento dos contributos de Gomes Teixeira para a investigação sobre a teoria das séries, parece-nos necessário relembrar os fatores históricos que então determinavam esta área. Uma vez que Gomes Teixeira contribuiu com uma grande parte da sua obra para a generalização de trabalhos de Lagrange (Lagrange, 1770; 1799) referenciamos de seguida vários estudos históricos que nos parecem ser mais relevantes neste contexto.

O desenvolvimento da teoria das séries durante o século XVIII é analisado de uma forma bastante abrangente no artigo (Ferraro & Panza, 2003), que se debruça sobre um dos problemas mais importantes no século XVIII: o entendimento das séries como representações de funções bem determinadas e, simultaneamente, o desenvolvimento de uma função dada em série de potências (isto é, em série de Taylor). Como é sabido, a definição rigorosa do conceito de função ainda não existia; também o entendimento sobre a importância do conceito de convergência, e, em particular, de convergência uniforme, não tinha amadurecido suficientemente para se tornar decisivo no tratamento das séries de funções.

Uma continuação do estudo de (Ferraro & Panza, 2003) até ao tempo de Cauchy encontra-se no trabalho (Ferraro, 2008). Com os trabalhos de Cauchy, que contribuíram decisivamente para o desenvolvimento da teoria das funções holomorfas de uma variável complexa e para a aplicação da sua representação integral, encontramos um ponto de clivagem significativo na teoria das séries.

Mais pormenores sobre séries e o seu lugar na história da Matemática através dos tempos são dados nas monografias (Bottazini, 1986) e (Jahnke, 2003), entre outros. Destaca-se em particular, o livro (Wussing, 1979)²²⁸, onde se encontra uma explicação mais pormenorizada sobre o papel da Matemática e das suas áreas no contexto do desenvolvimento económico-social. De facto, no fim do século XIX, a teoria das séries ainda não tinha perdido a sua importância perante outras áreas emergentes, como por exemplo a teoria das equações diferenciais, a teoria do potencial ou o cálculo variacional, uma vez que as novas áreas de aplicação como, por exemplo, a termodinâmica, a eletrodinâmica, o eletromagnetismo, a teoria da elasticidade, etc. usavam essencialmente métodos analíticos baseados em séries, dado que os métodos de aproximação de hoje ainda

²²⁸Traduzido em espanhol - (Wussing, 1998).

não tinham sido desenvolvidos (Wussing, 1979).

No que neste contexto diz respeito à origem dos trabalhos de Gomes Teixeira, é preciso voltar, como já foi mencionado, ao tempo de Lagrange, isto é ao século XVIII, onde ainda dominava uma forte tendência para a “algebraização” da Análise através de uma consideração não diferenciada de polinómios e séries de potências. Em quase todos os trabalhos sobre esta problemática o nome Lagrange é mesmo considerado como representante principal desta tendência. Em muitos casos as abordagens ligadas à série de Lagrange (Lagrange, 1770) conseguiram ultrapassar as dificuldades de resolução de uma equação implícita, como mostra o exemplo da equação de Kepler que esteve na origem da introdução da famosa série por Lagrange (Lagrange, 1771).

Em 1795, H. A. Rothe²²⁹ provou um resultado, que na época ficou famoso, sobre a equivalência entre a fórmula de Lagrange e uma identidade puramente combinatória para a reversão de séries, (Rothe, 1793).

O trabalho mais recente sobre as ideias de Lagrange é (Ferraro & Panza, 2012). Neste artigo a abordagem geral de Lagrange, (Lagrange, 1797), favorecendo o método dos coeficientes indeterminados, é descrita da seguinte forma:

(...) For him [Lagrange], the passage from a given function to his primitive relies on an “operation” which can be regarded as “the inverse” of the derivation, and that “can always be performed through series”, by appealing to the method of indeterminate coefficients. But if the operation of derivation is viewed as the operation that leads from a given function $f(x)$ to the coefficient of x in the power-series expansion of $f(x+\zeta)$, its inverse can only be seen as the operation leading from a given function $f(x)$ to a function $g(x)$ such that $f(x)$ is the coefficient of ζ in the power-series expansion of $g(x+\zeta)$. But how then can one determine the primitive of a function $f(x)$ that can only be integrated by series? (...)

Mas a partir do tempo de Anastácio da Cunha e de Cauchy começou a dominar a consciência de que, na consideração do desenvolvimento de uma função arbitrária em série (tal como na questão da sua série de Taylor), ou na consideração de uma série infinita como representação de uma função analítica (que está na base da abordagem de

²²⁹ Heinrich August Rothe (1773-1842), membro da escola combinatória alemã. Cf. (Hindenburg, 1798).

Weierstrass às funções holomorfas) o conceito de convergência é indispensável. Além disso, um tratamento rigoroso do problema da convergência necessita da aplicação das funções de variáveis complexas e das vantagens da fórmula integral de Cauchy. Na sua exposição sobre a história da série de Lagrange (Jahnke, 2003), Jahnke menciona o facto que, na obra fundamental sobre o desenvolvimento da teoria das funções algébricas (Brill & Noether, 1894), se refere que a série de Lagrange foi considerada como o ponto de partida para os resultados Cauchy sobre o desenvolvimento de funções em série.

A seguinte lista de trabalhos de Gomes Teixeira ligados às séries, quer explicita quer implicitamente, no caso de fórmulas para as derivadas de ordem arbitrária ou de funções compostas, mostra que, desde o início da sua carreira, Gomes Teixeira mostrou um forte interesse por assuntos ligados à série de Lagrange e sua generalização.

- Generalização da serie de Lagrange, *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, V (20): 203-207, (1876).
- Generalização da serie de Lagrange, *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, VII (28): 247-254, (1880).
- Sur les dérivées d'ordre quelconque, *Giornale di Matematiche* (Jornal de Battaglini), t. XVIII, Napoli, 1880.
- Sur le développement des fonctions implicites en série, *Journal de mathématiques pures et appliquées* (Jornal de Liouville), t. VII, 3.^a série, 277-283, 1881.
- Aplicações da fórmula que dá as derivadas de ordem qualquer das funções de funções, *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. VII, p.150-165, 1886.
- Sobre a derivação das funções compostas, *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. VIII, p. 120-131, 1887.
- Sobre o desenvolvimento em série das funções de variaveis imaginarias, *Jornalde Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. VIII, p. 17-24, 1887.
- Sur le développement des fonctions implicites, *Journal de mathématiques pures et appliquées* (Jornal de Liouville), t. V, 4.^a série, 1889.
- Sobre o desenvolvimento das funções em série ordenada segundo as potencias

dos senos e cossenos, *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, vol. X, p. 35-47, 1891.

- Sur le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances de sinus et du cosinus de la variable, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Jornal de Crelle), vol. 116, 1896.
- Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, (3) 15, 270-274, 1896.
- Sobre o desenvolvimento das funcções em série, *Memorias de la Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de Madrid*, t. XVIII, parte I, Madrid, 1897.
- Sur les series ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Jornal de Crelle), vol.122, p. 97-123, 1900.
- Sur le développement des fonctions doublement périodiques de secunde espèce en série trigonométrique, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Jornal de Crelle), vol. 125, 301-318, 1903.
- Sur la série de Lagrange et ses applications, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique*, (2) 1, p. 29, 1904.
- Sur quelques applications des séries ordonnées suivant les puissances du sinus, *Journal für reine und angewandte Mathematik* (Jornal de Crelle), vol. 133, 74-85, 1906.

Relembramos também que, nas *Obras sobre a Matemática*, o próprio Gomes Teixeira escolheu os seus trabalhos sobre séries (dos quais um número elevado foi publicado no *Jornal de Crelle* e no *Jornal de Liouville*) como conteúdo do primeiro volume, o que mostra, em nossa opinião, a elevada importância que lhes atribuía.

Um outro indício da especial atenção que Gomes Teixeira dedicava às séries é o seu tratamento no *Curso*, tanto para funções de variável real como de variável complexa (Teixeira fala de *variáveis imaginarias*), bem visível nos extratos dos índices:

Curso de Analyse Infinitesimal, Cálculo Diferencial

Capítulo V. Aplicações analyticas da fórmula de Taylor

- I. Desenvolvimento em serie de binómio e de algumas funcções algébricas
- II. Desenvolvimento em serie de algumas funcções transcendentales
- III. Interpolação
- IV. Desenvolvimento em serie das funcções implicitas
- V. Máximos e minimos
- VI. Indeterminações

Capítulo VII. Funcções definidas por series. Singularidades das funcções

- I. Funcções definidas por series
- II. Singularidades de algumas funcções

Capítulo VIII. Funcções de variáveis imaginarias

- I. Definições e princípios geraes
- II. Extensão da fórmula de Taylor ás funcções de variáveis imaginarias
- III. Funcções regulares em uma região do plano
- IV. Funcções regulares em todo o plano
- V. Funcções uniformes regulares em todo o plano, excepto em pontos isolados

Curso de Analyse Infinitesimal, Cálculo Integral

Capítulo II. Integraes definidos.

- I. Noções e methodos geraes
- II. Extensão da noção de integral definido ao caso das funcções descontinuas e dos limites infinitos
- III. Valores médios dos integraes definidos
- IV. Integração das funcções dadas por séries
- V. Diferenciação e integração das funcções definidas por integraes
- VI. Integração das diferenciais totaes

Capítulo XIII. Funcções multiformes

- I. Principios geraes
- II. Funcções algébricas
- III. Sobre algumas funcções transcendentales
- IV. Série de Lagrange. Generalisação desta série
- V. Funcções definidas por integraes

É de destacar que no ponto IV de capítulo XIII do *Cálculo Integral* se encontra uma

demonstração rigorosa da convergência da série de Lagrange, usando o teorema integral de Cauchy.

Passando a considerar alguns dos artigos mais importantes de Gomes Teixeira sobre séries, começaremos o nosso percurso com um dos primeiros trabalhos, publicado no *Jornal de Liouville*, sobre a série de Lagrange, intitulado *Sur le développement des fonctions implicites en série*, (Teixeira, 1881). O matemático russo N. W. Bugaev, que apresentou um trabalho sobre a generalização da série de Lagrange na Sociedade Físico-Matemática de Kiev e na Sociedade Matemática de Moscovo, em 1900, notou que o primeiro passo para a generalização desta série tinha sido dado por Gomes Teixeira em 1881 (Bugaev, 1901).

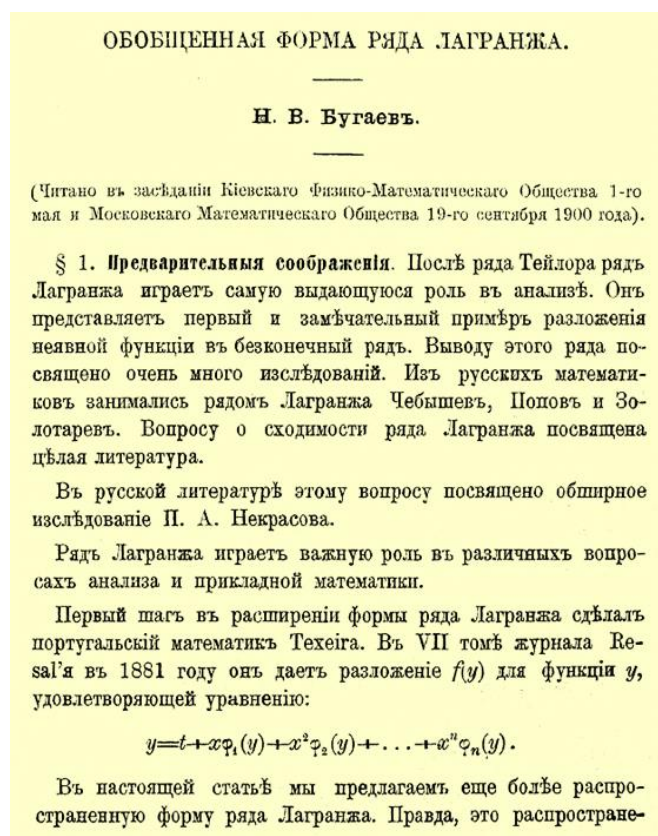


Ilustração 74 – Primeira página do artigo de N. V. Bugaev referenciando o trabalho de Gomes Teixeira.

Tradução de russo para o português:

Generalização da série de Lagrange.

N. V. Bugaev

(Apresentado na reunião da assembleia da sociedade Físico-Matemática de Kiev, 1 de Maio e na reunião

da assembleia da Sociedade Matemática de Moscovo a 19 de Setembro de 1900)

§ 1. Depois da série de Taylor, a série de Lagrange tem o maior destaque em análise matemática. Esta série apresenta o primeiro exemplo de decomposição de uma função implícita numa série infinita. Muitos trabalhos são dedicados a esta série. Entre os matemáticos russos, a série de Lagrange foi estudada pelos matemáticos Chebyshev, Popov e Zolotarev. A este trabalho também é dedicado um trabalho de investigação do matemático P.A. Nekrasov. A série de Lagrange tem um papel importante em diversas questões de análise e de matemática aplicada. O primeiro passo para a generalização da série de Lagrange foi feito pelo matemático português Teixeira. No VII volume do jornal de Resal [*Journal de Mathématiques pures et appliqués*] em 1881 ele apresenta a decomposição de $f(y)$ para a função y , que satisfaz a equação:

$y = t + x\varphi_1(y) + x^2\varphi_2(y) + \dots + x^n\varphi_n(y)$. Neste artigo nós apresentamos uma generalização da série de Lagrange ainda mais abrangente. (...)

Como já foi anteriormente referido, Gomes Teixeira teve acesso a este artigo e, em resposta, escreveu uma carta ao matemático russo A. Vasiliev (já que Bugaev tinha falecido pouco depois de apresentar o seu trabalho) dizendo que o trabalho referenciado, datado de 1881, era bastante antigo e que, desde então, já tinha obtido novos resultados sobre a série de Lagrange. O resto da carta é dedicado à apresentação destes resultados. Vasiliev publicou esta carta em 1903 no seu *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan* com o título *Remarques sur un travail publié par N. Bougaev* (Teixeira, 1903). Um extrato deste trabalho pode ser consultado no Anexo B (pp. 421- 424).

VI

REMARQUES SUR UN TRAVAIL PUBLIÉ PAR N. BOUGAÏEV

Extrait d'une lettre adressée au prof. A. Vassilief

(Bulletin de la Société Physico-Mathématique de Kasan, 2.^e série, t. XIII, Kasan, 1903)

Permettez que je vous présente quelques remarques sur un travail publié par N. Bougaïev dans le *Bulletin de la Société Mathématique de Moscou* (t. XXII, p. 219), qui a des rapports avec quelqu'uns de mes travaux. Je ne connais pas malheureusement la langue russe, mais il m'a été possible reconnaître, au moyen des formules, que l'éminent géomètre y donne une démonstration de la formule de Lagrange pour le développement des racines des équations, qu'il écrit de la manière suivante:

$$f(z) = f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{n-1} \{ f'(a) [F(a, x)]^n \}}{da^{n-1}},$$

L'équation proposée étant

$$z = a + F(z, x),$$

et qu'il fait remarquer qu'on peut déduire de cette formule celle que j'ai donnée dans un article publié dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* (Paris, 3.^e série, t. VII), en y posant

$$F(z, x) = x \varphi_1(z) + x^2 \varphi_2(z) + \dots + x^k \varphi_k(z).$$

Or, j'avais déjà indiqué, dans un article publié dans le même journal (4.^e série, t. V), que N. Bougaïev ne connaissait pas, parcequ'il fait seulement mention de celui-là, cette manière d'obtenir la série rapportée, et j'y avais même étudié les conditions pour sa convergence.

*

Ilustração 75 - Primeira página da carta de Gomes Teixeira a A. Vasiliev.

A carta enviada a Vasiliev confirma a intensa dedicação de Gomes Teixeira ao estudo das séries de funções.

Como já referimos no Capítulo 2, um outro artigo muito extenso sobre séries, o artigo *Sobre o desenvolvimento das funções em série* foi premiado em 1897 no concurso da *Real Academia de Ciencias Exactas, Physicas y Naturales* de Madrid.

SOBRE O DESENVOLVIMENTO DAS FUNÇÕES EM SÉRIE

Memoria premiada e publicada pela Real Academia de ciencias exactas, phisicas e naturales
de Madrid

(Memorias de la Real Academia de ciencias exactas, físicas e naturales
de Madrid, 1897, tomo XVIII, parte I)

Ilustração 76 - Folha de rosto do artigo premiado, incluído nas *Obras sobre Matemática* de Gomes Teixeira, vol. I.

Sobre o desenvolvimento das funções em série. Memoria premiada e publicada pela Real Academia de ciencias exactas, phisicas e naturales de Madrid (Memorias de la Real Acadèmia de Ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid, 1897, t. xviii, parte 1)		1
INTRODUÇÃO		3
CAPITULO I — Estudo da série de Taylor no caso das funções de variaveis reaes		5
CAPITULO II — Estudo da fórmula de Taylor no caso das funções de variaveis complexas. Methodo elementar		19
CAPITULO III — Continuação do estudo da série de Taylor no caso das funções de variaveis complexas. Methodo de Cauchy		27
CAPITULO IV — Continuação do estudo da série de Taylor no caso das funções de variaveis complexas. Methodo de Riemann		39
CAPITULO V — Continuação do estudo das séries de Taylor e de Laurent no caso das funções de variaveis complexas. Methodo de Weierstrass e Mittag-Leffler		55
CAPITULO VI — Série de Bürmann. Série de Lagrange. Generalização da série de Bürmann ..		79
NOTAS		98

Ilustração 77 - Índice do mesmo artigo, *Sobre o desenvolvimento das funções em série*, vol. I, p. 399.

Como podemos ver na secção seguinte, Gomes Teixeira usou a oportunidade do concurso da Academia de Ciências de Madrid para juntar conhecimentos fundamentais sobre a teoria do desenvolvimento das funções em série com alguns resultados da sua própria investigação.

5.3.2 Generalização da série de Bürmann

O cerne do trabalho *Sobre o desenvolvimento das funções em séries* que, de certa forma, pode ser considerado como resultado da experiência que Gomes Teixeira acumulou

durante duas décadas, consiste essencialmente no seu capítulo VI intitulado *Generalização da série de Bürmann*²³⁰, que mais tarde serviu de base para a demonstração de um resultado mais geral, hoje conhecido sob o nome de *Teorema de Teixeira*. Neste artigo, Gomes Teixeira apresentou sistematicamente o desenvolvimento de funções em série ordenada segundo as potências inteiras, positivas e negativas de uma outra função dada, analogamente ao que fez Laurent²³¹ para a generalização da série de Taylor²³². Apresenta exemplos muito elegantes do desenvolvimento de funções em série de potências de *seno* e de *coseno*. Estes exemplos foram posteriormente utilizados por diversos matemáticos, como, por exemplo, E. T. Whittaker e G. N. Watson²³³ no seu *Curso de Análise* (Whittaker & Watson, 1927). Aplicações mais recentes encontram-se no livro de L. B. Campos *Análise Aplicada e Campos de Força* (Campos, 1988).

Apesar de possuir uma demonstração relativamente simples (por exemplo, recorrendo à generalização das séries de Laurent e a algumas propriedades das transformações conformes), o *Teorema de Teixeira* não surge nos manuais de Análise Complexa para matemáticos. Isto pode talvez ser explicado pela falta de tempo, uma vez que os cursos de Análise Complexa ocupam geralmente apenas um semestre nos programas universitários para alunos de Matemática, neles sendo focados os seguintes temas: Conceitos fundamentais; Subconjuntos de \mathbb{C} ; Limites de funções complexas; Derivação de funções complexas; Sucessões e séries em \mathbb{C} ; Função exponencial; Séries de potências; Integração de funções complexas de variável real; Caminhos em \mathbb{C} ; Integração de funções complexas de variável complexa; Teorema de Cauchy e consequências; Fórmula integral de Cauchy e consequências; Resíduos; Aplicações do Teorema dos resíduos ao cálculo de integrais de funções de variável real; Transformada de Laplace; Funções harmónicas; Problema de Dirichlet.

Caso exista um segundo semestre dedicado à Análise Complexa, a temática do *Teorema de Teixeira* é apresentada num contexto teórico muito mais geral, como aplicação

²³⁰ Esta série foi introduzida em (Bürmann, 1796), tendo também sido estudada em (Hindenburg, 1798) e (Lagrange & Legendre, 1799)

²³¹ Pierre Alphonse Laurent (1813-1854) - matemático francês.

²³² Brook Taylor (1685—1731) - matemático britânico; introduziu as séries que hoje têm seu nome, em 1715 no seu trabalho *Methodus incrementorum directa et inversa*.

²³³ George Neville Watson (1886 — 1965) - matemático inglês cujo principal campo de interesse foi a análise matemática.

do Cálculo dos Resíduos, como acontece por exemplo no livro de E. Hille *Analytic function theory* (Hille, 1973) e na obra clássica A. Hurwitz und R. Courant (Hurwitz & Courant, 1974).

O mesmo não acontece nos livros de Análise Complexa para engenheiros. O ainda hoje conceituado livro de E. T. Whittaker e G. N. Watson, (Whittaker & Watson, 1927) (a reimpressão da 5ª edição pela Cambridge University Press data de 2002) refere o *Teorema de Teixeira*, o que em nossa opinião reforça a ideia que este resultado pertence ao campo das aplicações da Análise Complexa.

Para ilustrar com algum pormenor um exemplo do estilo da abordagem de Gomes Teixeira referimos uma parte do trabalho *Sobre o desenvolvimento das funções em séries*, em particular do capítulo VI: *Generalização da série de Bürmann*.

Na introdução, p. 3 do Volume 1 de (Teixeira, 1904-1912), Gomes Teixeira define de uma forma muito simples e sucinta o problema do desenvolvimento de uma função em série:

(...) O problema geral do desenvolvimento das funções em série consiste em procurar, dadas as funções $f(x), \theta_1(x), \theta_2(x), \dots$, as condições para que seja

$$f(x) = A_1\theta_1(x) + A_2\theta_2(x) + \dots + A_n\theta_n(x) + \dots,$$

A_1, A_2, \dots representando quantidades constantes, e determinar estas constantes. Na impossibilidade de resolver este problema com toda a generalidade, têm os géometras considerado os casos particulares que, ou por sua simplicidade ou por sua importância nas aplicações da Analyse á Geometria, á Mechanica e á Physica, têm merecido preferência. (...) (Teixeira, 1904-1912, p. 3).

Inicia a sua exposição com o estudo de resultados obtidos por Taylor, Bernoulli, Lagrange e Cauchy, descrevendo detalhadamente diversos métodos utilizados por estes matemáticos para o desenvolvimento de funções em série. Primeiro refere os métodos de desenvolvimento em série para funções reais de variável real, e seguidamente considera métodos de desenvolvimento em série para funções de variáveis complexas. Estuda muito pormenorizadamente o método de Cauchy com base em integrais curvilíneos, e também o método de Riemann, baseado na teoria de funções harmónicas. Ao descrever o

desenvolvimento das funções em série de Laurent (série de potências inteiras, positivas e negativas), Gomes Teixeira analisa em detalhe os métodos utilizados para esse fim: método de Cauchy, de Weierstrass e de Mittag-Leffler, confirmando o seu profundo conhecimento da matéria. Considerando o desenvolvimento de uma função em série de potências inteiras positivas de uma outra função dada, conhecida como série de Bürmann, Gomes Teixeira aponta que dela, por uma substituição adequada de variáveis, é possível obter a série de - Lagrange, que difere da série de Bürmann apenas pelas notações.

Consideremos alguns extratos do referido trabalho de Gomes Teixeira (p. 79):

57. Passemos agora a tratar do desenvolvimento de $f(x)$ em série ordenada segundo as potencias inteiras e positivas de uma função dada $\theta(x)$, isto é, em série da forma

$$A_0 + A_1\theta(x) + A_2\theta^2(x) + \dots + A_n\theta^n(x) + \dots,$$

Procurando as condições para que este desenvolvimento tenha logar e o valor dos coeficientes A_0, A_1, A_2, \dots .

Supponhamos que as funções $f(z)$ e $\theta(z)$ são synecticas²³⁴ na área A limitada por um único contorno fechado S , que $\theta(z)$ admite um único zero no interior d'este contorno e que, designando por x um valor representado por um ponto do interior da área A e por a o valor que torna nulla esta função e pondo $\theta(z) = (z - a)\Theta(z)$, a desigualdade

$$|\theta(x)| < |\theta(z)|$$

ou

$$|x - a||\Theta(x)| < |z - a||\Theta(z)|$$

é satisfeita por todos os valores de z que correspondem aos pontos do contorno S . N'este caso a equação $\theta(z) - \theta(x) = 0$ tem uma única raiz $z = x$ no interior do contorno S . Com efeito, o numero d'estas raízes é dado pelo integral

²³⁴ Atualmente, estas funções são designadas por funções holomorfas. Nas páginas 45-57 de (Roque, 2008) encontra-se uma discussão detalhada sobre a mudança da terminologia na obra de Gomes Teixeira, usando também as observações no capítulo VIII de (Alves, 2004). Mais detalhadas explicações sobre a utilização dos termos holomorfo, analítico, monogénico etc. encontram-se no artigo *Function theory in algebras* (Habetha, 1983).

$$u = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{\theta'(z)dz}{\theta(z) - \theta(x)} = 1 \quad (\dots)$$

Depois de alguns cálculos, usando a fórmula integral de Cauchy, Gomes Teixeira obtém $f(x)$ na forma do integral (p. 80):

$$f(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(z)\theta'(z)dz}{\theta(z) - \theta(x)} \quad .$$

Tendo em conta que $|\theta(x)| < |\theta(z)|$ e usando a expansão do núcleo integral numa série geométrica é possível chegar (p. 81) à série de Bürmann²³⁵

$$f(x) = f(a) + \theta(x) \frac{f'(a)}{\Theta(a)} + \dots + \frac{\theta^n(x)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} \frac{d^{n-1}}{da^{n-1}} \left[\frac{f'(a)}{\Theta^n(a)} \right] + \dots$$

Usando algumas substituições de variáveis, Gomes Teixeira mostra a ligação entre esta e outras séries, como por exemplo (pp. 81-82. Vol. I, Obras):

59. A fórmula de Bürmann contém como caso particular a fórmula de Taylor. Pondo, com efeito, n'ella $\theta(z) = z - a$ e tomando para o contorno S da Integração uma circumferência de raio R e centro a , limitando uma área na qual a função $f(x)$ seja synectica, temos, para todos os pontos x do interior da área e todos os pontos z da circumferencia que a limita, $|x - a| < |z - a|$; a fórmula de Bürmann é pois aplicável e dá

$$f(x) = f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{1}{2}(x - a)^2 f''(a) + \dots \quad (\dots).$$

60. Pondo na fórmula de Bürmann

$$\theta(z) = \frac{z - a}{\varphi(z)}$$

$\varphi(z)$ representando uma função synectica na área A e tal que seja, para todos os pontos z do contorno d'esta área

²³⁵ Apresentada por Burmann em 1796 á Academia das Ciências de Paris

$$\left| \frac{x-a}{\varphi(x)} \right| < \left| \frac{z-a}{\varphi(z)} \right|,$$

Vem a fórmula de Lagrange

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{\varphi(x)} f'(a)\varphi(a) + \frac{1}{2} \frac{(x-a)^2}{\varphi^2(x)} \frac{d[f'(a)\varphi^2(a)]}{da} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} \frac{(x-a)^n}{\varphi^n(x)} \frac{d^{n-1}[f'(a)\varphi^n(a)]}{da^{n-1}} + \dots \quad (...).$$

Devemos notar que Gomes Teixeira não só considera os métodos já existentes de desenvolvimento de funções em série, mas também apresenta aplicações dessas séries, provavelmente nunca antes consideradas. Por exemplo, aplicou pela primeira vez a série de Bürmann para o desenvolvimento de uma função segundo as potências do seno. (p. 83, Vol. I, Obras).

(...) vamos fazer aplicação d'esta formula ao desenvolvimento das funcções em série ordenada segundo as potencias de $\sin x$.

Temos de pôr n'este caso $\theta(x) = \sin x$ e de procurar um contorno tal que seja, para todos os valores de x representados por pontos do interior d'este contorno,

$$|\sin x| < |\sin z|,$$

z representando um ponto qualquer do contorno. (...)

Os seguintes gráficos (cf. p. 14 e 15 de (Neves, 2008)) da função $|\sin z|$ e o gráfico da projecção das linhas de nível $|\sin z|=c$, respectivamente, ilustram os três casos correspondentes aos valores da constante c .

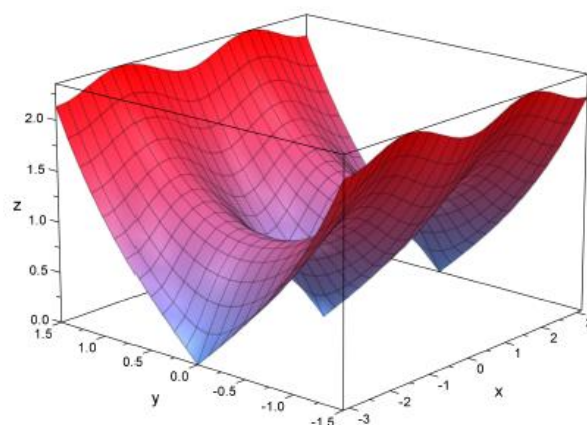


Ilustração 78 - Gráfico de $|\sin z|$

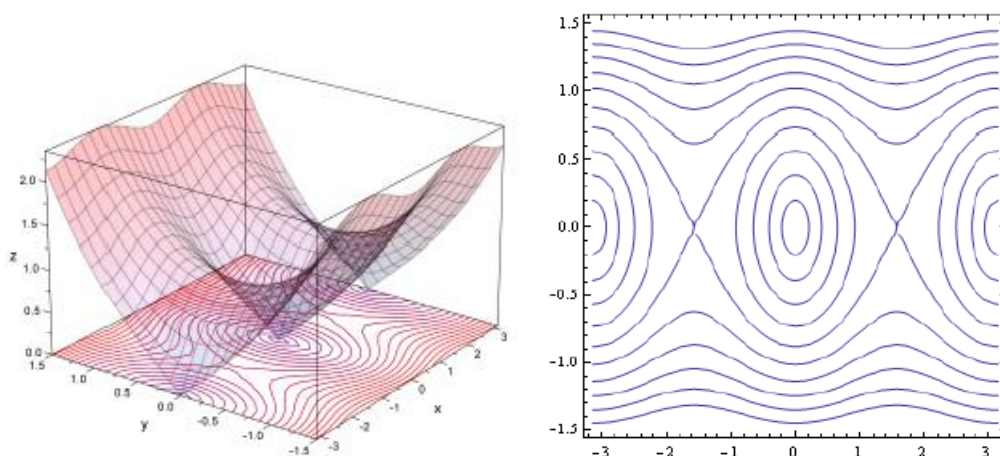


Ilustração 79 – Curvas de nível $|\sin z| = c$.

- I. se $c < 1$, então obtém-se um conjunto de ovas;
- II. se $c = 1$, então obtém-se o uma linha de transição;
- III. se $c > 1$, então obtém-se bandas infinitas.

Aplicando no passo seguinte a série de Bürmann, Gomes Teixeira continua com a sua explicação (p. 86):

(...) Seja pois $f(z)$ uma função synectica na área A , limitada por uma oval cuja equação seja $|\sin z| = c$. A fórmula de Bürmann é n'este caso aplicável e temos

$$f(x) = f(0) + A_1 \sin x + A_2 \sin^2 x + \dots,$$

onde A_1, A_2, \dots são quantidades constantes, podem ser determinadas por meio dos integraes

$$A_n = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(z) \cos z dz}{\sin^{n+1} z} = \frac{1}{2ni\pi} \int_S \frac{f'(z) dz}{\sin^n z},$$

Ou por meio da expressão

$$A_n = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} \left[\frac{x^n f'(x)}{\sin^n x} \right],$$

onde, depois de effectuadas as derivações indicadas, se deve substituir x por aquella, a , das raízes da equação $\sin x = 0$ que corresponde ao centro da oval considerada. (...)

Tal como procedeu para o caso concreto da função $\theta(x) = \sin x$, Gomes Teixeira generalizou a série de Bürmann e apresentou o desenvolvimento de uma função geral $\theta(x)$ e apresentou no ponto **64.** (p. 90-92) o desenvolvimento de uma função em série ordenada segundo as potências inteiras, positivas e negativas desta função dada, resultado que posteriormente passou a ser chamado *Teorema do Teixeira* (Whittaker & Watson, 1927).

(...) O desenvolvimento de $f(x)$ em série ordenada segundo as potencias inteiras, positivas e negativas, de uma função $\theta(x)$, quando $f(x)$ é synectica somente n'um annel limitado por duas curvas S e s , e x representa um ponto do interior d'este annel.

Seja S o contorno exterior e s o contorno interior do annel, seja a um numero complexo representado por um ponto do interior da área limitada por s e supponhamos que, para todos os pontos do contornos, é

$$|\theta(x)| < |\theta(z)|$$

E que, para todos os pontos do contorno s , é

$$|\theta(x)| > |\theta(z)| \quad (...)$$

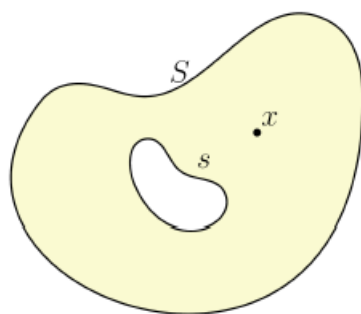


Ilustração 80 - O anel limitado por duas curvas S e s ; x representa um ponto do interior deste anel (cf. p.63 de (Neves, 2008)).

Usando as fórmulas de Cauchy e novamente a expansão do núcleo integral numa série geométrica como no exemplo da função $\theta(x) = \sin x$, Gomes Teixeira obtém a seguinte série (*Série de Teixeira*):

$$f(x) = A_0 + A_1\theta(x) + A_2\theta^2(x) + \dots + A_n\theta^n(x) + \dots$$

$$+ \frac{B_1}{\theta(x)} + \frac{B_2}{\theta^2(x)} + \dots + \frac{B_n}{\theta^n(x)} + \dots$$

onde

$$A_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{f(z)\theta'(z)dz}{\theta^{n+1}(z)},$$

$$B_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s f(z)\theta^{n-1}(z)\theta'(z)dz.$$

Esta formula contem a formula de Bürmann, que corresponde ao caso de a função $f(z)$ ser synectica na área limitada por s . Neste caso, com efeito, o integral que entra na expressão de B_n é nulo.

Parece-nos óbvio que Gomes Teixeira preferiu explicar o seu raciocínio partindo de exemplos particulares e aumentando o nível de abstração para chegar ao caso mais geral.

No final deste ponto **64.**, mostra-se como, usando simplesmente uma substituição da variável, se pode transformar a sua série numa *série de Laurent*. (p. 92, vol. I, Obras):

(...) Pondo

$$\theta(z) = z - a$$

E tomando para contornos S e s duas circunferências de raios R e r e de centro a , é $|z - a| < |x - a|$ para todos os pontos z da circunferência interior, e $|z - a| > |x - a|$ para todos os pontos z da circunferência exterior. A fórmula anterior é pois applicavel e dá a seguinte;

$$f(x) = A_0 + A_1(x-a) + \dots + A_n(x-a)^n + \dots \\ + \frac{B_1}{x-a} + \frac{B_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{B_n}{(x-a)^n} + \dots$$

Onde

$$A_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{f(z)dz}{(z-a)^{n+1}},$$

$$B_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s f(z)(z-a)^{n-1} dz,$$

Isto é, a fórmula de Laurent (...)

Num dos seus outros trabalhos mais importantes sobre séries, *Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée*, publicado no *Jornal de Crelle* (Teixeira, 1900), Gomes Teixeira propõe ainda uma substituição que permite transformar uma série de potências numa série de Fourier, aplicando a sua generalização da série de Bürmann. A sua abordagem parece-nos muito clara, mostrando as suas capacidades de exposição.

Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée.

(Par M. F. Gomes Teixeira à Porto, Portugal.)

Les formules de *Lagrange* et de *Bürmann* et celle de *Laurent* sont des cas particuliers d'une formule qui donne le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances positives et négatives d'une autre fonction. Cette formule, qu'on obtient en généralisant la méthode au moyen de laquelle on trouve ces formules-là, est donnée dans les premiers nos. de ce travail. Mais cette généralisation facile n'est pas le seul but que nous avons en vue; notre but principal est de présenter quelques conséquences de la formule considérée, qui nous paraissent offrir quelque intérêt.

Ilustração 81 - Primeira página do artigo de Gomes Teixeira no *Jornal de Crelle*, 1900.

Gomes Teixeira começa as suas considerações (na página 130 do vol. I, Obras) com as seguintes hipóteses:

1. Supposons: 1°. que $f(z)$ soit une fonction holomorphe dans une couronne A, limitée extérieurement par une courbe S et intérieurement par une courbe s ; 2°. que $\Theta(z)$ soit une fonction holomorphe dans l'aire limitée par S , possédant à l'intérieur de ce contour un seul zéro a ; 3°. Que x soit l'afixe d'un point de l'intérieur de la couronne considérée; 4°. qu'on ait, pour tous les points z du contour S ,

$$|\Theta(x)| < |\Theta(z)|,$$

Et, pour tous les points du contour s ,

$$|\Theta(x)| > |\Theta(z)|,$$

L'équation

$$\Theta(z) - \Theta(x) = 0$$

A, dans ce cas, une seule racine $z=x$ à l'intérieur de S , comme on le voit au moyen de l'égalité

$$\frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{\Theta'(z)dz}{\Theta(z) - \Theta(x)} = \frac{1}{2i\pi} \left[\int_s \frac{\Theta'(z)}{\Theta(z)} dz + \Theta(z) \int_s \frac{\Theta'(z)}{\Theta^2(z)} dz + \dots \right] = \frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{\Theta'(z)}{\Theta(z)} dz,$$

Dans le premier et le dernier membres représentent respectivement le nombre des racines de l'équation considérée et celui des racines de l'équation $\Theta(z) = 0$ qui existent à l'intérieur de S ; et le théorème de Cauchy donne

$$f(x) = \frac{1}{2i\pi} \left[\int_s \frac{f(z)\Theta'(z)dz}{\Theta(z) - \Theta(x)} - \int_s \frac{f(z)\Theta'(z)dz}{\Theta(z) - \Theta(x)} \right]. \quad (...).$$

Depois de ter usado a expansão dos núcleos dos integrais em séries (geométricas) de potências Gomes Teixeira obtém consequentemente o desenvolvimento de $f(x)$ em potências de $\Theta(x)$ (*Série de Teixeira* para uma função arbitrária) dado por:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Theta^n(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\Theta^n(x)},$$

com

$$A_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{f(z)\Theta'(z)dz}{\Theta^{n+1}(z)},$$

$$B_n = \frac{1}{2i\pi} \int_s f(z)\Theta^{n-1}(z)\Theta'(z)dz.$$

Tendo em vista a passagem para a série de Fourier, Gomes Teixeira propõe considerar o caso particular em que a função $f(x)$ tem período 2ω e a função $\Theta(x)$ é da forma:

$$\Theta(x) = e^{\frac{i\pi x}{\omega}}$$

Além disso, para a utilização da fórmula integral de Cauchy, escolhe um paralelograma com o contorno composto por dois segmentos paralelos AD e BC, de igual comprimento, e fazendo um ângulo de $\psi = \arg(2\omega)$ com o eixo das abcissas. Supõe também que a continuação da função $f(x)$ no interior do paralelograma é holomorfa.

Então a aplicação da fórmula integral de Cauchy ao contorno do paralelograma ABCD conduz à fórmula

$$f(x) = \frac{1}{2\omega} \int \frac{f(z)e^{\frac{i\pi z}{\omega}} dz}{e^{\frac{i\pi x}{\omega}} - e^{\frac{i\pi x}{\omega}}}$$

e, em seguida,

$$f(x) = \frac{1}{2\omega} \left[\int_{BC} \frac{f(z)e^{\frac{i\pi z}{\omega}} dz}{e^{\frac{i\pi x}{\omega}} - e^{\frac{i\pi x}{\omega}}} + \int_{DA} \frac{f(z)e^{\frac{i\pi z}{\omega}} dz}{e^{\frac{i\pi x}{\omega}} - e^{\frac{i\pi x}{\omega}}} \right]$$

Definindo a série

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{ni\pi x}{\omega}}$$

onde

$$A_n = \frac{1}{2\omega} \int_{DA} e^{-\frac{ni\pi z}{\omega}} f(z) dz$$

e como o caminho de BC é simétrico de AD ao longo do paralelograma, Gomes Teixeira obtém:

$$A_{-n} = -\frac{1}{2\omega} \int_{BC} e^{\frac{ni\pi z}{\omega}} f(z) dz = \frac{1}{2\omega} \int_{DA} e^{\frac{ni\pi z}{\omega}} f(z) dz$$

Juntando os integrais e recorrendo à fórmula de Euler, verifica-se que:

$$\int_{DA} (e^{-\frac{ni\pi z}{\omega}} f(z) e^{\frac{nix}{\omega}} + e^{\frac{ni\pi z}{\omega}} f(z) e^{-\frac{nix}{\omega}}) dz = 2 \int_{DA} f(z) \cos\left(\frac{n(x-z)\pi}{\omega}\right) dz$$

o que conduz, de forma alternativa, à fórmula de Fourier:

$$f(x) = \frac{1}{2\omega} \left[\int_I f(z) dz + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_I f(z) \cos \frac{n(x-z)\pi}{\omega} dz \right] =$$

$$\frac{1}{2\omega} \int_I f(z) dz + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\omega} \int_I f(z) \cos \frac{nz\pi}{\omega} dz \right) \cos \frac{nx\pi}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega} \int_I f(z) \cos \frac{nz\pi}{\omega} dz \right) \sin \frac{nx\pi}{\omega} \right]$$

Juntamos ainda outros exemplos da aplicação da série de Bürmann generalizada, posteriormente indicados por Gomes Teixeira, que se encontram incluídos no curso de (Whittaker & Watson, 1927):

Example 2. If $S_{2n}^{(m)}$ denote the sum of all combinations of the numbers $2^2, 4^2, 6^2, \dots (2n-2)^2$, taken m at a time, shew that

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{\sin z} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{(2n+2)!} \left\{ \frac{1}{2n+3} - \frac{S_{2(n+1)}^{(1)}}{2n+1} + \dots + \frac{(-)^n S_{2(n+1)}^{(n)}}{3} \right\} (\sin z)^{2n+1},$$

the expansion being valid for all values of z represented by points within the oval whose equation is $|\sin z| = 1$ and which contains the point $z=0$. (Teixeira.)

Ilustração 82 - Exemplo da autoria de Gomes Teixeira no livro de Whittaker & Watson: *A Course of Modern Analysis*, 1927, p. 132.

9. If $S_{2n+1}^{(m)}$ denote the sum of all combinations of the numbers
 $1^2, 3^2, 5^2, \dots (2n-1)^2$,
 taken m at a time, shew that

$$\frac{\cos z}{z} = \frac{1}{\sin z} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{(2n+2)!} \left\{ \frac{2^{2(n+1)}}{2n+3} - S_{2(n+1)}^{(1)} \frac{2^{2n}}{2n+1} + \dots + (-)^n S_{2(n+1)}^{(n)} \frac{2^2}{3} \right\} \sin^{2n+1} z.$$

(Teixeira.)

Ilustração 83 - Outro exemplo da autoria de Gomes Teixeira no livro de Whittaker & Watson: *A Course of Modern Analysis*, 1927, p. 146.

Uma análise histórica pormenorizada sobre as ligações entre as séries de Taylor, Lagrange²³⁶, Laurent e Teixeira é levada a cabo no trabalho (Campos, 1990):

(...) We consider a complex function $F(z)$, which is analytic (has an isolated singularity) at ξ , and expand its derivative of complex order $F^{(v)}(z)$, in an ascending (ascending-descending) series of powers of an auxiliary function $f(z)$, yielding the generalized Teixeira (Lagrange) series, which includes, for $f(z)=z-\xi$, the generalized Taylor (Laurent) series. The generalized series involve non-integral powers and/or coefficients evaluated by fractional derivatives or integrals, except, in the case $v=0$, when the classical theorems of Taylor (1715), Lagrange (1770), Laurent (1843) and Teixeira (1900) are regained. As an application, these generalized series can be used to generate special functions with complex parameters (Campos 1986), e.g. the Hermite and Bessel types. (...)

Nesta secção tentámos ilustrar sucintamente a investigação levada a cabo por Gomes Teixeira na área de séries. Não obstante a natureza resumida da nossa exposição, pensamos que ela dá uma visão da forma como Gomes Teixeira contribuiu com novas ideias e conclusões para esta área, que tanto K. Weierstrass como K. Knoppe caracterizaram como base de toda a Análise Matemática (cf. Epígrafe de 5.3).

²³⁶ Joseph Louis Lagrange (1736—1813) - matemático italiano, com grandes contribuições para o desenvolvimento da análise, teoria dos números, teoria da probabilidade e métodos numéricos.

5.4 Nota final

Como já mencionado, os interesses de investigação de Gomes Teixeira abrangem diversas áreas da Matemática. Os trabalhos referentes ao período de início da atividade criativa de Gomes Teixeira já constam do *Catalogue of Scientific Papers* (RSL, 1891)²³⁷.

A lista de obras apresentada naquele catálogo para a década 1873-1883, confirma o amplo leque de interesses:

- 1873 - *Aplicação das fracções continuas á determinação das raizes das equações*, Jornal das Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes.
- 1877 - *Sur la décomposition des fractions rationnelles*, Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas.
- 1877 - *Noticia sobre Saturno*, Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas
- 1878 - *Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles*, Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.
- 1878 - *Noções elementares sobre a theoria dos determinantes*, Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas.
- 1880 - *Generalisação da serie de Lagrange*, Jornal das Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes.
- 1880 - *Sur les dérivées d'ordre quelconque*, Giornale di Matematiche.
- 1881 - *Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris.
- 1881 - *Sobre a multiplicação dos determinantes*, Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas.
- 1881 - *Sur le développement des fonctions implicites en série*, Journal de Mathématiques pures et appliqués, fondé par Liouville.
- 1882 - *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du*

²³⁷ RSL: sigla da *Royal Society of London*, cf. 3.5.

deuxième ordre, Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique.

- 1883 - *Sur une formule d'interpolation*, Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège.

Como já foi referido, o início da atividade criativa de Gomes Teixeira foi dedicado a Teoria das Equações Diferenciais. Durante o período de 1875 – 1889, publicou sete artigos sobre este assunto.

Também o seu *Tratado* não perdeu relevância nos dias de hoje, como evidenciado pela sua reedição em Nova Iorque e Paris.

No que diz respeito à teoria das séries, o livro de Análise de Whittaker & Watson²³⁸, que ainda hoje é utilizado nas universidades de todo mundo, contém referências correspondentes aos trabalhos de Gomes Teixeira, não apenas na lista de bibliografia, mas também no texto principal, onde o *Teorema de Teixeira* é incluído, lado a lado com resultados de outros matemáticos célebres.

Além disso, destacamos o manual de L. B. Campos, *Análise Aplicada e Campos de Força*, (Campos, 1988), que inclui o *Teorema de Teixeira*. Trata-se de um curso de Matemática Superior para estudantes de engenharia, sendo o material apresentado baseado em dados históricos. No capítulo, dedicado às séries de funções, o autor utilizou os resultados obtidos por Gomes Teixeira, e o seu nome e as suas realizações matemáticas surgem mais uma vez ao lado de nomes como Taylor, Lagrange, Cauchy e Laurent.

Neste capítulo incluímos apenas as referências a trabalhos de Gomes Teixeira que se encontravam ao nosso alcance. Os resultados obtidos por Gomes Teixeira no final do século XIX e início do século XX não perderam a sua relevância, ainda hoje, no século XXI.

²³⁸ E. T. Whittaker and G. N. Watson "A Course of Modern Analysis", 1927, pp. 131-132, 146 (ver anexo B, pp. 425 - 429).

Capítulo 6. Integração de investigação e ensino: o *Curso de Analyse Infinitesimal*

6.1 Introdução

No século XIX, os matemáticos incorporavam frequentemente nos seus cursos de Análise os resultados de investigações mais recentes, inclusive os seus próprios resultados. Podemos observar isto, por exemplo, nos cursos de Análise de Cauchy e de Hermite, que serviam como uma continuação criativa das suas descobertas e investigações.

Esta tradição ainda se mantinha nas últimas décadas do século XIX. No curso de Análise de Gomes Teixeira, criado precisamente neste período, conjugam-se elegantemente as últimas tendências matemáticas daquela época com as suas contribuições científicas para algumas áreas da Análise. Por exemplo, no capítulo dedicado às séries, Gomes Teixeira utiliza as suas descobertas e generalizações ao expor a teoria.

Neste período continuam a existir diferenças quanto aos conteúdos e modo de exposição propostos pelos diversos autores. Podemos supor que isto era originado pelas diferenças entre as tradições matemáticas dos vários países e das distintas escolascientíficas do período inicial de internacionalização da ciência. O *Curso de Analyse Infinitesimal* de Gomes Teixeira enquadra-se neste panorama, como contributo de um matemático português.

Posteriormente, no início do século XX, surgem já evidências inegáveis da uniformização nos cursos de Análise Matemática. Os princípios de elaboração destes cursos, os seus conteúdos, a formulação de definições, o estilo, os métodos de

demonstração, exemplos e problemas, tudo isto adquiriu um carácter uniforme, generalizado e tornou-se universalmente utilizado por todo o mundo matemático. Por exemplo os conhecidos cursos de Análise de Goursat, de Whittaker e Watson têm muito em comum entre si e as matérias que são expostas de forma distinta, complementam-se.

O *Curso* de Gomes Teixeira foi criado num período muito importante em que se formava a comunidade matemática internacional. Gomes Teixeira avançou no seu tempo - nesta altura ele já falava a “linguagem” do século XX – mas, entretanto mantinha as melhores tradições do século XIX. Assim o seu curso de Análise reflete a forte individualidade de Gomes Teixeira – matemático e cientista. É, na sua essência, mais uma descoberta científica de Francisco Gomes Teixeira, apresentada por ele nos diversos capítulos do curso e enriquecida pelos problemas originais que entraram na história da Análise Matemática clássica.

Uma análise quase exaustiva do conteúdo do *Curso* foi levada a cabo na tese de doutoramento de Graça Alves, (Alves, 2004). No presente capítulo apenas nos debruçamos sobre alguns aspetos que permitem enquadrar este trabalho de Gomes Teixeira no contexto internacional da sua época.

6.2 Enquadramento e reações ao *Curso de Analyse Infinitesimal* de Gomes Teixeira

As tradições do ensino universitário da Matemática em Portugal tiveram algumas especificidades, determinadas por circunstâncias históricas. Em geral, o ensino era feito utilizando livros estrangeiros, principalmente em latim e em francês.

Como resultado das reformas de Pombal, iniciou-se a adaptação de livros de autores estrangeiros, utilizados para o ensino de matemática em Portugal. Desde a criação da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, em 1772, professores portugueses da instituição iniciaram a tradução de obras francesas. Assim, começaram a aparecer livros traduzidos. Citamos aqui apenas alguns destes livros, que foram utilizados no ensino neste período. Monteiro da Rocha traduziu para o português os *Elementos de Arithmetica* por

Mr. Bezout, traduzidos do francez (1773) e os *Elementos de Trigonometria Plana, por Mr. Bezout, traduzidos do francez* (1774). José Joaquim de Faria (?-1828) traduziu a 2ª edição dos *Elementos de Analyse Mathematica de Mr Bezout*. José Anastácio da Cunha escreveu um manual de matemática, *Principios Mathematicos*, que só foi publicado após a sua morte, em 1790. Em 1798, Nogueira da Gama (1765-1847) traduziu a obra de Lagrange *Theoria das funções analyticas*, que contém os princípios do Cálculo Diferencial.

Só no início do século XIX, começam a aparecer em Portugal outros livros de Matemática de autores nacionais. No entanto, a tradução de livros estrangeiros continuou.

(...) Com a organização da Academia Real Militar [do Rio de Janeiro], por Carta Régia de 1810, Legendre e Lacroix, passaram a ser os autores adoptados. Os *Elementos de Geometria*, por A. M. Legendre, traduzidas em portuguez, foram traduzidos por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães e terão sido usados somente pelos cursos da Academia Real Militar. Bezout continuou a ser usado na Academia Real dos Guardas-Marinha e mais tarde, na Geometria, foi substituído por Villela Barbosa (...) (Henriques, 2005, p. 190).

Em 1815, o professor da Academia Real da Marinha de Lisboa, Francisco Villela Barbosa (1769-1846) escreveu o curso de *Elementos de Geometria*, destinado a substituir oficialmente o livro de Bézout na Academia Real dos Guardas-Marinheiros. Mas, apesar da existência dos *Elementos de Geometria* de Villela Barbosa, a Geometria de Bézout continuou a ser utilizada por noutras instituições:

(...) Pela Carta Régia de 18 de Novembro de 1824, determinou-se que os compêndios adoptados para a nova cadeira de Aritmética, Geometria e Geografia, do Colégio das Artes fossem: o de Bezout para o ensino da Aritmética e o de Euclides para o ensino da Geometria. Eram estes, aliás, os adoptados pela Universidade de Coimbra. A 17 de Agosto de 1829, o Governo ordenou, que no Collegio das Artes se usassem os *Elementos de Geometria* de Bezout, que já se encontravam traduzidos para o português. (...) (Henriques, 2005, p. 192).

Em 1828, o lente da Escola Politécnica de Lisboa, Albino Francisco Figueiredo e Almeida (1803-1858), escreveu os *Elementos de Arithmetica com os Princípios de Álgebra até ás equações do segundo grau*. Em 1864, o lente da Escola Politécnica de Lisboa e

Academia Real de Marinha, João Ferreira Campos (1799-1869) editou as *Lições de Algebra Elementar* (Henriques, 2005).

Como podemos ver, a partir do início do século XIX, alguns professores de instituições de ensino superior esforçaram-se por publicar os seus cursos em vários ramos da Matemática, adaptando-os à instituição onde lecionavam. No entanto, estes eram apenas casos isolados. Em geral, era privilegiado o uso de livros traduzidos.

Gomes Teixeira escreveu um curso completo de Análise Matemática em português, o *Curso de Analyse Infinitesimal*, para os alunos de Escola Polytechnica do Porto. Este *Curso* foi utilizado em Portugal por um longo período de tempo.

O primeiro volume do *Curso de Analyse Infinitesimal* de Gomes Teixeira, dedicado ao Cálculo Diferencial, saiu já em 1887²³⁹. Em 1889 e 1892 saem os outros dois volumes, dedicados ao Cálculo Integral. O *Curso* foi aperfeiçoado e reeditado várias vezes, tendo a última edição saído em 1912. As reações a este trabalho por parte dos matemáticos daquela época são importantes, porque reflete o estado do pensamento de então. O trabalho de G. Alves (Alves, 2004) inclui vários comentários de contemporâneos de Gomes Teixeira, como J. G. Darboux²⁴⁰, M. d'Ocagne, G. de Longchamps, G. Pirondini, Z. G. de Galdeano, M. Lerch e Ph. Gilbert, exprimindo opiniões muito positivas sobre os seus manuais.

Alguns destes comentários foram reproduzidos pelo próprio Gomes Teixeira na coletânea *Ecos da minha vida*, por exemplo:

(...) Notícia sobre o *Curso de Analyse (Calculo differencial)* publicada por Ph. Gilbert, professeur na Universidade de Louvain et membre de l'Academie de Paris, na Revue bibliographique belge (1890):

Si la culture des sciences mathématiques reflorissait en Portugal, on peut bien dire que M. Gomes Teixeira en a presque tout l'honneur, - pas seulement par ses recherches propres – mais aussi par ses excellents traités d'Analyse. Voici son *Cours de Calcul différentiel*, qui paraît en seconde édition: il est à l'hauteur [sic] des plus récents et des meilleurs de la France et de l'Allemagne. On y trouve, non seulement un exposé précis, rigoureux, moderne, des principes relatifs aux nombres irrationnels,

²³⁹ O *Curso de Analyse Infinitesimal – Calculo Differencial* foi publicado em 1887 no Porto pela Typographia Occidental (1ª ed.)

²⁴⁰ Jean-Gaston Darboux (1842 — 1917) - matemático francês, que fez importantes contribuições para a Geometria Diferencial e para a Análise, entre as quais se conta o integral de Darboux.

aux imaginaires, aux séries, aux produits infinis, aux fractions continues en général; de la méthode des limites, des règles de dérivation avec les applications habituelles à l'analyse, à la théorie des courbes planes ou gauches, à la théorie des surfaces; mais on y trouve développées certaines questions qui se rencontrent plus rarement dans les traités ordinaires. Signalons, par exemple, une bonne méthode pour la décomposition des fractions rationnelles, sans emploi de dérivées; une étude sérieuse des fonctions implicites définies par des équations entre plusieurs variables; un exposé suffisant des théorèmes sur les déterminants fonctionnels; plusieurs articles sur l'expression générale des dérivées d'ordre quelconque des fonctions, sur les nombres de Bernoulli, sur les polynômes de Legendre, dont le fond est puisé dans les travaux même de M. Teixeira; enfin, deux chapitres, l'un sur les fonctions sans dérivée, et l'autre sur les fonctions uniformes d'une variable imaginaire, où sont exposés avec clarté les résultats remarquables dus à Hankel, à Cauchy, à M. Weierstrass, Mittag-Leffler, Darboux, etc. Si nous avons une critique à adresser à ce solide et savant manuel, ce serait d'avoir passé trop rapidement sur les propriétés générales des fonctions de plusieurs variables, et, par la même dissimulé l'hiatus très sensible [sic] qui les sépare des fonctions d'une seule variable. (...) (Teixeira, não datado)

(...) Notícia sobre o meu *Curso de Analyse infinitesimal* publicada por P. Mansion, professor na Universidade de Gand (Belgica) no *Mathesis*, t. XII, 1892:

Depuis une quinzaine d'années, il a paru plusieurs *Cours d'Analyse* qui l'emportent de beaucoup sur les anciens manuels classiques de Duhamel, de Sturm et de Serret, soit par leur étendue, soit par la rigueur avec laquelle les principes fondamentaux du calcul infinitésimal y sont exposés. Nous citerons particulièrement le *Lehrbuch des Analysis* de Lipschitz, le *Cours d'Analyse* de Jordan, le *Calcolo Differenziale e principio di Calcolo integrale* et les *Applicazioni geometriche del Calcolo infinitesimale* de Peano. On peut placer à côté de ces livres excellents le *Cours* de M. G. Teixeira. ... [sic] Dans maints chapitres, l'auteur a complété les travaux de ses devanciers par des recherches personnelles. Nous recommandons avec confiance son livre aux professeurs et aux étudiants du doctorat, comme l'un des meilleurs qu'ils puissent prendre pour guide ou pour auxiliaire dans leur enseignement ou dans leurs études. (...) (Teixeira, não datado).

No entanto, também foram assinalados alguns aspetos menos positivos, tais como o facto de não ter dado suficiente atenção às funções de várias variáveis, bem como a existência de alguns erros na escrita de nomes, tanto no texto como nas referências, entre outros. Gomes Teixeira tinha em conta estas críticas e opiniões, o que se refletiu de forma positiva nas reedições dos seus manuais²⁴¹.

²⁴¹ O primeiro volume deste *Curso*, dedicado ao cálculo diferencial, teve quatro edições: uma primeira em 1887, uma segunda edição em 1890, uma terceira em 1896 e uma quarta edição em 1906 que constitui o volume III das *Obras*

Algumas das críticas são bastante curiosas e até caricatas. Por exemplo, enquanto no estrangeiro o carácter inovador do *Curso* era louvado, em Portugal, A. Schiappa Monteiro²⁴², de Lisboa, não concordava com o facto de Gomes Teixeira incluir novas demonstrações da sua autoria para alguns teoremas clássicos, nem com a apresentação de novo material.

(...) 3º - O auctor substitue algumas demonstrações classicas por outras suas, que, me parece, não terem vantagem, por serem confusas e prolixas, alem de algumas se prestarem a serias objecções.

4º - Apresenta transformações de cálculo novas, segundo creio, mas de que não vejo o alcance.

5º - Considera como verdadeiros alguns theoremas, que hoje se não admitem como taes. (...) (Schiappa Monteiro, 1889, pp. 5-6).

Em seu entender Gomes Teixeira deveria ter apenas utilizado demonstrações tradicionais, já comprovadas ao longo do tempo.

Apesar destas reacções negativas, possivelmente movidas por alguma inveja, o *Curso* de Gomes Teixeira foi considerado internacionalmente como um tratado preciso, rigoroso e moderno, que se encontrava ao nível dos melhores manuais da época.

6.3 Sobre o estilo e a abordagem de Gomes Teixeira

6.3.1 Observações gerais

Os manuais que constituem o *Curso de Analyse Infinitesimal* de Francisco Gomes Teixeira foram elaborados com base no curso que lecionou durante vários anos na *Academia Polytechnica do Porto*.

Estes manuais inserem-se numa vasta panóplia de cursos publicados por diferentes

sobre *Matemática*. A última edição dos segundo e terceiro volumes, dedicados ao cálculo integral, foi feita em conjunto em 1912, como volume VI das *Obras*.

²⁴² A polémica entre Schiappa Monteiro e Gomes Teixeira a este propósito já foi mencionada no Capítulo 2.

matemáticos europeus antes e depois de Gomes Teixeira. Citamos a título de exemplo a publicação das seguintes bem conhecidas obras: *Introductio in analysin infinitorum*, de Leonhard Euler, em 1748 (Euler, 1748); *Cours d'Analyse de l'École Royale Polytechnique*, de Augustin-Louis Cauchy, em 1821 (Cauchy, 1821); *Abhandlungen aus der Functionentheorie*²⁴³, contendo o curso lecionado por Karl Weierstrass, em 1866, (Weierstrass, 1886); *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*, de Charles Hermite, em 1873 (Hermite, 1873); *Cours de Analyse infinitesimal*, de Jules Houël²⁴⁴, entre 1878 e 1881 (Houël, 1878-81); *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale*²⁴⁵, de Angelo Genocchi e Giuseppe Peano, em 1884 (Peano & Genocchi, 1884); *Cours d'analyse mathématique*, de Édouard Goursat, entre 1902 e 1905 (Goursat, 1902) .

Uma vez que estava escrito em português, o curso de Gomes Teixeira não era obviamente tão conhecido no estrangeiro como os de autores franceses ou ingleses.

Analisando o *Curso de Analyse*²⁴⁶ verifica-se que a exposição de cada tópico (diferenciação, integração, séries, etc.) é seguida de um capítulo que descreve as respetivas aplicações geométricas e analíticas, o que constitui um aspeto muito característico e original da abordagem de Gomes Teixeira.

Particular atenção deve ser dada à grande quantidade de exercícios apresentados neste livro. Como se pode ver pela lista de conteúdos do livro, o próprio autor considerou este facto como uma parte importante da sua obra. Indicando os passos gerais de resolução, oferece ao leitor a oportunidade de resolver estes exercícios de forma independente. Mostrando, através de exercícios, resultados importantes e interessantes, Gomes Teixeira apresentou ao leitor diferentes áreas da Análise Matemática. Os exercícios no livro constituem, com a sua parte teórica, um conjunto orgânico, completando e esclarecendo a teoria.

Durante a exposição do material teórico e nas demonstrações de teoremas, Gomes Teixeira faz referências aos autores dos conceitos e resultados apresentados, com a

²⁴³ “Lições sobre a Teoria das Funções”, em português

²⁴⁴ Guillaume-Jules Houël (1823 - 1886) - matemático francês; a sua maior contribuição foi no tratamento de elementos da Geometria Não-Euclídiana.

²⁴⁵ Neste curso, na secção sobre a diferenciabilidade de funções (nº 49), o autor referencia o artigo do Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque* publicado no *Giornale di Matematica di Battaglini* em 1880 (Teixeira, 1880).

²⁴⁶ Aqui falamos sobre a versão do Curso de Análise de Gomes Teixeira que integrou as *Obras sobre Mathematica: “Curso de Analyse Infinitesimal – Calculo Differencial”*, vol. 3 das Obras, 4ª edição de 1906; *“Curso de Analyse Infinitesimal – Calculo Integral”*, vol. 6 das Obras, 3ª edição de 1912.

indicação dos artigos e revistas onde estes foram publicados, incluindo por vezes os seus próprios artigos.

Por exemplo, no capítulo *Valores médios dos integraes definidos* pode ler-se (Teixeira, 1912a, p. 65):

(...) Se as funcções $\phi(x)$ e $\varphi(x)$ forem finitas e se a funcção $\varphi(x)$ for positiva e não crescente no intervallo de $x = a$ a $x = X$, temos

$$(2) \quad \int_a^X \phi(x)\varphi(x)dx = \phi(a)\int_a^{\alpha} \varphi(x)dx$$

α representando um dos valores que toma x quando varia desde $x = a$ até $x = X$.

Este teorema, conhecido pelo nome de segundo teorema da média, é devido a O. Bonnet [Jornal de Liouville, 1ª série, t. xiv], que o achou applicando aos integraes definidos uma transformação das séries devida a Abel. [...]

Se a funcção $\phi(x)$ varia sempre no mesmo sentido, quando x cresce desde a até X , temos

$$\int_a^X \phi(x)\varphi(x)dx = \phi(a)\int_a^{\alpha} \varphi(x)dx + \phi(X)\int_{\alpha}^X \varphi(x)dx$$

α representando um dos valores que toma x quando varia desde a até X . (...)

Na página 66 Gomes Teixeira notou que:

(...) Esta demonstração muito simples é devida ao sr. J. Bruno de Cabedo, professor na Universidade de Coimbra (*Jornal de Sciencias mathematicas e Astronomicas*, t. XI, 1893). (...)

Relativamente ao teorema:

(...) Se $\phi(x)$ e $\varphi(x)$ representarem funcções taes que cada uma varie em um determinado sentido, quando x varia desde $x = a$ até $x = X$, a expressão

$$(X - a) \int_a^x \varphi(x) \phi(x) dx - \int_a^x \varphi(x) dx \cdot \int_a^x \phi(x) dx$$

É positiva, se as duas funções variam no mesmo sentido, e negativa, se variam em sentido contrario. (...)

Gomes Teixeira observou:

(...) Este theorema, devido a Tchebychew, foi demonstrado por Fraklin [American Journal of Mathematics, t. VII] do modo seguinte. (...)

Seguindo esta linha, encontram-se nas várias edições do *Curso*, entre outras, referências às seguintes publicações (listadas pela ordem de citação):

- *Cours de Calcul Infinitesimal*, Tome I, de J. Houël (1878);
- *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* de Dini (1878);
- *Stetigkeit und irrationale Zahlen* de Dedekind (Brunswick, 1872);
- *Introduction à la theorie des fonctions* de Tannery (1886);
- *Cours d'Analyse* de Cauchy (1821);
- *Curso da Universidade de Berlim* de K. Weierstrass *Ausdehnungslehre de Grassmann* (Leipzig, 1844);
- *Mathematische Annalen*, t. V e t. XXI, de G. Cantor (Leipzig, 1883);
- *Theorie der complexen Zahlssysteme* de Hankel (Leipzig, 1867);
- *Revue des sociétés savantes* de Méray (Paris, 1869);
- *Isntituzioni di Analisi Algebrica* de A. Capelli (Napoli, 1902).

A abundância de referências bibliográficas a obras contemporâneas evidencia a visão global que Gomes Teixeira possuía sobre o panorama matemático internacional do seu tempo, bem como a sua preocupação em transmitir, aos estudantes portugueses, os mais recentes avanços nesta área.

6.3.2 Algumas notas sobre a abordagem adotada

Nesta secção focamos alguns aspetos que, em nosso entender, caracterizam a abordagem adotada por Gomes Teixeira no seu *Curso de Analyse*.

Como primeiro exemplo, consideramos a parte inicial do Curso. Para este efeito reproduzimos as partes relevantes do respetivo índice.

Introdução²⁴⁷

Capítulo I. Teoria dos números irracionais, dos números negativos e dos números imaginários.

Regras para o seu cálculo

1. Caracteres das operações da Arithmetica e da Algebra
2. Theoria dos números irracionais
3. Numeros negativos e números imaginários
4. Noção de limite
5. Series
6. Productos infinitos
7. Fracções continuas

Gomes Teixeira teve a preocupação de iniciar o seu *Curso* com uma introdução bastante detalhada aos números reais e complexos, precedida na sua exposição pela teoria das operações da aritmética e da álgebra. Começa por desenvolver a teoria das operações sobre reais não negativos, com o objetivo de posteriormente generalizar estas operações ao conjunto dos números imaginários.

Esta abordagem de Gomes Teixeira reflete a sua preocupação com os assuntos mais básicos. Em nosso entender, ao contrário do que se julga normalmente, a sua abordagem corresponde a uma tendência atual no fim do século XIX e neste sentido merece de ser considerada como moderna no seu tempo. Esta opinião é reforçada pelas palavras de D. Laugwitz (Laugwitz, 1992):

²⁴⁷ *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo diferencial* (4ª ed.) (Teixeira, 1906)

(...) Houve várias vezes a oportunidade de salientar que, para Weierstrass, a Análise consistia em primeiro lugar no estudo das funções. O facto de no final do século XIX se ter tornado usual começar os manuais de cursos universitários com uma fundamentação dos números reais, pode talvez revelar uma influência das lições sistemáticas de Weierstrass e (uma reacção) da crítica feita por Kronecker aos fundamentos da Análise. (...).

É de salientar que, no Capítulo I da *Introdução*, Gomes Teixeira referencia em nota de rodapé os autores que trabalharam na teoria dos números irracionais e das operações, incluindo K. Weierstrass, referindo que:

(...) A theoria dos números irrationaes foi tratada primitivamente debaixo de uma forma geométrica. Occuparam-se da theoria arithmetica dos mesmos números, á qual se tem dado diversas formas, Weierstrass no seu curso na Universidade de Berlin, Méray em um trabalho publicado na *Révue des sociétés savantes* (Paris, 1869), G. Cantor em artigos publicados nos *Mathematische Annalen* (Leipzig, t. v e t. xxi), Dedekind em um trabalho intitulado *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (Brunswick, 1872), Tannery na sua *Introduction à la théorie des fonctions* (Paris, 1886), Capelli em um artigo publicado no *Giornale di Matematiche* (Napoli, 1897) e nas suas *Istituzioni di Analisi algebrica* (Napoli, 1902), etc. A theoria de Weierstrass pôde ver-se em um trabalho publicado por Pincherle no t. xviii do *Giornale di Matematiche*. (...) (Teixeira, 1906), p. 2, 4ª edição).

Isto ilustra o enquadramento histórico da matéria, que já mencionamos como ponto forte na obra de Gomes Teixeira.

A secção dedicada aos *Caracteres das operações da Arithmetica e da Algebra*, inicia-se com a apresentação de uma definição da classe dos números racionais, designando os números racionais positivos como sendo o primeiro objeto da aritmética. Pode ler-se:

(...) Os numeros inteiros e os números fraccionarios, cujos numeradores e denominadores são números inteiros, constituem a classe dos numeros *rationaes*, que podem ser *positivos* ou *negativos*. O estudo dos números rationaes positivos é o primeiro objecto da Arithmetica. Ahi são definidos, assim como as operações numericas, e ahi são estudadas as propriedades fundamentaes d'estas operações. (...) (Teixeira, 1906, p. 1).

As operações aritméticas fundamentais são definidas da seguinte forma:

(...) 1º *Adição* dos numeros representados pelas letras a e b é a combinação *univoca* (de resultado unico) d'estes numeros, cujas leis fundamentaes são:

- $a + b = b + a$, (*lei commutativa*)
- $(a + b) + c = (a + c) + b$, (*lei associativa*)
- $a + 0 = a$.

2º *Subtracção* é a operação inversa da adição.

3º *Multiplicação* é a combinação univoca dos numeros, representados pelas letras a e b , caracterizada pelas leis:

- $ab = ba$, (*lei commutativa*)
- $(ab)c = (ac)b$, (*lei associativa*)
- $(a + b)c = ac + bc$, (*lei distributiva*)
- $a \times 0 = 0$, $a \times 1 = a$.

4º *Divisão* é a operação inversa da multiplicação.

5º *Elevação* a potencia é a multiplicação de factores eguaes.

6º *Extracção* de raiz é a operação inversa da elevação a potencia. (...)

É de salientar que a consideração das propriedades comutativa e associativa da adição e da multiplicação, bem como da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, num manual de ensino era, na altura, bastante moderna.

Os diferentes conjuntos de números são introduzidos com base no fecho relativamente às operações consideradas:

(...) Reflectindo um pouco sobre o que se aprendeu na Arithmetica, é fácil de ver que o calculo arithmetico é principalmente fundado nas leis fundamentaes precedentes, na propriedade que têm as operações de darem resultados eguaes quando se substituem a e b por quantidades eguaes e nas leis fundamentaes das egualdades: $a = a$; de $a = b$ resulta $b = a$; de $a = b$ e $b = c$ resulta $a = c$. Duas das operações precedentes, a subtracção e a extracção de raiz, não são sempre possíveis, quando se usa somente dos números racionaes positivos. Para não ter porém de separar os casos em que estas operações são ou não são possíveis, introduzem-se novas espécies de números e generalizam-se as definições das operações, tendo sempre em vista que se conservem as propriedades fundamentaes que vimos de indicar, e que as novas definições levem aos mesmos resultados que as antigas, quando se appiicam aos números para os quaes estas foram primeiramente estabelecidas. Foi o que se viu na

Arithmetica, onde apareceram os números *irracionais*, e na Álgebra, onde apareceram os números *negativos* e os números *imaginários*. Aqui vamos recordar succintamente a theoria d'estas três espécies de números. (...) (Teixeira, 1906).

Relativamente à introdução dos números irracionais, Gomes Teixeira afirma o seguinte:

(...) Consideremos um grupo composto de uma infinidade de numeros racionais, positivos e crescentes,

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

e outro grupo composto de uma infinidade de numeros racionais, positivos e decrescentes,

$$b_1, b_2, \dots, b_n, \dots,$$

e supponhamos que os numeros do primeiro grupo são todos menores que os numeros do segundo e que a differença $b_n - a_n$ póde tornar-se tão pequena quanto se queira, dando a n um valor sufficientemente grande.

Se existe um número racional, maior do que os numeros do primeiro grupo e menor que os do segundo grupo, este número é completamente determinado pelos dous grupos. Com effeito, se existissem dous numeros A e B que satisfizessem a esta condição, estes numeros deveriam estar comprehendidos entre b_n e a_n , e seria, por maior que fosse n ,

$$B - A < b_n - a_n,$$

o que é absurdo, visto que a differença $b_n - a_n$ póde tornar-se tão pequena quanto se queira, dando a n um valor sufficientemente grande.

Se porém não existe número algum racional maior do que os numeros do primeiro grupo e menor do que os numeros do segundo, diz-se, por definição, que os dous grupos estão separados por um número *irrational*. Como, n'este caso, qualquer número racional differente dos precedentes é menor do que um valor de a_n ou maior do que um valor de b_n , vê-se que cada número irrational divide a totalidade dos numeros racionais em dous grupos, taes que os numeros do primeiro grupo são todos menores do que os numeros do segundo grupo. (...) (Teixeira, 1906), pp. 3-4).

Nota-se, nesta definição de número irrational, uma possível influência do conceito de corte apresentado por Dedekind.

Este é apenas um exemplo do modo como Gomes Teixeira integrou resultados da

investigação atual no ensino através do seu *Curso*, conferindo-lhe um estilo muito próprio, que lhe valeu o reconhecimento em meios internacionais. Mencionamos neste contexto o seguinte extracto de uma resenha da autoria de Maurice d'Ocagne:

(...) Comme rigueur, comme netteté, comme élégance, cet Ouvrage ne laisse rien à désirer; il a, en outre, le mérite, tout en restant parfaitement élémentaire et didactique, d'être au courant des derniers progrès de la Science. C'est tout point un livre excellent. (...) (D'Ocagne, 1892, p. 305).

É ainda de salientar que o *Cours d'Analyse* de Cauchy começa igualmente, nos *Préliminaires*, com uma breve revisão dos diversos tipos de números (naturais, racionais, etc.) Posteriormente, o *Cours de Calcul Infinitesimal*, de J. Houël (Houël, 1878-81) e o curso *Die Elemente der Differential - und Integralrechnung*²⁴⁸, de A. Harnack (Harnack, 1881), mais modernos, começam a exposição da matéria com a definição dos números reais e das operações sobre eles. A abordagem de Gomes Teixeira enquadrava-se nesta tendência, inovadora no seu tempo.

No século XX, tornou-se frequente iniciar os manuais de cursos universitários com uma fundamentação dos números reais, como acontece, por exemplo, nos manuais de H.von Mangoldt (Mangoldt, 1911), E. Whittaker e G. Watson (Whittaker & Watson, 1927), G. Fichtenholz (Fichtenholz, 1962).

Terminamos esta secção, e, simultaneamente, este capítulo, com um comentário de James Pierpont, professor da Universidade de Yale (EUA) sobre o *Curso* de Gomes Teixeira:

(...) While perusing the present book it was a constant source of regret to me that Portuguese is not better known in our country. Otherwise this admirable work on the calculus would enjoy widespread popularity among us. Its author, the distinguished director of the Academia Polytechnica at Porto, has been uniformly successful in the difficult task of selecting from the immense material available. The manner of presentation leaves nothing to be desired. The style is lucid and elegant, and the whole work bears in a refreshing manner the imprint of an original mind. In many places the author has incorporated parts of his own prolific and valuable writing on the subject. In regard to rigor, it

²⁴⁸ Em port.: *Elementos de Calculo Diferencial e Integral*.

seems to us that Professor Teixeira has very happily chosen the golden mean. The excessive rigor of a Weierstrassian has been wisely avoided; at the same time the author has given this matter due attention. An occasional slip will doubtless be corrected in later editions. Altogether the work has so favorably impressed us that we should prefer to see it translated into English rather than any other work on the subject we know of. It is a deplorable confession that the English language does not to-day possess a work on the calculus of this class. We indicate very briefly its contents. (...) (Pierpont, 1899, p. 483).

Merece destaque o desejo manifestado por Pierpont

“... we should prefer to see it translated into English...”

6.4 Nota final

Nesta secção, analisaram-se alguns aspectos do curso de análise matemática, baseado nas lições de Gomes Teixeira. Este livro era um dos primeiros manuais de análise infinitesimal, escritos por autores portugueses.

No curso de análise de Gomes Teixeira, combina-se com mestria os avanços da matemática do seu tempo, assim como os seus próprios contributos científicos em algumas das áreas de análise matemática. O estudo deste curso demonstra que foi escrito numa linguagem matemática moderna, utilizando os mais recentes conceitos matemáticos daquela época.

No início do século XX já surgem sinais de internacionalização do curso de análise. A estrutura do curso, seus conteúdos, a formulação das definições, o estilo e os métodos de demonstração, os exemplos, e problemas tratados – tudo isto adquire um carácter internacional, reconhecido na comunidade mundial matemática.

Agora, passado 100 anos, nós conhecemos este património científico como o curso clássico de análise matemática, sem referir o autor desta criação intelectual. Mas naquela época, na fronteira entre século XIX e XX, estes eram os feitos mais vanguardistas do mundo matemático, o ponto mais alto do progresso científico.

O *Curso* de Gomes Teixeira (1887) foi criado num período muito importante em que acontecia a formação da comunidade matemática internacional. Gomes Teixeira avançou no seu tempo, nesta altura ele já falava a “língua” do século XX, mas entretanto mantinha as melhores tradições do século XIX, sendo assim o *Curso de Análise* reflecte a forte individualidade do Teixeira – matemático e cientista. O seu curso de análise é, na sua essência, mais uma descoberta científica de Gomes Teixeira, apresentada por ele nos diversos capítulos do curso e embelezado pelos problemas originais que entraram na história da análise matemática clássica.

Ao contrário de alguns cursos, tais como o curso de Goursat, Whittaker e Watson, varias vezes reeditados e traduzidos para outras línguas, o curso de Gomes Teixeira existe apenas nos arquivos, não tendo sido traduzido e pouco utilizado em Portugal.

Capítulo 7. Gomes Teixeira e as organizações internacionais

7.1 Introdução

Neste capítulo referimos a participação de Gomes Teixeira em atividades de âmbito internacional, das quais começamos por salientar a colaboração no projeto bibliográfico de H. Poincaré – *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*.

Mencionamos também as suas relações com as associações e sociedades matemáticas estrangeiras, incluindo uma breve contextualização da formação destas organizações.

Um outro aspeto importante consiste nos seus contactos com a organização dos Congressos Internacionais de Matemáticos, apesar de raramente aí ter estado presente.

Finalmente, documentamos o seu processo de eleição como membro da Academia das Ciências Alemã *Leopoldina*, sob proposta de matemáticos alemães, em particular, de Georg Cantor, bem como a sua admissão no *Circolo di Palermo*.

7.2 A colaboração no *Répertoire*

Como já anteriormente referimos, na Secção 3.5, a Sociedade Matemática Francesa

impulsionou o projeto do *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*, sob a liderança de H. Poincaré, com o intuito de referenciar as obras matemáticas publicadas desde o início do século XIX e as publicações sobre História da Matemática desde o início do século XVII.

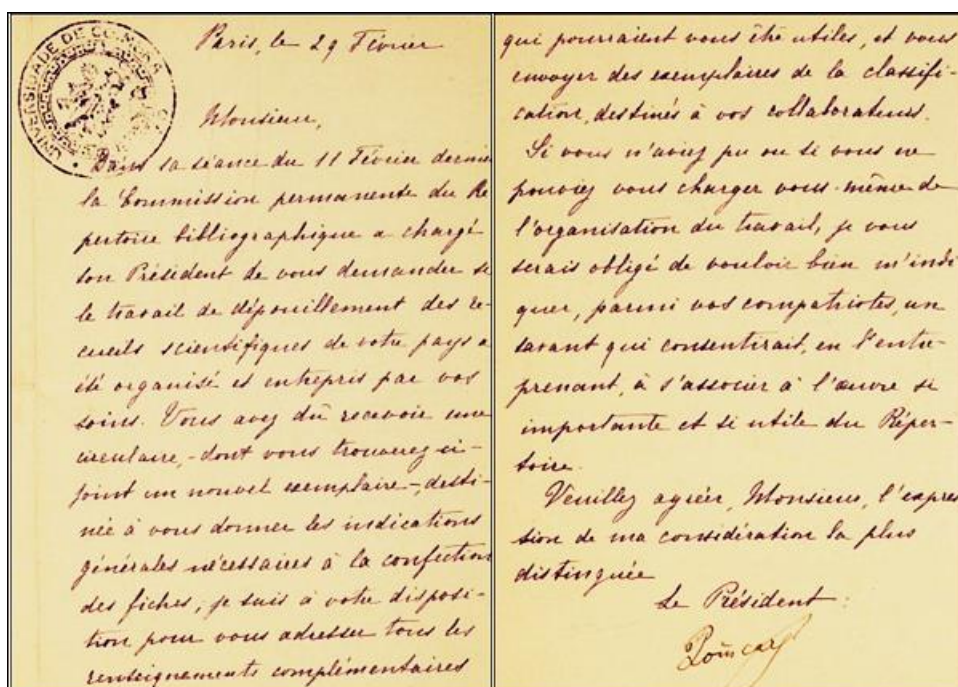


Ilustração 84 – Carta de Poincaré solicitando informação sobre trabalhos portugueses a indicar no *Répertoire* (sem ano, mas dia 29 de fevereiro sugere uma alta probabilidade de que ele poderia ser 1892 ou em um dos ano bissexto seguinte).

Um marco importante na criação do *Répertoire*, foi o Congresso Internacional de Bibliografia das Ciências Matemáticas, realizado em Paris, entre 16 e 19 de julho 1889. Gomes Teixeira publicou uma comunicação sobre este congresso no volume IX do seu *Jornal*.

(...) Nos dias 16, 17, 18 e 19 de julho de 1889 reuniu-se em Paris um Congresso internacional de Bibliographia das sciencias mathematicas, com o fim de discutir um projecto de publicação de um reportório bibliographico d'estas sciencias. Uma commissão, presidida pelo sr. Poincaré, membro do Instituto, tinha antecipadamente preparado o projecto de classificação a seguir no reportório bibliographico. Este projecto foi discutido no Congresso nos dias 16, 17 e 18; e no dia 19 foram

tomadas as resoluções seguintes:

1.^a Convem publicar um repertorio bibliographico das sciencias mathematicas, destinado a poupar aos estudiosos longas e penosas indagações. Este repertorio deverá conter os títulos das memorias relativas ás mathematicas puras e applicadas, publicadas desde 1800 até 1889 inclusivamente, assim como dos trabalhos relativos á historia das mathematicas desde 1600 até 1889 inclusivamente. Estes títulos serão classificados não pelos nomes dos auctores, mas pela ordem logica das matérias.

2.^a Serão publicados successivamente supplementos a este repertorio; o primeiro será consagrado aos trabalhos publicados desde 1889 exclusivamente até 1899 inclusivamente, e os supplementos seguintes aos periodos de dez annos que se seguirão. Em cada supplemento, as omissões descobertas no repertorio ou nos supplementos precedentes serão reparadas (...) (Teixeira, 1889, p. 143).

Entre as resoluções tomadas, estava a da criação de uma *Comissão Permanente*, na qual Gomes Teixeira participava como vogal:

10.^a É instituída uma Comissão permanente para velar pela execução das resoluções precedentes. Ella é composta dos membros francezes: srs. Poincaré, Désiré André, Humbert, d'Ocagne, Charles Henry; e dos membros estrangeiros: srs. Catalan, Bierens de Haan, Glaisher, Gomes Teixeira, Holst, Valentin, Emile Weyr, Guccia, Enestrom, Gram, Liguine, Stephanos. A sêde da Comissão permanente é em Paris, onde deverão residir o presidente e o secretario. Se se derem vagas n'esta Comissão, deve ella completar-se escolhendo novos membros; ella é egualmente auctorizada a aggregar novos membros em número qualquer. Esta Comissão resolverá a respeito das addições á classificação adoptada que os progressos da sciencia poderão tornar necessários e a respeito das difficuldades a que der origem a interpretação das resoluções precedentes. No caso de, por uma razão qualquer, lhe parecer necessária uma nova conferencia entre os mathematicos dos diversos paizes, a Comissão organizará um novo Congresso internacional, ou em Paris, ou n'outra qualquer cidade da Europa. (...) (Teixeira, 1889, p. 145).

Mais tarde foram eleitos novos membros para a *Comissão Permanente*: E. Lampe (Alemanha), E. Czuber (Áustria), C. La Paige (Bélgica), Z. García de Galdeano (Espanha), V. V. Bobynin, N. Bougaiev (Rússia), P. A. Mac-Mahon, J. S. Mackay (Reino Unido) (Hormigon, 1984, p. 41).

À escolha de Gomes Teixeira para a *Comissão Permanente do Répertoire* poderá não ter sido alheio o facto de o seu trabalho ser bem conhecido em França, já que publicava

regularmente em revistas francesas. De facto, como se pode ver na tabela que se segue, com dados do próprio *Répertoire*, 11 dos 27 artigos publicados por Gomes Teixeira entre 1873 e 1889, data da constituição da *Comissão Permanente*, surgiram em revistas francesas.

Tabela 8 - Referências às publicações de Gomes Teixeira no *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*.

Artigo	Revisat	Ano
Aplicação das fracções continuas á determinação das raízes das equações	Jornal de Ciencias Mathematicas Physicas e Naturaes	1873
Sur la décomposition des fractions rationnelles	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1877
Sobre a integração das equações ás derivadas parciais lineares de 2ª ordem	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1878
Sobre a multiplicação dos determinantes	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1879
Generalisação da serie de Lagrange	Jornal de Ciencias Mathematicas Physicas e Naturaes	1879
Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre	Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris	1881
Sur le développement des fonctions implicites en série	Journal de Mathématiques pures et appliqués, fondé par Liouville	1881
Prelecção sobre a origem e sobre os principios do Calculo Infinitesimal	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1881
Introdução á theoria das funcções	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1885
Sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle	Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris	1885
Sur l'interpolation au moyen des fonctions circulaires	Nouvelles Annales de Mathématiques	1885
Aplicações da formula que dá as derivadas de ordem qualquer das funcções de funcções	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1886
Sur une limite relative aux polynômes de Legendre	Comptes Rendus des séances de la Société royale des Sciences de Boheme	1886
Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle	Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris	1886
Sur la réduction des integrales hyperelliptiques	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1887
Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Jules Tannery	Bulletin des Sciences Mathématiques	1887
Sur une théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation	Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	1887
Sobre o desenvolvimento em serie das funcções de variáveis imaginarias	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1887
Sobre a derivação das funcções compostas	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1887
Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite	Bulletin des Sciences mathématiques	1888
Sur la réduction des integrales hyperelliptiques	Bulletin de la Société Royale des Sciences de Bohême	1888
Démonstration d'une formule de Waring	Nouvelles Annales de Mathématiques	1888
Sur le développement des fonctions implicites	Journal de Mathématiques pures et appliqués, fondé par Liouville	1889
Alguns pontos da theoria dos integraes definidos	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1889
Extrait d'une lettre adressée à M. Tannery	Bulletin des Sciences Mathématiques	1889
Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Bulletin de la Société Mathématiques de France	1889
Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas	1889
Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite	Bulletin des Sciences Mathématiques	1890
Introdução á theoria das funcções	Bulletin des Sciences mathématiques	1893

7.3 O processo de formação das sociedades matemáticas

As primeiras academias tinham surgido já ao longo do século XVII. Foram elas:

- Academia dos Linceus em Florença (1603),
- Academia Leopoldina na Alemanha (1652),
- Real Sociedade de Londres em Inglaterra (1660),
- Academia de Ciências de Paris em França (1666).

A situação política e as decisões dos governantes influenciavam de uma forma dramática o avanço de iniciativas científicas e, enquanto nos países como França, Alemanha e Inglaterra (entre outros) o clima político proporcionava o avanço científico, na Península Ibérica as mudanças demoravam a acontecer.

Em Portugal foi criada a *Academia de Ciências de Lisboa* em 1779. Espanha também seguiu esta tendência com a criação, em 1847, de *Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*.

As primeiras sociedades matemáticas surgem na segunda metade do século XIX, com o objetivo de unir e apoiar os matemáticos. Como já foi referido, depois de formação da *Sociedade Matemática de Moscovo* (1864) foram criadas a *Sociedade Matemática de Londres* (1865), a *Sociedade Matemática Francesa* (1872), a *Sociedade Matemática de Edimburgo* (1883), a *Sociedade Matemática Americana* (1888). Em 1890, nasceu a *Associação de Matemáticos Alemães*, cujo primeiro presidente, Georg Cantor, contribuiu ativamente para a realização do primeiro *Congresso Internacional de Matemáticos* em Zurich, em 1897, no qual participaram 204 cientistas²⁴⁹. Em Portugal, só em 1917 foi fundada, com o apoio de Gomes Teixeira, uma sociedade científica de carácter mais generalista, a *Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências*, para facilitar a

²⁴⁹ <http://www.mathunion.org/ICM/>

cooperação com Espanha, para mais detalhes remetemos o leitor para a Secção 7.5 e para o artigo (Ramos & Malonek, 2005). A *Sociedade Portuguesa de Matemática* surgiu apenas em 1940, por iniciativa da geração de matemáticos daquela época.

Analisemos mais pormenorizadamente esta evolução.

As academias eram consideradas centros de elite na sociedade. Dedicavam-se à publicação de revistas, ofereciam prémios e estágios.

(...) Note-se que no século XVIII, as publicações eram o meio mais importante para a divulgação e publicação de material científico. Os prémios que eram atribuídos promoviam, para além da própria investigação, novos rumos na investigação científica já que a sua atribuição destinava-se à resolução de questões em áreas decididas por essas sociedades.

O grande marco na separação dos momentos que levam ao desprestígio das Academias e ao aparecimento de associações e/ou sociedades científicas está intimamente relacionado com as Reformas Napoleónicas. (...) (Bernardo, 2006, p. 26).

As guerras do início do século XIX levaram os governos a criar escolas públicas acessíveis ao povo, já que todos os países europeus se aperceberam da importância de desenvolver um sentimento de união nacional (Dottrens, et al., 1966). O desenvolvimento da democracia e o crescimento da necessidade de quadros qualificados, que correspondessem aos requisitos apresentados pela revolução tecnológica, elevaram o prestígio das escolas públicas e, durante as últimas três décadas do século XIX, a educação moderna foi popularizada na Europa Ocidental.

Até então, por toda a Europa, a Matemática era lecionada, tanto no ensino secundário como no ensino superior, como um assunto à margem e a um nível não muito elevado, sem a preocupação de formar profissionais nesta área. Além disso, a maioria das universidades não possuía faculdades de ciências, o que não proporcionava o progresso científico.

A Revolução Francesa criou condições favoráveis para o desenvolvimento da Matemática. Com a revolução industrial na Europa estimulou-se o estudo das ciências e surgiram novas classes sociais interessadas na ciência e na educação. Napoleão além de grande militar, possuía um enorme gosto pela Matemática considerando-a muito importante para o desenvolvimento do ser humano. Para estudo da Engenharia militar e

civil, surgiu a *École Polytechnique de Paris* em 1794, onde a Matemática pura e aplicada fazia parte do currículo. Os melhores matemáticos de França colaboraram com esta escola. Por exemplo: J. Lagrange, J. Fourier, A. Cauchy, entre outros.

Entretanto o aparecimento de escolas públicas trouxe novos problemas, especialmente quando a educação se tornou obrigatória. O maior problema era o aumento de número de alunos. Anteriormente, apenas um número limitado de alunos frequentava a escola secundária, pelo que apenas era necessário um número limitado de professores, que na sua maioria eram matemáticos de grande qualidade. Quando a educação secundária chegou às massas, tornou-se eminente a falta de professores, levando à contratação de novos docentes menos competentes do que os antigos. Esta situação em que as “massas ensinam as massas” afetou em particular o ensino da matemática nas escolas secundárias, ameaçando a cultura matemática (Bidwell, 1970). A dificuldade principal consistia em manter o nível de ensino conseguido durante os anos em que a elite ensinava a elite.

No mesmo ano foi fundada a *École Normale de Paris*, onde se formaram personalidades importantes como E. Galois (cf. p. 87), L. Pasteur²⁵⁰, E. Durkheim²⁵¹, o que contribuiu para que todos os interessados pudessem ter formação em ciências e instrução que os preparasse para dar aulas. Segundo o primeiro artigo do decreto da sua fundação:

(...) Il sera établi à Paris une École normale, où seront appelés, de toutes les parties de la République, des citoyens déjà instruits dans les sciences utiles, pour apprendre, sous les professeurs les plus habiles dans tous les genres, l'art d'enseigner. (...)

Entretanto as normas da *École Normale* não previam o desenvolvimento das capacidades científicas dos seus alunos, mas apenas a sua preparação para a vida profissional.

Na mesma época, com a reforma Pombalina (1772), criaram-se na Universidade de Coimbra as faculdades de Matemática e de Filosofia. O curso de Matemática passou a abranger o Cálculo Diferencial e Integral, a Geometria, a Álgebra e a Trigonometria.

²⁵⁰ Louis Pasteur (1822 - 1895) - microbiólogo e químico francês, membro da Academia Francesa (1881). Seus experimentos deram fundamento para a teoria microbiológica da doença. Foi mais conhecido do público em geral por inventar um método para impedir que leite e vinho causem doenças, um processo que veio a ser chamado pasteurização.

²⁵¹ David Émile Durkheim (1858 - 1917) - filósofo e sociólogo francês, fundador da escola francesa de sociologia, um dos fundadores da sociologia como uma ciência independente.

Ainda em Portugal, em 1837 são criadas a *Escola Polytechnica de Lisboa* e a *Academia Polytechnica do Porto*, onde a Matemática ensinada era vocacionada para formação militar e de Engenharia.

Espanha foi influenciada por estas ideias, surgindo aí escolas militares e outras instituições que formaram indivíduos ativos para a vida profissional.

Depois da era napoleónica, os países de Europa entraram em crise económica. O desenvolvimento da ciência era uma via para sair desta situação. Devido às marcas das invasões sofridas, em muitos países europeus as ideias francesas deixaram de ser seguidas (o que não foi o caso de Portugal), sendo muitas vezes substituídas pelos modelos pedagógicos alemães desenvolvidos por W. von Humboldt²⁵² (como é exemplo a *Institución Libre de Enseñanza*, no caso de Espanha), segundo os quais as universidades deveriam ser instituições onde ensino e investigação se complementavam.

A influência crescente das universidades como instituições de ensino e investigação diminuiu a importância das academias, que deixaram de ser os únicos centros que promoviam o progresso científico, tendo embora permanecido instituições de elite científica.

Paralelamente, começaram a surgir um pouco por toda a Europa associações para o progresso das ciências. Em 1822 surge a primeira associação, criada na Alemanha por iniciativa de Lorenz Oken²⁵³, a *Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*²⁵⁴, que serviu como modelo para a criação de sociedades semelhantes em outros países. Por causa da insatisfatória reação dos meios académicos e universitários na Inglaterra, o matemático Charles Babbage publicou, em 1830, *Reflections on the Decline of Science in England, and on Some of Its Causes* (Babbage, 1830). No ano seguinte, adotando o modelo alemão, participou ativamente na fundação da Associação Britânica para o Progresso da Ciência (*British Association for the Advancement of Science*), que, em reuniões regulares em diferentes cidades, divulgava os avanços da ciência no mundo e defendia o desenvolvimento da pesquisa científica. A associação francesa, *Association Française pour*

²⁵² Wilhem von Humboldt (1767-1835) – ministro da educação da Prússia, grande reformador da educação; fundou a Universidade de Berlim.

²⁵³ Lorenz Oken (Lorenz Ockenfuss) (1779—1851) - naturalista alemão, um dos representantes mais destacados da *Naturphilosophie*.

²⁵⁴ *Sociedade de Naturalistas e Médicos Alemães* – trad.

le Progrès des Sciences, foi fundada em 1857. Esta associação visava colocar a França novamente no domínio das ciências já que, com o fim da era napoleónica, tinha ficado relegada para segundo plano. Todas estas associações tinham como objetivo impulsionar a ciência e dar prestígio aos seus países.

Neste contexto só houve uma mudança significativa da situação com a implantação da I República Portuguesa e a Constituição de 1911, que de certa forma representava uma alteração na mentalidade dos portugueses, tanto politicamente como no ensino.

Em 1917 fundou-se a *Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências*.

Dez anos antes, 1908, já em Espanha se tinha fundado a *Asociación Española para el Progreso de Ciencias*. Como pode ler no artigo de E. Ausejo (Ausejo, 2008, p. 297):

(...) Los primeros estatutos de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, presentados en el Gobierno Civil de Madrid el 12 de marzo de 1908 y aprobados en la Sesión plenaria del Congreso de Zaragoza celebrada en el Paraninfo de la Universidad el 27 de octubre de 1908, establecían como objeto de la AEPPC "el fomento de la cultura nacional, en sus manifestaciones científicas principalmente", para lo que ésta "organizará Congresos, conferencias y concursos, procurará la fundación de instituciones de enseñanza; favorecerá la comunicación intelectual entre el país y las clases asociadas, y auxiliará, en la medida que sus recursos lo permitan, los trabajos y estudios de investigación" (...)

No XVII Congresso da *Associação Espanhola*, em 1942, pode ler-se no discurso inaugural de Pedro José da Cunha:

(...)... em 1921 já reconhecíamos a conveniência de os intelectuais se conhecerem e se unirem para conseguirem dominar as forças materiais, e nos prestávamos a tomar parte activa na campanha de ressurgimento (...) (APPC, 1943).

Itália, com grande tradição matemática e científica em 1906, fundou a *Società Italiana per il Progresso delle Scienze*, por iniciativa de V. Volterra (1860-1940). Neste país, já anteriormente se realizavam encontros entre intelectuais. Em 1839 houve em Pisa o 1º Encontro de Cientistas Italianos, seguindo-se, até 1848, encontros anuais em diferentes cidades italianas. O principal objetivo era promover contactos pessoais entre cientistas do

país e convidados estrangeiros. Com a fundação da *Società*, V. Volterra pretendia essencialmente dar uma nova vida aos Encontros de Cientistas Italianos. Em 1922, V. Volterra cria em Roma o *Consiglio Nazionale delle Ricerche*.

A divulgação e os encontros entre intelectuais, proporcionados com o aparecimento destas associações, deram um maior impulso no crescimento intelectual dos países. Com a criação das associações para o progresso das ciências e o aumento do número de matemáticos, abre-se o caminho para a fundação das sociedades matemáticas.

Durante o início do século XX, o papel das academias na investigação passou para as mãos das universidades, tornando a investigação mais organizada, produtiva e com uma linha mais profissional, cf. (Carvalho, 1996).

Criam-se sociedades científicas especializadas e profissionalizadas que estabeleciam o contacto entre cientistas no contexto universitário. Surgem sociedades científicas de áreas específicas, como as sociedades de Matemática. São exemplos disso as seguintes sociedades:

- *Moscow Mathematical Society*, na Rússia (1864);
- *London Mathematical Society*, em Inglaterra (1865);
- *Société Mathématique de France*, em França (1872);
- *Edinburgh Mathematical Society*, na Escócia (1883);
- *Circolo Matematico di Palermo*, na Itália (1884);
- *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, na Alemanha (1890);
- *Sociedad Matemática Española* (1911);
- *L'Unione Matematica Italiana*, na Itália (1922);
- *Sociedade Portuguesa de Matemática* (1940) em Portugal.

Estas sociedades publicam as suas próprias revistas especializadas e boletins informativos, promovem reuniões, colóquios e congressos. Assim há convívio entre matemáticos nacionais e estrangeiros, não se caindo no isolamento científico.

Em 1940, a *Sociedade Portuguesa de Matemática* possuía 100 sócios, em Espanha em 1911, a *Sociedad Matemática Española* tinha 422 (Parshall, et al., 2002, p. 54), grande

parte eram professores do ensino secundário. O seu único membro honorário era Gomes Teixeira.

Com aparecimento destas sociedades e associações, as academias deixaram de ter tanta importância e passaram muitas vezes a ser apenas locais de encontros entre sócios.

7.4 Colaboração de Gomes Teixeira com associações e sociedades estrangeiras

O papel das sociedades matemáticas é de extrema importância para a divulgação dos avanços científicos, a promoção dos jovens matemáticos e a criação de uma comunidade de matemáticos, cuja atividade e intercâmbio são facilitados pelo apoio da sociedade. Gomes Teixeira foi nomeado membro honorário de diversas sociedades e academias científicas durante a sua vida. A troca de correspondência entre Gomes Teixeira e as diversas sociedades matemáticas estrangeiras consolidou o papel de Portugal como um país aberto à comunicação, criando abertura para um intercâmbio científico sob variadas formas. Um dos aspetos que assumiu este intercâmbio foi a participação de Gomes Teixeira, como convidado, em eventos organizados por diversas sociedades científicas estrangeiras. Um outro aspeto foi a nomeação de Gomes Teixeira como membro honorário de diversas universidades, academias e sociedades estrangeiras, o que evidencia claramente a sua crescente popularidade perante a comunidade matemática internacional, e, de certa forma, o fim do isolamento científico de Portugal.

Para ilustrar estes aspetos, apresentamos algumas das cartas endereçadas a Gomes Teixeira por associações e sociedades matemáticas estrangeiras.

Tabela 9 - Cartas de algumas associações e sociedades científicas estrangeiras com as quais Gomes Teixeira manteve contactos. É usada a numeração de (Vilhena, 1936).

Carta	Sociedade	Assunto
138	Associação Francesa para o Progresso das Ciências	G. de Longchamp convida G. Teixeira assistir ao congresso de Besançon da Associação Francesa para o Progresso das Ciências.
151	Sociedade Matemática Espanhola	Comunica a eleição de Gomes Teixeira como sócio correspondente desta sociedade.
162	Sociedade Matemática de Moscovo	Carta oficial do presidente da Sociedade Matemática de Moscovo a comunicar a sua eleição como sócio honorário.
206, 630	Sociedade das Ciências de Cherbourg (França)	Gomes Teixeira foi eleito sócio correspondente desta sociedade.
212	Associação Inglesa para o Progresso das Ciências	Ofício do Secretário da Associação Inglesa para o Progresso das Ciências, convidando Gomes Teixeira a assistir ao Congresso de Cambridge (1912).
227	Associação Espanhola para o Progresso das Ciências	Ofício de D. Eduardo Dato, presidente da Associação Espanhola para o Progresso das Ciências, convidando a Associação Portuguesa para o Congresso de Sevilha.
436, 447, 475	Sociedade Real das Ciências de Praga	Comunica a eleição de Gomes Teixeira como sócio correspondente desta sociedade.
505	Sociedade Científica de Bruxelas	Comunica a eleição como sócio correspondente desta sociedade.
539	Sociedade Real das ciências de Liège	Troca entre o Jornal de Gomes Teixeira e publicações da sociedade.
781	Associação Francesa para o Progresso das Ciências	Ofício convidando Gomes Teixeira para o seu Congresso de Marselha.
850	Sociedade das Ciências de Bordeaux	Comunica a eleição de Gomes Teixeira para o sócio correspondente desta sociedade.
1107-1113	Universidade de Cambridge	Cartas de Forsyth sobre o intercâmbio de livros, sobre a sua colaboração nos <i>Annales</i> , e sobre um trabalho que publicou nas <i>Proceedings</i> da Sociedade Matemática de Londres.
1114	Associação Britânica para o Progresso das Ciências	Ofício da Associação convidando Gomes Teixeira a alojar-se na Universidade durante o Congresso de Cambridge.
1117	Sociedade Matemática de Londres	Carta do secretário da Sociedade Matemática de Londres, sobre troca de publicações.
1118, 1119, 1123, 1124	Sociedade Matemática de Edimburgo	Cartas sobre um trabalho publicado nos <i>Proceedings</i> da Sociedade Matemática de Edimburgo
1315	Associação Matemática da América	Ofício do presidente da Associação Matemática da América convidando Gomes Teixeira para membro desta Associação.

Merece particular destaque a importância de Gomes Teixeira para a colaboração entre os matemáticos portugueses e espanhóis, nomeadamente para o estabelecimento de contactos com a *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias*. A situação em Espanha e a sua comparação com a de Portugal foi analisada, embora sob uma perspetiva diferente, no trabalho de Liliana Bernardo (Bernardo, 2006), para o qual remetemos o leitor, apresentando aqui apenas uma breve síntese.

A *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias*, criada em 1908, reunia estudiosos de diferentes ramos do saber e promovia congressos regulares, que, para além de facilitarem o intercâmbio científico, eram um importante ponto de encontro e de tomada

de decisões do ponto de vista organizativo. Assim, por exemplo, já no *Congreso Español para el Progreso de las Ciencias* de 1908 (primeiro congresso da *Asociación*) foi decidida a criação da *Sociedad Española de Matemática*, efetivamente fundada em 1911.

É de salientar que nestes Congressos Espanhóis também participaram, a nível individual, o astrónomo Costa Lobo, presidente do Instituto de Coimbra, e o próprio Gomes Teixeira.

A Associação Portuguesa para o Progresso da Ciências foi criada mais tarde, apenas em 1917, por iniciativa de Costa Lobo, provavelmente motivado pelo exemplo espanhol, tendo Gomes Teixeira como primeiro presidente. O prestígio internacional do seu presidente foi decisivo para a visibilidade da Associação além fronteiras, e muito particularmente em Espanha, onde Gomes Teixeira fora premiado pela *Real Academia de Ciencias de Madrid* e tinha estabelecido contactos com matemáticos como José Echegaray (1833-1916), Eduardo Torroja Caballé (1847-1918), Zoel Garcia de Galdeano (1846-1924).

Chefiando uma delegação portuguesa de 17 elementos²⁵⁵, representantes de várias áreas do conhecimento, Gomes Teixeira participou no VI Congresso Espanhol, realizado em Sevilha em 1917 (Lacerda, 1917, p. 130), tendo proferido um discurso onde propôs a realização de congressos conjuntos. Para ilustrar a visão que possuía sobre a importância dos contactos entre os homens de ciência, reproduzimos aqui um excerto da sua intervenção, também incluído em (Bernardo, 2006):

(...) Eu tenho muita fé na efficacia dos congressos scientificos. Não está a sua principal vantagem nas memórias e notas que neles se apresentam, visto que estes trabalhos não ficariam desconhecidos, dispondo os seus autores, para os publicar, das colecções académicas e revistas scientificas que existem em todos os países. Está, sim, nas relações que nestes congressos se estabelecem entre homens que se ocupam dos mesmos assumptos, nas ideias que se trocam, nas amizades que contrahem, na collaboração que nelles principia; está também na sua influência para a divulgação em cada paiz dos trabalhos feitos nos outros, animando assim os auctores, pelo augmento do circulo dos apreciadores das suas descobertas e dos leitores das suas obras; está, enfim, nos programas e

²⁵⁵ Infelizmente, podemos citar apenas alguns nomes: Gomes Teixeira, F. M. da Costa Lobo, Joaquim Fontes (especialista no período paleolítico), A. A. Esteves Mendes Correia (especialista de Antropologia), A. Pereira Nobre (especialista de Zoologia), M. Mariano Potó (especialista de Biologia), J. Ferrer (químico), P. Garcia Faria (especialista de Ciências Naturais), A. Ferreira de Lacerda (especialista de Ciências Históricas e Filológicas).

combinações que nestes congressos se estabelecem para o estudo de questões em que é necessária, ou pelo menos conveniente, a colaboração de sábios que vivem em lugares distantes ou mesmo em países diferentes. Os congressos são o meio eficaz para evitar o isolamento do sábio, tão desagradável para elle por ser contrário á tendência comunicativa do espirito humano, e também, quando são internacionaes, para combater o isolamento prejudicial da sciencia de um paiz no meio da sciencia dos outros. (...) (Teixeira, 1917).

A proposta foi concretizada com a realização conjunta do VIII Congresso Espanhol com o I Congresso Português, que teve lugar na cidade do Porto, de 26 de junho a 1 de julho de 1921, sob os auspícios da universidade de que Gomes Teixeira era Reitor.

De acordo com informação recolhida nos *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto* (Vol. XIV, 1920), sobre a preparação do I Congresso Português para o Progresso das Ciências, integravam a Comissão Executiva do Congresso: F. Gomes Teixeira (Presidente), Luís Woodhouse, Aarão de Lacerda, Francisco Xavier Esteves, Bento Carqueja, Joaquim Augusto Pires de Lima, João Evangelista Gomes Ribeiro, Alvaro Machado, António Augusto Mendes Correia, José Pereira Salgado (1º Secretário), Aníbal Gomes de Carvalho (2º Secretário).

A Comissão da 1ª e 2ª Secções (Sciências Exatas e Astronomia) era composta por: Luís Woodhouse (Presidente), José Alves Bonifácio, José Pedro Teixeira, João Crisóstomo de Oliveira Ramos, António Ferreira Loureiro, Rodrigo Beires, Aníbal Gomes de Carvalho (Secretário). De acordo com as atas do Congresso (Atas, 1925), para além de Gomes Teixeira, apresentaram trabalhos nestas secções os matemáticos portugueses: P. José da Cunha, P. de Amorim, F. de Vasconcelos, C. E. Álvares Pereira, J. Pedro Teixeira e L. Woodhouse.

A partir de 1921 os Congressos Luso-Espanhóis passaram a realizar-se com periodicidade bienal, tendo lugar, alternadamente, em cidades universitárias espanholas e portuguesas. A tradição foi mantida, com algumas exceções devidas a motivos de força maior (como convulsões políticas em ambos os países), até 1979, data que corresponde ao XXXIII Congresso Espanhol (García Sierra, 1993).

7.5 Participação nos Congressos Internacionais de Matemáticos

O *Congresso Internacional de Matemáticos*²⁵⁶ (ICM)) é ainda hoje o encontro mais importante para os matemáticos de todo o mundo. Desde 1920, este congresso é organizado quadrienalmente pela *União Internacional de Matemática*²⁵⁷ (IMU).

Como já foi referido, o primeiro *Congresso Internacional de Matemáticos* ocorreu em 1897 em Zurique, contando com a presença de mais de 200 participantes. Neste congresso foram apresentados como principais temas a Teoria dos Conjuntos, a Teoria das Funções Analíticas, a Análise Funcional, a Lógica Matemática, a Teoria das Funções de Variável Complexa e a Teoria dos Grupos²⁵⁸. O representante de Portugal no *Congresso* foi Jorge Frederico de Avillez (Visconde de Reguengo) (1848-1908). Apesar de Gomes Teixeira não se ter deslocado a Zurique, colaborou na publicitação do congresso na Península Ibérica, a pedido dos organizadores²⁵⁹.

O segundo *Congresso* ocorreu em 1900, em Paris. A participação de cada país foi a seguinte: França, 90 participantes; Alemanha, 25; Estados Unidos de América, 17; Itália, 15; Bélgica, 13 pessoas; Rússia, 9 pessoas; Áustria, 8 pessoas; Suíça, 8 pessoas; Reino Unido, 7; Suécia, 7; Dinamarca, 4; Holanda 3; Espanha, 3; Roménia, 3; Sérvia, 2; Portugal, 2; América do Sul, 4; Turquia, Grécia, Noruega, Canada, Japão e México, um participante de cada país. No total estavam presentes 226 cientistas. O presidente deste congresso era H. Poincaré e o presidente honorário era Ch. Hermite, que não estava presente neste congresso, (Aleksandrov & Demidov, 1969). Os dois participantes portugueses foram Rudolfo Guimarães e Antonio Cabreira²⁶⁰.

O terceiro *Congresso* ocorreu em Heidelberg, em 1904. Apesar de Hensel e Gutzmer terem exprimido o desejo de encontrar Gomes Teixeira neste congresso²⁶¹, não encontramos qualquer referência à sua deslocação a Heidelberg. Neste congresso foi

²⁵⁶ Em inglês: *International Congress of Mathematicians* (ICM).

²⁵⁷ Em inglês: *International Mathematical Union* (IMU).

²⁵⁸ <http://www.mathunion.org/ICM/>, ICM 1897.

²⁵⁹ Ver Anexo B, p. 402.

²⁶⁰ António Cabreira (1868-1953) - professor de Escola Polytechnica de Lisboa, sócio correspondente da Academia Real de Ciências de Lisboa.

²⁶¹ Ver cartas nº 385 e 390 no Anexo B, pp. 403 - 405.

organizada uma secção própria dedicada à de história de matemática, que mereceu um lugar de destaque.

O quarto *Congresso Internacional de Matemáticos* ocorreu em Roma, em 1908. Este congresso deu particular relevância aos temas ligados com o futuro de matemática e, em especial, com o ensino desta disciplina. H. Poincaré proferiu uma famosa comunicação intitulada *O futuro da Matemática*. Além disso, foi tomada a importante resolução da criação de uma comissão internacional para o ensino da matemática (ICMI - *International Commission on Mathematical Instruction*), (Fauvel & van Maanen, 2000). Faziam parte desta comissão representantes da Inglaterra, Alemanha e Suíça. O seu objetivo principal era garantir uma melhor qualidade na educação matemática em todos os níveis de ensino (Zweng, 1983). É de notar que a ICMI mantém ainda hoje a sua importante atividade, tendo o matemático português Jaime Carvalho e Silva, da Universidade de Coimbra, sido seu Secretário Geral entre 2008 e 2012.

O quinto *Congresso Internacional de Matemáticos* ocorreu em Cambridge, em 1912 e merece-nos especial destaque devido à participação ativa de Gomes Teixeira, tendo integrado o seu *Comité Internacional* a convite do secretário da comissão organizadora. Para além de Gomes Teixeira, esteve presente J. A. Bonifácio²⁶², também da recentemente formada Universidade do Porto.

²⁶² José Alves Bonifácio (1860 - 1943) - professor universitário e político português.

INTERNATIONAL COMMITTEE	
Appell, P.	Levi-Civita, T.
Baker, H. F.	Liapounov, A. M.
Bendixson, I. O.	Lindelöf, E.
Bjerknes, V.	Lindemann, F.
Blaserna, P.	Lorentz, H. A.
Böcher, M.	Love, A. E. H.
Burkhardt, H.	Macdonald, H. M.
Castelnuovo, G.	Mittag-Leffler, G.
Darboux, G.	Moore, E. H.
Darwin, G. H.	Moulton, F. R.
Dini, U.	Painlevé, P.
Enriques, F.	Peirce, B. Osgood
Fejér, L.	Picard, E.
Fields, J. C.	Pierpont, J.
Forsyth, A. R.	Poussin, C. de la Vallée
Galdeano, Z. G.]	Rayleigh (Lord)
Galitzin, Prince B.	Schmidt, E.
Geiser, C. F.	Segre, C.
Hensel, K.	Stéphanos, C.
Hilbert, D.	Teixeira, F. G.
Hill, M. J. M.	Volterra, V.
Hobson, E. W.	Weber, H.
Kikuchi (Baron)	Webster, A. G.
Klein, F.	Whittaker, E. T.
König, J.	Wirtinger, W.
Lamb, H.	Zeuthen, H. G.
Larmor, J.	

Ilustração 85 - Lista do *Comité Internacional* do Quinto Congresso Internacional de Matemáticos com a participação do Gomes Teixeira (ICM, 1913).

A primeira guerra mundial interrompeu por alguns anos o percurso e o progresso natural da vida matemática. Ainda antes do final da guerra, em 1918, os aliados decidiram formar um organismo científico internacional, o *International Research Council* (IRC), em substituição da Associação Internacional das Academias Científicas, com a finalidade de estabelecer uma nova cooperação internacional em todos os domínios da ciência. Na sua reunião de julho de 1919, em Bruxelas, o IRC fomentou a criação de diferentes uniões científicas, entre as quais se contava a *União Internacional de Matemática* (IMU). A primeira Assembleia Geral da IMU, onde foram aprovados os seus estatutos e constituída a sua primeira direção, liderada pelo matemático belga Ch. de la Vallée Poussin, teve lugar a 20 de setembro de 1920, contando apenas com a presença dos países aliados. O representante de Portugal era Francisco da Costa Lobo, diretor do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, uma vez que era também presidente do Instituto de Coimbra, reconhecido como academia pela Associação Internacional das Academias Científicas (IAA), (Ramos & Malonek, 2005). É de salientar que, como veremos no que se segue, Costa Lobo sempre agiu em consonância com os ideais de

internacionalização de Gomes Teixeira, por quem nutria uma profunda admiração. Embora Gomes Teixeira, já de idade avançada, não tivesse uma participação ativa, o seu contributo constituiu um substrato valioso para as ações de Costa Lobo.

No sexto *Congresso Internacional de Matemáticos*, que decorreu em Estrasburgo dois dias após a primeira Assembleia Geral da IMU, apenas os matemáticos dos países aliados estiveram presentes. Neste congresso Portugal não foi representado por Gomes Teixeira, mas sim por Costa Lobo, atendendo ao papel deste último no seio da IMU. Neste congresso Costa Lobo apresentou o seu trabalho *Sur la courbe décrite par le pôle sur la surface de la terre* (Costa Lobo, 1921). Para além de Costa Lobo, participaram no congresso A. dos Santos Lucas²⁶³ e F. de Vasconcelos²⁶⁴.

Como já foi referido no Capítulo 2, no congresso seguinte, que decorreu em Toronto, em 1924, apesar de ter recebido o convite e os subsídios necessários para a sua participação, Gomes Teixeira, então com 73 anos de idade, não pôde participar por razões de saúde (“O Jornal de Notícias” de 12 de Abril de 1924).

Neste congresso, Portugal foi uma vez mais representado por Costa Lobo, juntamente com F. de Vasconcelos e A. Ramos da Costa²⁶⁵.

Na sequência dos contactos estabelecidos com matemáticos estrangeiros aquando da sua participação nos congressos de Estrasburgo e de Toronto, Costa Lobo tomou a iniciativa de propor a nomeação de algumas destas personalidades como sócios correspondentes estrangeiros do Instituto de Coimbra (Kharlamova & Malonek, 2004).

A atividade levada a cabo pelo Presidente do Instituto de Coimbra, durante a terceira década do século XX, e o seu empenho para o convite de estrangeiros como sócios do Instituto representou uma mudança no meio matemático português. Apesar do inegável empenho e mérito de Costa Lobo, o sucesso das suas iniciativas não teria sido possível sem o contributo prévio de Gomes Teixeira no estabelecimento de ligações com a comunidade matemática internacional.

²⁶³ António dos Santos Lucas (1866 - 1939) - professor na Escola Politécnica de Lisboa e na Faculdade de Ciências de Lisboa.

²⁶⁴ Fernando de Almeida Loureiro e Vasconcelos (1874-1944) - professor catedrático no Instituto Superior de Agronomia.

²⁶⁵ Augusto Ramos da Costa (1865 - 1939) - vice-almirante engenheiro hidrógrafo. Lente de Astronomia e Navegação da Escola Naval.

7.6 O apreço de organizações internacionais por Gomes Teixeira: dois exemplos documentados

7.6.1 Contextualização

Como vimos anteriormente, Gomes Teixeira teve um papel de relevo no seio da comunidade matemática internacional da sua época. Para além de atividades como o trabalho editorial no seu *Jornal* e nos *Annaes*, juntamente com a sua colaboração em grandes projetos bibliográficos internacionais, como o *Jahrbuch* e o *Répertoire*, o seu papel como matemático era reconhecido mundialmente.

Muitas revistas estrangeiras publicaram os seus artigos, sendo de realçar que alguns dos seus trabalhos continuaram a ser reeditados até aos nossos dias (Alves, 2004). Incluímos no Anexo A uma tabela contendo todas as publicações de Gomes Teixeira em revistas/editoras estrangeiras.

Uma vez que começou a interessar-se pela investigação ainda enquanto estudante, Gomes Teixeira publicou desde muito cedo trabalhos em revistas internacionais. O seu primeiro artigo publicado fora de Portugal intitulava-se *Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles* e surgiu em 1878 na revista *Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux*. Mas dois anos antes desta publicação, em 1876, já o trabalho do Gomes Teixeira *Sobre o emprego dos eixos coordenados obliquos na Mecanica analytica*, publicado em Coimbra, tinha sido referenciado no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*.

Desta forma o mundo científico foi conhecendo, pouco a pouco, o nome do jovem matemático português, e, através dele, Portugal. As atividades posteriores de Gomes Teixeira, tanto no plano organizacional como no plano científico contribuíram para a criação da sua fama como o matemático mais importante do seu tempo na Península Ibérica. Este reconhecimento traduziu-se frequentemente na atribuição de honras e distinções dentro e fora de Portugal.

Entre estas contam-se a sua eleição com membro de diversas academias científicas, distinção ainda hoje apenas reservada aos investigadores de mais alto nível. De facto, segundo uma das suas fontes biográficas mais completas, (Vilhena, 1936), também usada

em (Alves, 2004), Gomes Teixeira foi membro de uma grande número de academias e sociedades.

Nas listagens que se seguem, apresentamos algumas dessas instituições mais importantes, indicando o tipo de vínculo, bem como as datas de eleição.

Academias:

- Academia Real das Sciencias de Lisboa (sócio correspondente – 1876, sócio efectivo - 1907);
- Real Academia de Ciencias de Madrid (académico correspondente estrangeiro - 1889);
- Königliche böhmische Gesellschaft der Wissenschaften²⁶⁶ (Sociedade Real das Ciências de Boémia) (membro correspondente - 1891, membro externo - 1911);
- Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher (Academia Imperial Alemã Leopoldino-Carolina de Cientistas da Natureza) (membro 1906);
- Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei (sócio correspondente – 1910; sócio ordinário - 1917);
- Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona (sócio correspondente - 1914).

Academias de carácter local:

- Instituto de Coimbra (sócio – 1878; sócio honorário: 1897);
- Société Royale des Sciences de Liège (membro 1883);
- Sociedade António Alzate, no México (data de eleição desconhecida);
- Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux (data de eleição desconhecida);
- Société Impériale des Sciences naturelles de Cherbourg (data de eleição desconhecida);
- Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles (data de eleição desconhecida)

²⁶⁶ Designação da academia checa *Královská česká společnost nauk* (Real Academia das Ciências Checa), fundada em 1784, durante o domínio austro-húngaro.

Sociedades Matemáticas:

- Circolo Matematico di Palermo (sócio -1906)
- Sociedade Matemática de Kharkov (membro correspondente - 1908)
- Sociedade Matemática de Moscovo (Sócio efectivo - 1911).

Tendo em vista ilustrar o processo de eleição para uma academia, naquela época, neste capítulo dedicaremos especial atenção à admissão de Gomes Teixeira como membro da Academia *Leopoldina* e como sócio do *Circolo Matematico di Palermo*. Na Secção 8.2.1, sobre as relações de Gomes Teixeira com a Rússia, apresentamos mais detalhes sobre sua integração como membro de sociedades matemáticas russas. Serão utilizadas como fontes as cartas do Anexo B (pp. 460 – 470), existentes no Arquivo da Universidade de Coimbra, bem como alguns documentos, até agora desconhecidos, por nós encontrados nos arquivos das instituições estrangeiras, na Alemanha e em Itália. Em nosso entender, a utilização destas últimas fontes permite conhecer mais pormenorizadamente os trâmites dos processos em questão.

7.6.2 O processo de eleição como membro da Academia Leopoldina

A Academia Leopoldina foi fundada em 1652 com a designação de *Academia Naturae Curiosorum*, oito anos antes da criação da *Royal Society of London* e catorze anos antes da criação da *Académie des Sciences de Paris*. Os imperadores Leopoldo I, em 1677 e 1687, e Carlos VII, em 1742, concederam especial proteção a esta academia, que por isso foi vendo o seu nome sucessivamente alterado de modo a incluir os nomes dos seus protetores. No início do século XX, a academia designava-se *Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher* (Academia Imperial Alemã Leopoldina-Carolina de Cientistas da Natureza). A partir de 1956, passou a designar-se *Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina*, tendo sido recentemente promovida a academia nacional das

ciências alemã, sob o nome de *Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina – Nationale Akademie der Wissenschaften*, em 2008. Durante a sua existência, a sede da Academia Leopoldina foi variando de acordo com o local de residência do seu presidente, mas, a partir de 1878, radicou-se definitivamente em Halle an der Saale. É a mais antiga academia de ciências, com existência ininterrupta, em todo o mundo.

Desde a sua fundação, admitiu como membros cerca de sete mil cientistas, entre os quais se incluem Alexander von Humboldt, C. Bosch, Celsius, Marie Curie, Darwin, Einstein, Goethe, Herschel, G. Hertz, Linné, K. Lorenz e M. Planck. É também expressivo o número de Prémios Nobel, 167, que integraram a Leopoldina ao longo dos tempos, (Hacker, 2012).

Atualmente esta academia conta com 1350 membros, entre os quais 30 Prémios Nobel. A eleição como membro da Academia Leopoldina é uma das maiores honras académicas concedida na Alemanha. É de salientar que Jacob Palis, do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), no Rio de Janeiro, Presidente da IMU de 1999 a 2002, foi eleito membro da Leopoldina em 2010.

A eleição de Gomes Teixeira como membro da Academia Leopoldina, representa, sem dúvida, um grande marco no seu reconhecimento a nível internacional. Conseguimos traçar este processo quase na sua totalidade, usando documentos do arquivo da Universidade de Coimbra juntamente com documentos encontrados no arquivo da Academia Leopoldina.

Salientamos o facto de Georg Cantor se encontrar entre os proponentes desta eleição, como mostra a carta datada de 21 de maio de 1906, reproduzida na Ilustração 86, que desencadeou todo o processo:

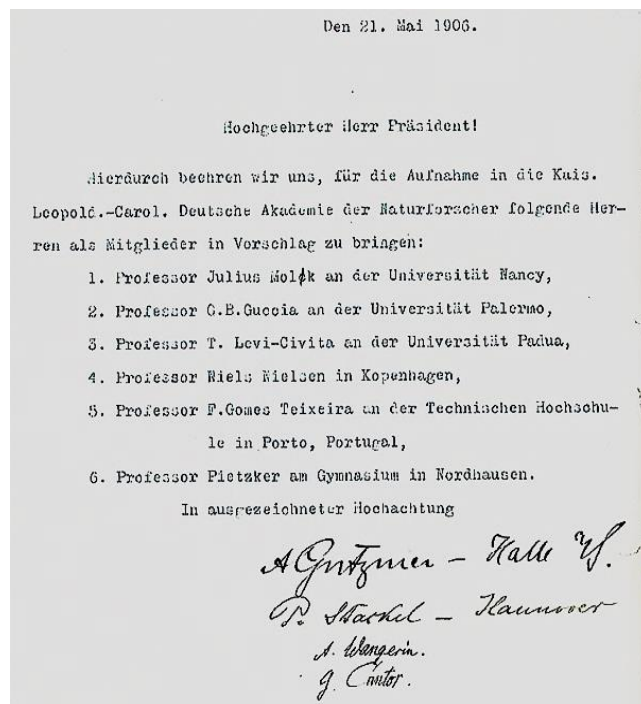


Ilustração 86 – Carta assinada por Gutzmer, Stäckel, Wangerin e Cantor a propor, entre outros, Gomes Teixeira como membro da Academia Leopoldina.

Tradução para o português:

21 de Maio 1906

Prezado Senhor Presidente!

Temos a honra de, por este meio, apresentar a proposta de eleição dos seguintes Senhores como membros da Academia Imperial Alemã Leopoldino-Carolina de Cientistas da Natureza:

1. Professor Julius Molk na Universidade de Nancy,
2. Professor G. B. Guccia na Universidade de Palermo,
3. Professor T. Levi-Civita na Universidade de Pádua,
4. Professor Niels Nielsen em Copenhaga,
5. Professor F. Gomes Teixeira na Escola Superior Técnica de Porto,
6. Professor Pietzker no colégio em Nordhausen.

Com a mais alta consideração

A. Gutzmer - Halle S.

P. Stäckel - Hannover

A. Wangerin

G. Cantor

Esta carta foi também assinada pelo próprio recém-eleito presidente da academia, o matemático Albert Wangerin²⁶⁷, que em junho do mesmo ano, após pouco mais de um mês, comunicou a Gomes Teixeira a aceitação da proposta, conforme se pode ver na Ilustração 87.

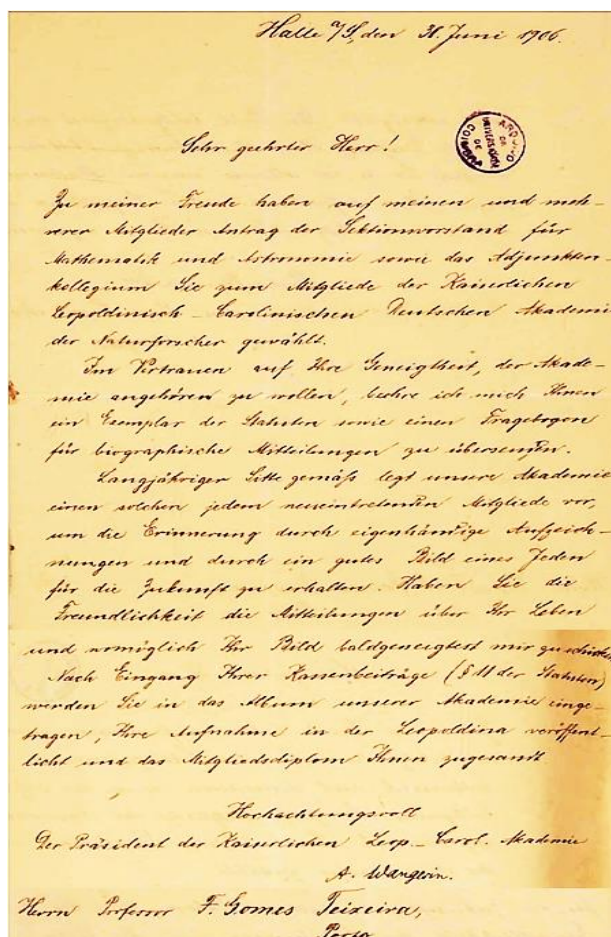


Ilustração 87 - Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Imperial das Ciências de Halle, comunicando a eleição de Gomes Teixeira como sócio correspondente.

Tradução para o português:

Halle ^a/S., 30 de Junho de 1906

Prezado Senhor

²⁶⁷ Albert Wangerin (1844 — 1933) - matemático alemão; discípulo de Eduard Heine e Carl Neumann; trabalhou sobre a teoria clássica do potencial; foi presidente da Academia Leopoldina de 1906 a 1921.

Para minha grande satisfação, sob proposta minha e de vários outros membros, a Direção da Secção de Matemática e Astronomia bem como o Colégio de Adjuntos, elegeram-no como membro da Academia Imperial Alemã Leopoldina – Carolina de Cientistas da Natureza.

Confiante na sua concordância em pertencer à Academia, tenho a honra de lhe enviar um exemplar dos estatutos e um formulário para preenchimento de informação biográfica.

De acordo com uma norma de há longa data, a nossa Academia publica notas autobiográficas e uma boa fotografia de cada novo membro, para memória futura.

Agradeça-lhe a amabilidade de me enviar esta informação sobre a sua vida e, se possível, a sua fotografia, com a maior brevidade de acordo com as suas conveniências.

Após a entrada da sua contribuição pecuniária (§ 11 dos estatutos), será incluído no álbum da nossa Academia, a sua admissão na Leopoldina será tornada publica e ser-lhe-á concedido o diploma de membro.

Como a mais elevada consideração

O Presidente da Academia Imperial Leop. Carol.

A. Wangerin

Ao Senhor Prof. F. Gomes Teixeira (Porto).

As informações biográficas solicitadas pelo Presidente da Leopoldina, foram fornecidas por Gomes Teixeira através do preenchimento do formulário reproduzido nas ilustrações do anexo B (pp. 464 – 466).

A tradução integral deste documento é a seguinte:

Informações biográficas

que a Academia Imperial Alemã Leopoldino-Carolina de Cientistas da Natureza

Segundo a § 7 dos estatutos

solicita aos membros recém-admitidos para efeitos de registo no arquivo.

1. Qual o nome completa? (salientar o apelido)
Francisco Gomes Teixeira
2. Dia e local de nascimento?
S. Cosmado (Portugal), 28 Janeiro, 1851
3. Nome completo e posição do seu pai

Manuel Gomes Teixeira

4. Nome da mãe

Maria Magdalena Machado

5. Onde obteve a sua formação pré-universitária?

*Doutor em Matemática pela Universidade de Coimbra*²⁶⁸

6. Quis universidades ou instituições de ensino superior frequentou e em que períodos?

Estudei na Universidade de Coimbra

7. Onde e quando obteve o seu doutoramento?

*Professor extraordinário na Universidade de Coimbra em 1877, professor ordinário na mesma Universidade em 1880, professor na Academia Polytechnica do Porto em 1884, diretor da mesma Academia em 1886*²⁶⁹.

8. Que posições ocupou no passado e em que data, quais as viagens de maior importância que realizou, que outros eventos da sua vida deseja acrescentar às suas informações biográficas? *(Sem resposta)*

9. Quais são as posições que ocupa atualmente, os seus títulos e o seu endereço exato?

Diretor e Professor da Academia Polytechnica do Porto, Membro da Academia das Ciências de Lisboa, Membro da Academia das Ciências de Madrid, das Societdades de Ciências de Liège, Praga, Ch...[ilegível]²⁷⁰], Bordeus, etc.

10. Quer dar à Academia o prazer de nos enviar a sua fotografia ou uma outra imagem sua?

Envio-vos uma fotografia.

11. Em que secção (Estatutos § 13) gostaria de entrar?

Matemática

12. Quais são as suas obras publicadas?

Curso de Analyse Infinitesimal (trois volumes), obra premiada pela Academia de Ciências de Lisboa com o prémio D. Luis I. Tratado de las curvas especiales notables, obra premiada pela Academia de Ciências de Madrid. Diversas memórias et notas reunidas numa edição intitulada Obras sobre Mathematica, publicada pelo Governo português.

13. Quer ter a amabilidade de enviar para a biblioteca da Academia (Estatuto §2) as obras acima mencionadas e demais publicações?

Já enviei à Academia o Volume I das Obras sobre Math.; se ele não tiver sido recebido

²⁶⁸ Gomes Teixeira, provavelmente por um lapso na interpretação, não respondeu à pergunta colocada.

²⁶⁹ Mais uma vez, Gomes Teixeira não respondeu à pergunta colocada, provavelmente por ter interpretado “promovirt” como “ter obtido uma promoção na carreira” em vez de “obter o doutoramento”.

²⁷⁰ Pensamos que se trata da Academia de Ciências de Cherburgo.

enviarei outro exemplar. Os outros volumes serão enviados em breve. Envio agora o Tratado de las curvas notables.

14. Deseja pagar a joia de entrada (Estatutos § 8) e os contributos anuais (§ 8.1) em dinheiro ou (§11 sub 2) através de trabalhos científicos (tendo em conta os honorários atribuídos aos artigos na Leopoldina)?

Em troca das contribuições, dou os Annaes da Academia Polytechnica, que foram publicados sob a minha direção.

15. Prefere pagar a contribuição anual (6 Rmk. - Reichsmark) de forma anual ou através de um pagamento único de dez vezes este valor (60 Rmk)? (§ 8. 4 Esta última hipótese é a preferida pela Academia.) A Academia enviar-lhe-á a Leopoldina²⁷¹.

(Sem resposta)

16. Deseja receber também a "Nova Acta"? (§ 8.7 juntamente com o contributo anual isto perfaz 30 Reichsmark; para a Nova Acta e o contributo anual, o valor do pagamento único é de 300 Rmk.)

(Sem resposta)

17. Solicitamos-lhe o favor de endereçar os correspondentes envios à Presidência da Academia.

Lugar:

Data:

Nome:

Porto,

20 de Outubro de 1906

F. Gomes Teixeira

Apenas dez dias após o envio deste formulário, o Presidente da Academia Leopoldina responde com a carta reproduzida na Ilustração 88, acompanhada do respetivo diploma de membro (Ilustração 89).

²⁷¹ Revista da Academia Leopoldina

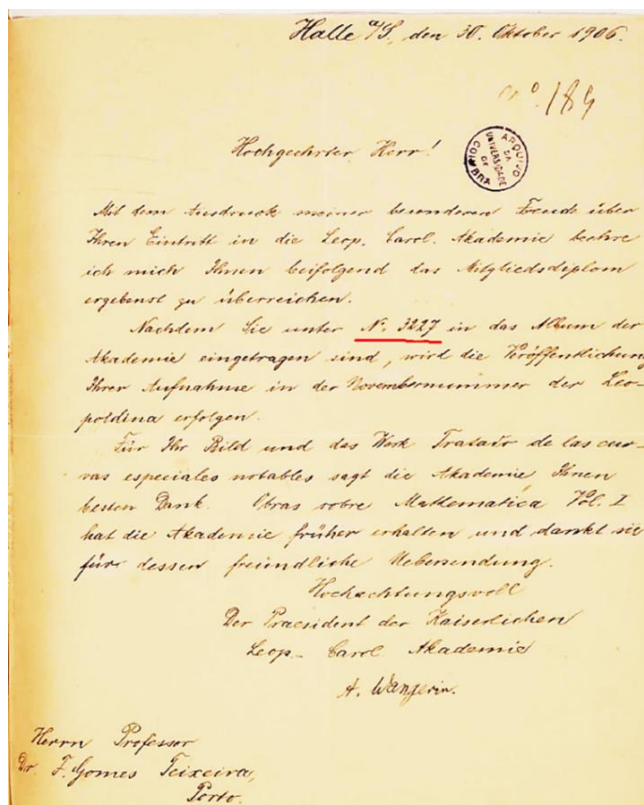


Ilustração 88 - Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Leopoldina, a propósito do envio a Gomes Teixeira do respetivo diploma de membro.

Tradução para o português:

Halle a/S., 30 de Outubro de 1906

Excelentíssimo Senhor

Expressando a minha particular satisfação pela entrada de V. Ex^a na Academia Leop. Carol., tenho a honra de lhe enviar o respetivo diploma de membro.

Depois de efetuado o seu registo, com o N^o 3227, no álbum da Academia, a sua admissão será anunciado no número de novembro da Leopoldina.

A Academia agradece-lhe pelo envio da sua fotografia, bem como da obra *Tratado de las curvas especiales notable*. A Academia já recebeu anteriormente as Obras sobre Mathematica Vol. 1, cujo amável envio agradece.

Como a mais elevada consideração

O Presidente da Academia Imperial Leop. - Carol.

A. Wangerin

Ao Senhor Prof. Dr. F. Gomes Teixeira. Porto

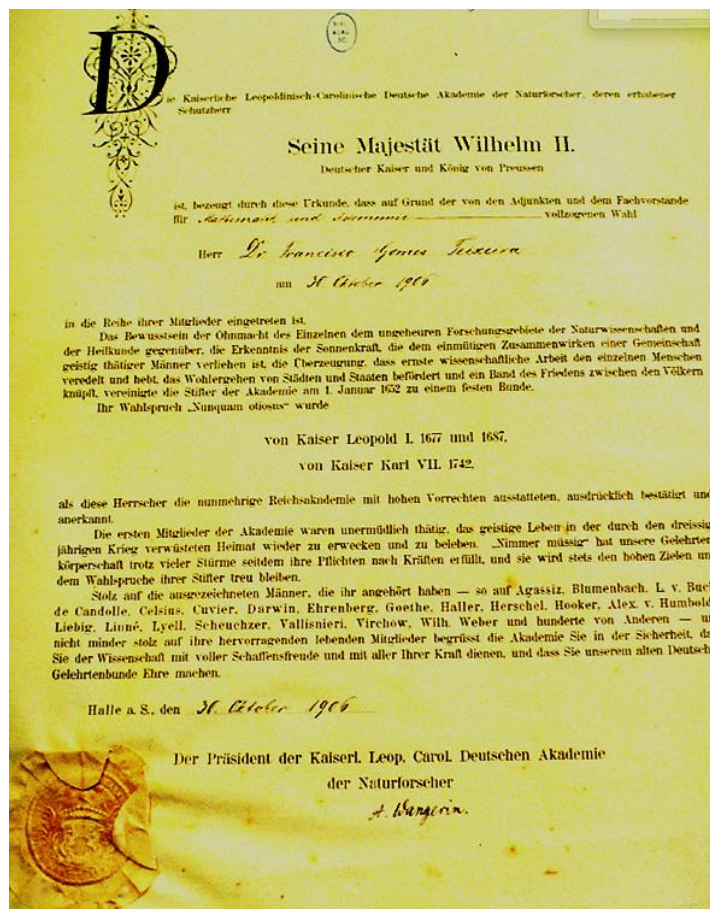


Ilustração 89 – Diploma de membro da Academia Leopoldina concedido a Gomes Teixeira. Gentileza do Arquivo da Universidade de Coimbra.

Apresentamos a seguir a tradução do conteúdo deste diploma, uma vez que ele contém menções interessantes sobre a natureza e objetivos da Academia Leopoldina.

Tradução para o português:

A Academia Imperial Alemã Leopoldino-Carolina de Cientistas da Natureza, cujo magnífico protetor é

Sua Majestade Guilherme II

Imperador Alemão e Rei da Prússia

comprova com este diploma, que, com base na eleição realizada pelos Adjuntos e pelo Conselho da Secção de *Matemática e Astronomia*,

o Senhor Dr. *Francisco Gomes Teixeira*

em 30 de Outubro de 1906

entrou para o conjunto dos seus membros.

A consciência da impotência do indivíduo face à grandeza das áreas de investigação das ciências naturais e da medicina, o reconhecimento da energia solar que emana da cooperação unânime de uma comunidade de homens mentalmente ativos, a convicção que o trabalho científico sério enobrece o indivíduo e promove o bem estar de cidades e estados, criando um vínculo de paz entre os povos, reuniu os fundadores da Academia, em 1 de Janeiro de 1652, numa aliança permanente.

Seu lema "Nunquam otiosus" foi expressivamente confirmado e reconhecido

pelo **Imperador Leopoldo I em 1677 e 1687,**

pelo **Imperador Carlos VII em 1742,**

quando esses governantes concederam altos privilégios à atual Academia Imperial.

Os primeiros membros da Academia trabalharam incansavelmente para despertar e reviver a vida espiritual na pátria devastada pela Guerra dos Trinta Anos. "Nunca ociosa", e apesar de muitas tempestades, a nossa comunidade académica cumpriu as suas obrigações com todas as forças, e vai sempre manter-se fiel às aspirações e ao lema dos seus fundadores.

Orgulhosa dos homens ilustres que pertenciam a ela - como Agassiz, Blumenbach, L. v Buch, de Candolle, C, Cuvier, Darwin, Ehrenberg, Goethe, Haller, Herschel, Hooker, Alex. von Humboldt, Liebig, Linnaeus, Lyell, Scheuchzer, Vallisnieri, Virchow, Wilh. Weber e centenas de outros - e igualmente orgulhosa dos seus atuais destacados membros, a Academia recebe-o na certeza de que está cheio de entusiasmo criativo, servirá a ciência com todas as suas forças, e honrará a nossa velha liga alemã de estudiosos.

Halle a S. 30 Outubro 1906

O Presidente da Imperial Academia Alemã Leop. Carol, de Cientistas da Natureza

(Selo da Academia)

A. Wangerin

Em resposta ao envio do diploma, Gomes Teixeira escreveu a carta apresentada na Ilustração 90, cuja tradução se inclui a seguir.

Tradução da carta de Gomes Teixeira à Academia Leopoldina:

Porto, 11 de Novembro 1906

Caro Senhor

Estou encantado de possuir o diploma de membro da Academia de Halle que acabo de receber; tenho com efeito em grande apreço a honra de pertencer a esta ilustre sociedade.

Renovo-lhe os meus cordiais agradecimentos, assim como aos seus colegas.

Queira aceitar a expressão dos meus sentimentos de estima e da mais alta consideração.....F. Gomes Teixeira.

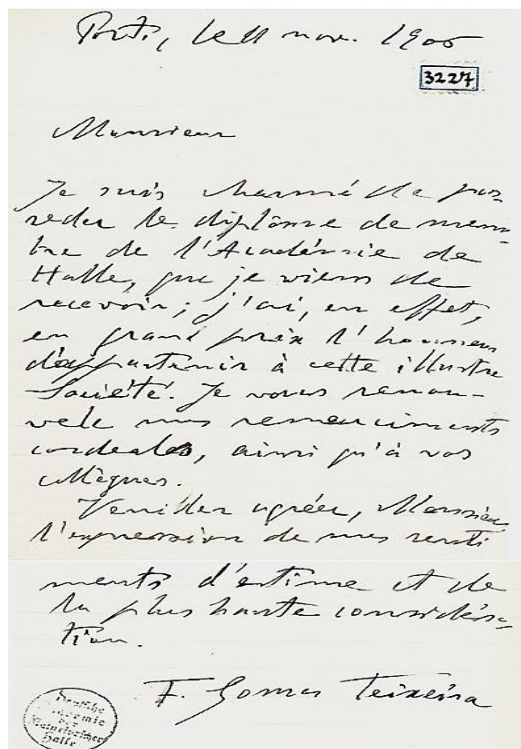


Ilustração 90 - Carta de Gomes Teixeira agradecendo o envio do diploma de membro da Academia Leopoldina. Gentileza do Arquivo da Academia Leopoldina.

Como se pode constatar, o processo de admissão durou apenas cerca de seis meses, desde a proposta inicial feita a 21 de maio até ao envio do diploma de membro a 30 de outubro de 1906.

Entre os matemáticos propostos juntamente com Gomes Teixeira para a Academia Leopoldina sobressaem os nomes de Levi-Civita e Giovanni Guccia, impulsor do Circolo Matematico di Palermo, ao qual Gomes Teixeira também pertenceu, como veremos na secção que se segue.

7.6.3 A admissão como membro do *Circolo Matematico di Palermo*

A admissão de Gomes Teixeira como membro do *Circolo Matematico di Palermo* constituiu mais uma expressão do seu reconhecimento a nível internacional. O *Circolo*, fundado por G. Guccia, começou a aceitar membros estrangeiros em 1888. Apesar da sua situação geográfica afastada dos mais importantes centros científicos italianos e europeus, graças aos esforços de Guccia, conseguiu atrair como membros quase todos os matemáticos notáveis da época e, em 1914, tornou-se a maior sociedade matemática internacional, contando com mais de 900 membros. Foi na revista *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, editada pelo *Circolo* sob a direção de Guccia, que foram publicados alguns dos trabalhos matemáticos mais importantes da primeira década do século XX, (Grattan-Guinness, 2000, p. 656).

Contrariamente ao que acontecia com as academias, a admissão ao *Circolo di Palermo* era feita, não por proposta de outros membros, mas mediante um pedido de adesão da autoria dos próprios interessados.

De acordo com a carta 1125, (Vilhena, 1936; Alves, 2004), arquivada na Universidade de Coimbra e reproduzida na Ilustração 91, Gomes Teixeira foi admitido como sócio do *Circolo* a 7 de Janeiro de 1906 (mas com efeito retroativo a partir de 1 de Janeiro), sob proposta do Gabinete da Presidência.

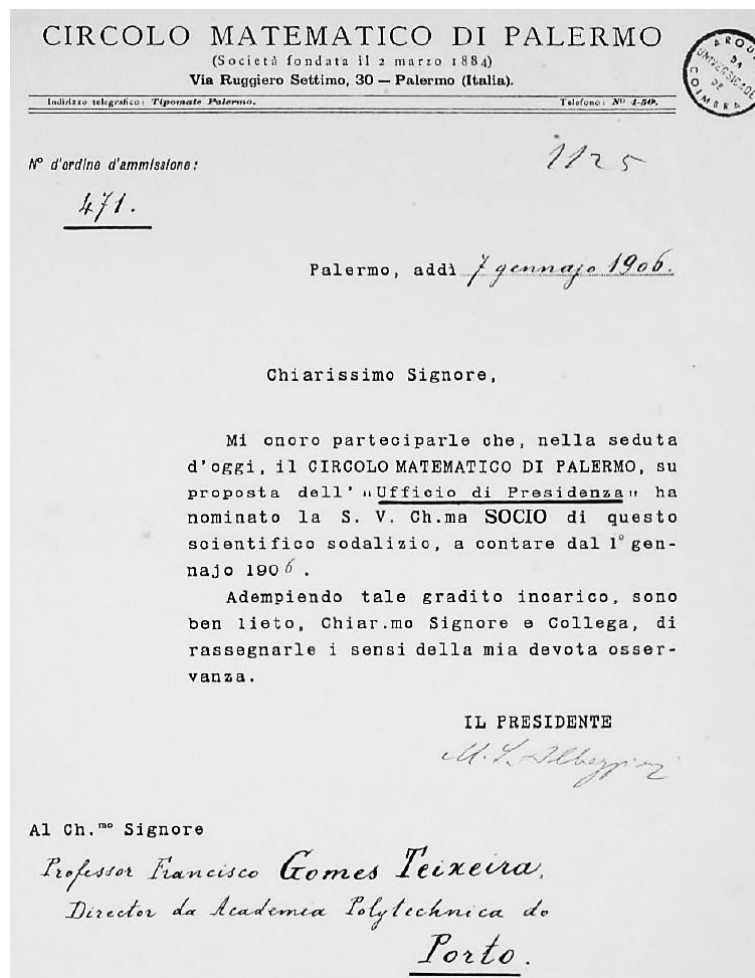


Ilustração 91 - Carta do Presidente M. Albeggiani comunicando a admissão de Gomes Teixeira como sócio do *Circolo Matemático di Palermo*.

Reproduzimos nas ilustrações 92, 93 e 94 o formulário de admissão preenchido por Gomes Teixeira, juntamente com a carta que escreveu a acompanhar o envio do formulário, documentos que nos foram facultados pelo próprio arquivo do *Circolo*, em Palermo.

CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO
(Società fondata il 2 marzo 1884)
30, via Ruggiero Settimo, Palermo (Italia).

Indirizzo telegrafico: *Pipomate Palermo* Telefono: N° 4-50.

SCHEDA D'AMMISSIONE
BULLETIN D'ADMISSION
ANMELDE-SCHEIN
ADMISSION FORM

Il sottoscritto chiede di far parte del: } **CIRCOLO**
Le soussigné demande à faire partie du: } **MATEMATICO**
Der Unterzeichnete bittet um Aufnahme in den: } **DI**
The undersigned requests admission to the: } **PALERMO**

DATA: } *28 dicembre 1905*
DATE: }
DATUM: }
DATE: }

FIRMA: } *F. Gomes Teixeira*
SIGNATURE: }
UNTERSCHRIFT: }
SIGNATURE: }

SOCI PROPONENTI 1): }
SOCIAIRES QUI PRÉSENTENT 2): }
VORSCHLAGENDE MITGLIEDER 3): } *[Signature]*
MEMBERS PROPOSING CANDIDATE 4): }

1) In mancanza di queste due firme (Art. 6 dello Statuto), provvederà l'Ufficio.
2) A défaut de ces deux signatures (Art. 6 des Statuts), il y sera pourvu par le Bureau.
3) Fehlen die beiden Unterschriften (Art. 6 der Statuten), so wird die Verwaltung sie ergänzen.
4) Should the candidate fail to supply two signatures (Art. 6 of the Constitution), the Committee will provide them.

Invitare la presente "SCHEDA D'AMMISSIONE", all'indirizzo:
Envoyer le présent "BULLETIN D'ADMISSION", à l'adresse:
Man bittet diesen "ANMELDE-SCHEIN", an folgende Adresse zu senden:
This "ADMISSION FORM", to be sent to:
Presidente del CIRCOLO MATEMATICO
30, via Ruggiero Settimo
PALERMO (Italia).

Ilustração 92 - Formulário de admissão de Gomes Teixeira no *Círculo Matemático di Palermo*.
Gentileza do Arquivo do *Círculo Matemático di Palermo*.

Per l'Elenco dei Soci ¹⁾):
 Pour la Liste des Membres ²⁾):
 Für das Mitglieder-Verzeichnis ³⁾):
 For the List of Members ⁴⁾):

COGNOME E NOME DI BATTESIMO: NOM ET PRÉNOM: RUF-UND FAMILIENNAME: SURNAME AND BAPTISMAL NAMES:	} Gomes Teixeira (Francisco)
LUOGO E DATA DI NASCITA: LIEU ET DATE DE NAISSANCE: ORT UND ZEIT DER GEBURT: PLACE AND DATE OF BIRTH:	} 28 janvier, 1854 S. Cosmado (Portugal)

TITOLI UNIVERSITARI, ACCADEMICI E PROFESSIONALI (ANTICHI E ATTUALI): TITRES UNIVERSITAIRES, ACADEMI- QUES ET PROFESSIONNELS (AN- CIENS ET ACTUELS): AKADEMISCHE UND BERUFSTITEL (GE- SCHAFTLICHE UND FÜHRE): UNIVERSITY DEGREES; ACADEMIC AND PROFESSIONAL TITLES (FOR- MER AND PRESENT):	} Directeur de l'Académie Polytechnique de Porto, ancien professeur à l'Uni- versité de Coimbra, membre de l'Acadé- mies des Sciences de Lisbon et Ma- drid, des Sociétés de Sciences de Liège, Prague, etc. Bordeaux, etc. } Director da Academia Polytechnica do Porto, antigo professor na Univer- sidade de Coimbra, socio das Academias de Lisboa e Madrid, das Sociedades das Sciencias de Liège, Praga, Bordeaux, etc.
---	--

INDIRIZZO: ADRESSE: ADRESSE: ADDRESS:	} Rue C. Cabral, 148 - Porto.
--	-------------------------------

1) Si prega di scrivere con chiarezza e senza omissioni in una delle lingue seguenti: italiana, spagnolo, francese, tedesco, inglese.
 2) Prière d'écrire très lisiblement et sans omission dans une des langues suivantes: italien, espagnol, français, allemand, anglais.
 3) Bitte auf deutsch (latein. Schrift), italienisch, spanisch, französisch, oder englisch ausfüllen, sehr deutlich schreiben und nichts auslassen.
 4) Please write legibly, without omissions, in one of the following languages: English, Italian, Spanish, French, or German.

Tipografia Matematica di Palermo, 7, via Villareale. (443.16000) 306-1905.

Ilustração 93 - Formulário de admissão de Gomes Teixeira no *Círculo Matemático di Palermo* (continuação). Gentileza do Arquivo do *Círculo Matemático di Palermo*.

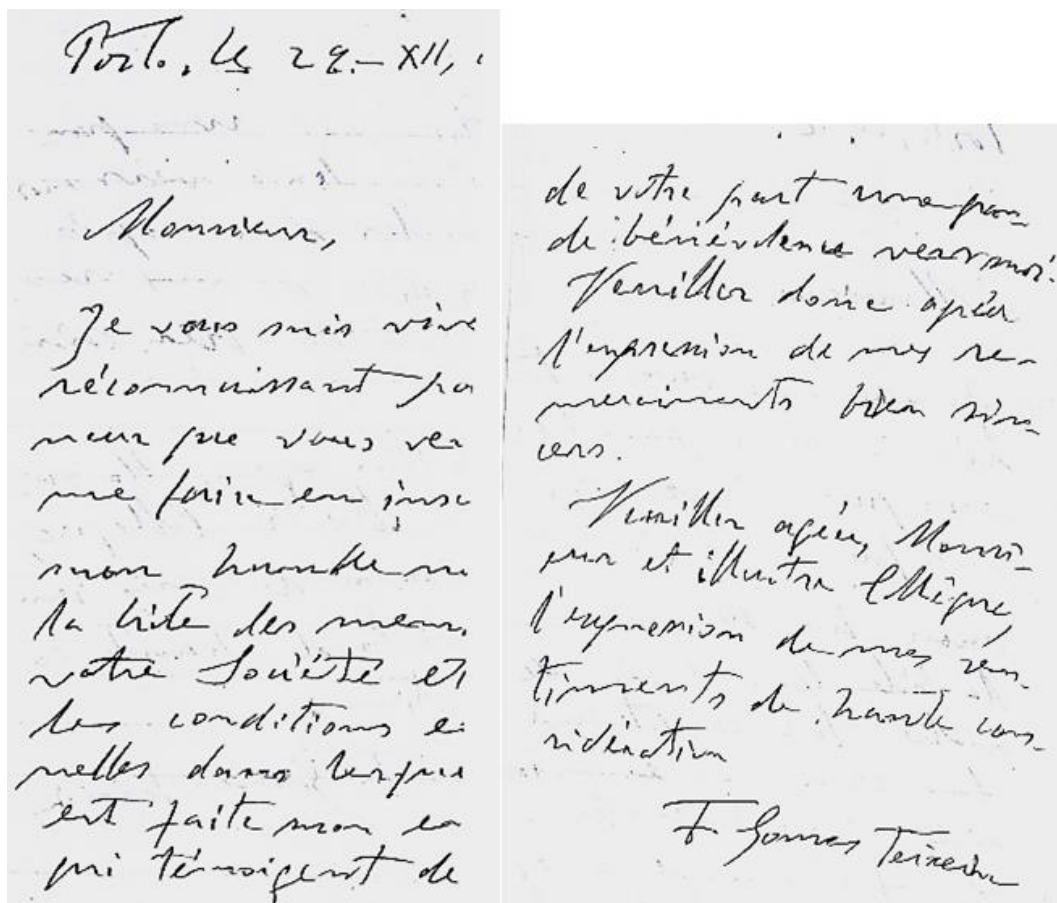


Ilustração 94 – Carta de agradecimento de Gomes Teixeira, que se encontra no arquivo do *Circolo Matematico di Palermo*. Gentileza do arquivo do *Circolo Matematico di Palermo*.

Tradução da carta:

Porto, 29 – XII ... (incompleto na cópia²⁷²)

Caro Senhor

Estou muito reconhecido pela honra que me foi concedida em juntar o meu humilde nome à lista de membros da vossa sociedade e as condições em que é feito. O que testemunha, da vossa parte, um profundo reconhecimento e consideração por mim.

Exprimo os meus mais sinceros agradecimentos.

Queira aceitar, caro Senhor e ilustre Colega, a expressão dos meus sentimentos de alta consideração.

F. Gomes Teixeira

²⁷² Embora não legível na cópia, o conteúdo desta carta indica que foi escrita no ano de 1905.

De acordo com o teor desta carta, tudo leva a crer que Gomes Teixeira não tenha tomado por si próprio a iniciativa de solicitar a admissão ao *Circolo*, mas tenha antes sido previamente contactado e convidado a apresentar o seu pedido de admissão, situação que constitui uma especial honra. Infelizmente não dispomos de documentação sobre este processo, embora se saiba que Gomes Teixeira tinha contactos com o *Circolo* já desde 1885, como comprova a carta 54, (Vilhena, 1936), incluída no Anexo B (p. 370).

A título de curiosidade, reproduzimos na ilustração 95, mais um documento encontrado arquivo de Palermo, contendo as correções, feitas pela mão de Gomes Teixeira, às provas tipográficas de uma sua curta biografia para a edição de 1928 do anuário do *Circolo*. (RCMP, 1928).

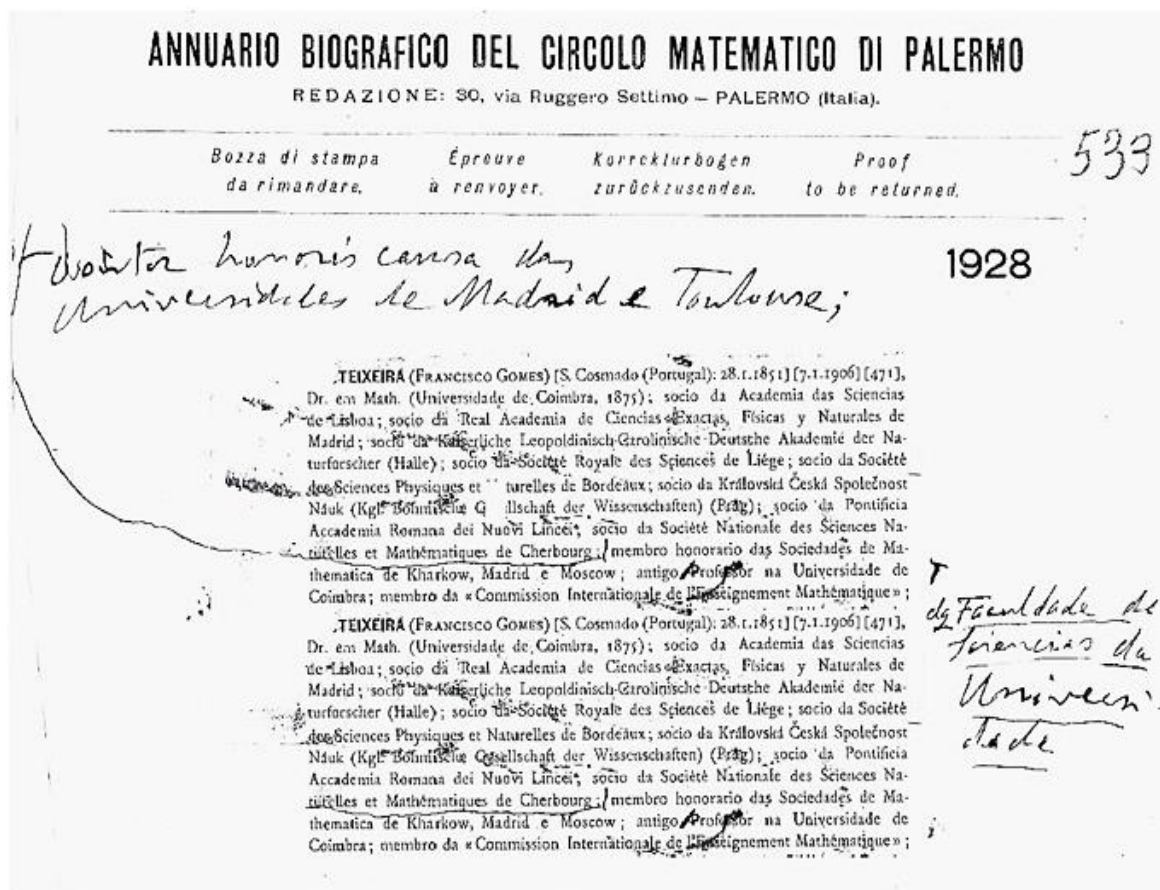


Ilustração 95 - Correção de Gomes Teixeira à prova tipográfica de uma sua biografia para o *Annuario Biografico del Circolo Matematico di Palermo*. Gentileza do Arquivo do *Circolo Matematico di Palermo*.

A ilustração 96 mostra a lista de membros do *Circolo* incluída nessa mesma edição do mesmo anuário, onde se pode ver o nome de Gomes Teixeira, como sócio número 471. É de notar que o número de sócio era atribuído por ordem de admissão desde a fundação do *Circolo* em 1884. Até 1928 tinham sido admitidos como membros 1512 matemáticos.

118 ANNUARIO BIOGRAFICO DEL CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO: 1928.		
347. Schoute (P.H.).	393. Gauthier-Villars (A.).	441. Bauer (G.N.).
1905	394. Veblen (O.).	442. Oseen (C.W.).
348. Boggio (T.).	395. Cantelli (F.P.).	443. Mason (M.).
349. Giampaglia (N.).	396. Papè-Lanza (S.).	444. Ena (S.).
350. Schur (F.).	397. Silla (L.).	445. Farkas (G.).
351. Siacci (F.).	398. Kneser (A.).	446. Lanza (G.).
352. Gordan (P.).	399. Darboux (G.).	447. Rothrock (D.A.).
353. Klein (F.).	400. Pringsheim (A.).	448. Prasad (G.).
354. Krazer (A.).	401. Stäckel (P.).	449. Leonardi (G.).
355. Mange (F.).	402. Study (E.).	450. Vassilas-Vitalis (J.).
356. Nielsen (N.).	403. Schumacher (R.).	451. Gavrilovitch (B.).
357. Zeuthen (H.G.).	404. Hočevar (E.).	452. Stoianovich (C.).
358. Adhémar (R. d').	405. Graefe (F.).	453. Di Dia (G.).
359. Alvarez Uda (J.G.).	406. Landau (E.).	454. Eisenhart (L.P.).
360. Caminati (P.).	407. Muth (P.).	455. See (T.J.J.).
361. Chini (M.).	408. Graf (J.H.).	456. Westlund (J.).
362. Dall'Acqua (F.A.).	409. Sturm (A.).	457. Padoa (A.).
363. D'Amico (F.).	410. Ovarza (E.).	1906
364. Fehr (H.).	411. Jensen (L.).	458. Tweedie (C.).
365. Ferrari (A.).	412. Schotten (H.).	459. Mancinelli (F.).
366. Guareschi (G.).	413. Ludwig (W.).	460. Maroni (A.).
367. König (G.).	414. Störmer (C.).	461. Brand (E.).
368. Königsberger (L.).	415. Keyser (C.J.).	462. Denizot (A.).
369. Laura (E.).	416. Landis (W.W.).	463. Metzler (W.H.).
370. Pannelli (M.).	417. Pollnac (C. de).	464. Cafori (F.).
371. Pensa (A.).	418. Petrovitch (S.).	465. Roe (E.D.).
372. Pompeiu (D.).	419. Bullard (W.G.).	466. Clariana y Ricart (L.).
373. Prym (F.).	420. Moore (C.L.E.).	467. Stasi (F.).
374. Repetto (G.).	421. Wilson (E.B.).	468. Nicoletti (O.).
375. Settimo di Fitalia (G.).	422. Sommerville (D.).	469. Bocchetta (G.).
376. Wirtinger (W.).	423. Wiman (A.).	470. Michel (P.).
377. Young (W.H.).	424. Falk (M.).	471. Teixeira (F. Gomes).
378. Forsyth (A.R.).	425. Sharpe (J.W.).	472. Vassura (G.).
379. Kohn (G.).	426. Frixell (A.B.).	473. Teofilato (P.).
380. Pisati (L.).	427. Joffe (S.A.).	474. Basset (A.B.).
381. Torelli (R.).	428. Graber (M.E.).	475. Ruggeri (C.).
382. Osgood (W.F.).	429. Barton (S.M.).	476. De Zolt (A.).
383. Pintacuda (M.).	430. Miller (E.).	477. Kiselfak (M.).
384. Eiesland (J.).	431. Shaw (J.B.).	478. Hagemann (G.A.).
385. Pietra (G.).	432. White (H.S.).	479. Deimel (R.F.).
386. Cantor (G.).	433. Moulton (F.R.).	480. Gambardella (G.).
387. Berry (A.).	434. Greenwood (G.W.).	481. Juel (C.).
388. Lüröth (J.).	435. Gutzmer (A.).	482. Pavanispye (R.P.).
389. Rosanes (J.).	436. Hancock (H.).	483. Cowley (E.B.).
390. Emch (A.).	437. Lehmer (D.N.).	484. Manning (H.P.).
391. Haskell (M.W.).	438. Saltykow (N.).	485. Dingeldey (F.).
392. Finkel (B.F.).	439. Snyder (V.).	486. Fredholm (I.).
	440. Doyle (P.).	

Ilustração 96 - Pagina 118 do *Annuario Biografico del Circolo Matematico di Palermo* onde consta o nome de Gomes Teixeira (Palermo, 1928)

Capítulo 8. Atividades de internacionalização - o exemplo de três países: Rússia, Espanha e Grécia

8.1 Introdução

No elogio histórico de Daniel da Silva, Gomes Teixeira (Teixeira, 1925b) afirmou:

(...) Nada há de mais prejudicial para a ciência de um povo do que o seu isolamento no meio da ciência dos outros. Este isolamento foi quase completo em Portugal na maior parte do século XIX, e o motivo principal estava no desconhecimento da nossa língua nos meios científicos estrangeiros [...]. As nossas revistas eram pouco lidas lá fora e os nossos sábios não recorriam às revistas mais vulgarizadas dos grandes países para apresentar os resultados das suas investigações. (...)

Estas palavras refletem a sua consciência das dificuldades de comunicação entre a comunidade científica portuguesa e a estrangeira, devido a vários fatores, de entre os quais se salientava o problema linguístico.

As atividades de Gomes Teixeira conferiram-lhe um elevado prestígio internacional, que ficou patente pela sua eleição como membro de algumas academias de ciências estrangeiras e pelos convites que lhe foram dirigidos para participar em congressos, em comités científicos, em homenagens a eminentes matemáticos estrangeiros, etc.

Como já referido no Capítulo 5, Gomes Teixeira atingiu o reconhecimento internacional a partir dos anos 80 do século XIX, especialmente depois do seu ingresso na *Academia Polytechnica do Porto*. A sua independência relativamente à Universidade de Coimbra permitiu-lhe dedicar-se a todas as áreas do seu interesse (Pinto, 2011).

Por outro lado, como vimos no Capítulo 6, entre outras atividades destacou-se a escrita dos seus manuais, comparáveis com os manuais daquele tempo, publicados, em particular, na França e na Alemanha. Embora não tenham sido traduzidos para outras línguas, o conhecimento do francês e do latim, comum aos académicos daquele tempo, permitiu a sua leitura e apreciação por parte de vários matemáticos estrangeiros.

Além disso, sendo membro de associações científicas de diversos países, Gomes Teixeira manteve também contactos pessoais com um número elevado de matemáticos estrangeiros.

Em trabalhos anteriores, como por exemplo, na biografia de Vilhena (Vilhena, 1936) ou na obra de Alves (Alves, 2012), foi desenhado um panorama essencialmente quantitativo, com a listagem de todos os matemáticos, importantes e menos importantes, que mantiveram correspondência com Gomes Teixeira.

Neste capítulo, seguimos uma abordagem distinta. De modo a permitir uma melhor avaliação do sucesso ou das limitações a que Gomes Teixeira foi sujeito nas suas atividades, consideramos, em particular, os contactos que manteve com matemáticos em países que estavam, por razões geográficas ou políticas, relativamente isolados dos centros europeus, ou que se encontravam num estado de desenvolvimento económico e científico de certa forma comparável com o de Portugal.

Desde já salientamos o facto que existiam em todos os países escolhidos – na Rússia, na Espanha, e na Grécia - matemáticos com intenções coincidentes com as de Gomes Teixeira e com um papel quase paralelo relativamente aos seus contributos para ultrapassar o isolamento ou atrasos causados pelas deficiências no desenvolvimento social dos seus países. Dependendo da situação concreta dos seus países, as abordagens dos diferentes matemáticos para atingir estes objetivos, eram naturalmente diferentes, mas, como sinal da consciência de objetivos em comum, documentam-se neste trabalho contactos pessoais que existiam entre eles, testemunhando assim formas de colaboração que não encontraram a sua manifestação na fundação de novas instituições associativas, mas aprofundaram o

nosso conhecimento sobre o “funcionamento concreto” da comunidade de matemáticos europeus no fim do século XIX. Sem diminuir a importância de avaliar a participação de Gomes Teixeira em associações ou instituições fundadas a nível internacional, achamos, que também estes aspetos de comunicação pessoal e direta com outros matemáticos refletem bem os contributos de Gomes Teixeira para a formação da comunidade europeia matemática.

A escolha da Rússia, de Espanha, e da Grécia no contexto deste trabalho baseia-se na correspondência concreta que Gomes Teixeira manteve com alguns matemáticos destes três países, que se encontra no arquivo da Universidade de Coimbra. Mais concretamente pertencem a este grupo os matemáticos A. V. Vasiliev, V. G. Imschenetsky e N. V. Bugaev da Rússia, J. Echegaray, E. Torroja e G. de Galdeano da Espanha e K. Stephanos e I. Hadjidakis da Grécia.

Além de terem sido investigadores com contributos próprios em diferentes áreas da Matemática, estes matemáticos participaram, tal como Gomes Teixeira, de uma ou outra forma em atividades a nível internacional, seja em congressos, como membros da redação de revistas (como, por exemplo, da revista *L'Enseignement Mathématique*) ou na fundação de associações nacionais, seguindo os exemplos de outros países europeus no fim do séc. XIX. Eram pessoas empenhadas na criação de estímulos para uma maior abertura dos seus países para além de fronteiras, tanto na área do ensino da Matemática como na área da investigação. Atuaram em condições nacionais muito diferentes, mas reunidos neste espírito e conscientes que cada contacto pessoal com cientistas estrangeiros era uma mais-valia para atingir este objetivo.

8.2 Características das condições internas e protagonistas

Grattan-Guinness refere-se à internacionalização da matemática no século XIX da seguinte forma:

(...) Indeed, from the early 1800s, mathematics has been a much more international activity. [...]

The thrust has been in information, with the only conclusion being that a large body of material has hitherto received but a small amount of analysis and that our understanding of the mathematics in the nineteenth century would be much enhanced by a detailed examination of the transition from the situation where one dominating nation gave way to an ensemble - in other words, the genesis of the evolution of an international mathematical community. (...) (Grattan-Guinness, 2002, pp. 17, 34).

Nesta secção menciona-se de forma breve, algumas das personalidades que, no caso da Rússia, de Espanha e da Grécia, contribuíram para a integração dos seus países na comunidade matemática internacional, referindo os contactos que com elas manteve Gomes Teixeira.

8.2.1 Rússia

A Rússia, que, desde Pedro I, iniciara um trabalho de modernização do país, através da formação de um meio intelectual influenciado pela cultura filosófica e científica do Ocidente, estabeleceu uma base de estudos e investigação, que lhe permitiu sair do atraso cultural e científico em que se encontrava em relação aos países mais avançados da Europa. O grande avanço no ensino e na investigação, nos diversos ramos da ciência, alcançado ao final do século XIX, reduziu bastante o antigo atraso da Rússia em relação à Europa ocidental, prenunciando o aparecimento de um novo e importante polo de investigação científica (Yushkevich, 1968).

De cerca de 1860 até 1917, o desenvolvimento da ciência na Rússia ocorreu sob novas condições sociais. A Guerra da Crimeia, que terminou em 1856, mostrou a falência da política levada a cabo pelo imperador, demonstrando o atraso económico e tecnológico associado ao regime feudal. Aumentou a procura de profissionais qualificados para a indústria e a agricultura. O governo reconheceu que ciências como a Matemática, a Física, a Química e a Biologia eram necessárias para o desenvolvimento da indústria e iniciou a reforma da educação. Promoveu também a organização de sociedades científicas e de novos centros de investigação. A reforma da educação escolar levou a uma alteração nos currículos, e em particular implicou mudanças no programa da disciplina de Matemática, por exemplo, com a introdução de elementos de Geometria Analítica e de Cálculo.

No início do século XIX começaram a ser fundadas na Rússia novas universidades: em

1804 foram abertas as Universidades de Kazan e Kharkov, em 1819 a de São Petersburgo e, em 1834, a Universidade de Kiev. Todas estas universidades possuíam uma Faculdade Físico-Matemática. Já no século XIX surgiram na matemática russa nomes que mais tarde se tornaram conhecidos. Professores de Matemática na Universidade de São Petersburgo foram V. Ya. Bunyakovsky (1804-1889), A. A. Markov (1856-1922), V. A. Steklov (1864-1926), P. L. Chebychev²⁷³ (1821-1894). Na Universidade de Moscovo lecionaram N. D. Brashman (1796-1866) e N. V. Bugaev (1837-1903).

Um matemático cujo trabalho influenciou de forma significativa a geração de matemáticos russos da sua época foi Viktor Yakovlevich Bunyakovsky, autor do trabalho *Fundamentos da Teoria Matemática das Probabilidades* (1846). Bunyakovsky assistiu a aulas na Sorbonne. Teve a oportunidade de aprender Matemática com Laplace, Poisson, Fourier, Cauchy, Ampère, Legendre e outros. Bunyakovsky deu aulas de Mecânica Analítica (usando as obras de Poisson e Ostrogradskii), de Cálculo Diferencial e Integral (usando Cauchy) e de Teoria das Probabilidades (de acordo com seus apontamentos) e mais tarde, na década de cinquenta, de Equações Diferenciais.



Ilustração 97 - Retrato de V. Ya. Bunyakovsky (1804-1889).

Na segunda metade do século XIX, para além de se dedicarem a problemas de carácter aplicado, os matemáticos russos também começaram a publicar resultados da área da

²⁷³ Chebyshev tomou parte ativa na reforma da educação, diretamente relacionada com questões de ensino escolar na área da Matemática. De 1856 a 1873 foi membro do Conselho Científico do Ministério da Educação.

Matemática Pura. Entre eles, destacou-se Sofia Kovalevskaya, aluna de K. Weierstrass, pelo facto de ser uma das primeiras mulheres matemáticas. As principais contribuições de S. Kovalevskaya são na área da teoria das equações diferenciais com derivadas parciais e das funções abelianas. Em 1881 foi eleita membro da Sociedade Matemática de Moscovo. Correspondeu-se um longo período da sua vida com K. Weierstrass e M. G. Mittag-Leffler (Yushkevich, 1984). A admiração de Gomes Teixeira pelo trabalho de Sofia Kovalevskaya está patente no livro *Uma Santa e uma Sábia* da sua autoria (Teixeira, 1930), que já tivemos a oportunidade de referir no Capítulo 2.



Ilustração 98 - Retrato de Sofia Kovalevskaya (1850-1891).

De entre os manuais universitários russos daquele tempo, é possível realçar as seguintes obras:

- *Teoria das congruências*, P. L. Chebyshev (1849),
- *Fundamentos da teoria das funções elípticas*, O. I. Somov (1850),
- *Cálculo das diferenças finitas*, A. A. Markov (1889-1891),
- *Cálculo de probabilidades*, A. A. Markov (1891),
- *Lições sobre cálculos aproximados*, A. N. Krylov (1911),
- *Álgebra Superior*, D. A. Grave (1915).

Por iniciativa de Nikolai Dmitrievich Brashman (1796-1866) e Nikolai Vasilievich

Bugaev foi criada a *Sociedade Matemática de Moscovo*, que iniciou o seu trabalho em 1864 e publicou, no ano seguinte, a primeira edição da revista *Matematicheskii sbornik* – a primeira revista matemática na Rússia. (Vygodskij, 1948). O primeiro presidente da sociedade foi N. D. Brashman.

Como já foi referido, Bugaev apresentou o seu trabalho *Generalização da série de Lagrange* à *Sociedade Matemática de Moscovo* em 1900, onde mencionou Gomes Teixeira, que já antes tinha generalizado a série de Lagrange através do artigo *Sur le développement des fonctions implicites en série* em 1881 (*Journal de Liouville*):

(...) A série de Lagrange tem um papel importante em diversas questões de análise e de matemática aplicada. O primeiro passo para a generalização da série de Lagrange foi o matemático português Teixeira. (...) (Bugaev, 1901).



Ilustração 99 - Retrato de N. V. Bugaev (1837-1903).

A Sociedade manteve ligações com várias associações científicas, tanto na Rússia como no exterior, promoveu a publicação de obras de matemáticos russos em revistas estrangeiras, levou a um intercâmbio regular de publicações com conselhos editoriais de várias revistas.

Gomes Teixeira foi convidado a participar das comemorações do aniversário daquela sociedade, em 1894²⁷⁴ (Ilustração 100), tendo-se mais tarde tornado seu sócio efetivo, a partir de 15 de março de 1911 (ver Ilustração 101).

²⁷⁴ Em 1864 foi fundada a Sociedade Matemática de Moscovo, o protocolo da sua primeira reunião foi datado 15 (27) de setembro do mesmo ano. Oficialmente, a Sociedade foi aprovada em 28 de janeiro de 1867. (Demidov, 1995)

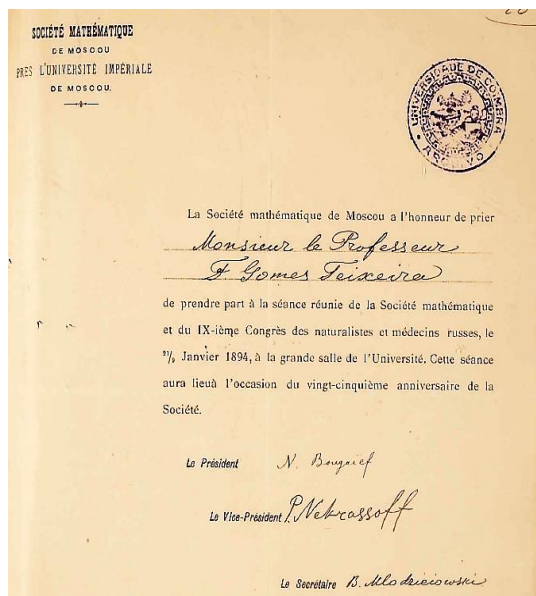


Ilustração 100 - Convite a Gomes Teixeira para participar nas comemorações do 25º aniversário da Sociedade Matemática de Moscovo, assinado pelo seu Presidente, N. Bugaev.

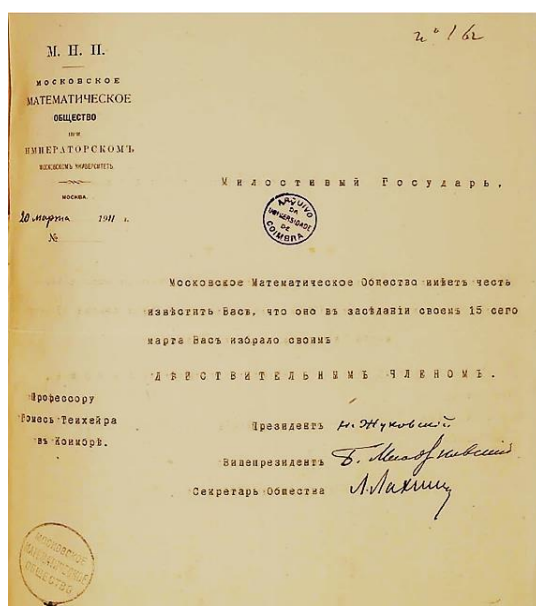


Ilustração 101 - Documento de admissão de Gomes Teixeira na Sociedade Matemática de Moscovo a 15 de Março de 1911.²⁷⁵

²⁷⁵ Tradução para o português:

Sociedade de Matemática de Moscovo, 20 de Março, 1911

Excelentíssimo senhor,

A Sociedade de Matemática de Moscovo tem a honra de lhe comunicar que na assembleia de 15 de Março o nomeou seu MEMBRO EFETIVO.

Presidente..... N. Zukovskj

Vice-presidente..... B. Mlodzievskj

Secretário.....L.Lakhtin

Em 1913, a Sociedade possuía 21 membros estrangeiros, entre os quais estava Gomes Teixeira.

ИНОСТРАННЫЕ ЧЛЕНЫ.	
1897.	Autonne Léon (въ Лионѣ).
1904.	Cosserat Eugène (въ Тулузѣ).
1896.	Darboux Gaston (въ Парижѣ).
1898.	Daubelsky von Sterneck Robert (въ Вѣнѣ).
1906.	Davaux Edouard (въ Тулонѣ).
1893.	Von Dyck Walther (въ Мюнхенѣ).
1900.	Gordan Paul (въ Эрлангенѣ).
1904.	Hilbert David (въ Геттингенѣ).
1891.	Klein Felix (въ Геттингенѣ).
1910.	Lampe Emil (въ Берлинѣ).
1892.	Mehmke Rudolf (въ Штутгартѣ).
1892.	De Mendizabal-Tamborrel (въ Мексикѣ).
1896.	Mittag-Leffler Gösta (въ Стокгольмѣ).
1896.	Schwarz Hermann-Amandus (въ Берлинѣ).
1896.	Stäckel Paul (въ Килѣ).
1897.	De Tannenberg Wladimir (въ Бордо).
1910.	Teixeira Gomes (въ Оporto).
1898.	Voigt Woldemar (въ Геттингенѣ).
1900.	Циветъ Александръ Николаевичъ (въ Аппъ-Арборѣ).

Ilustração 102 – Lista de membros estrangeiros da Sociedade Matemática de Moscovo, publicada na revista da Sociedade, *Matematicheskii Sbornik*, v. 28, nº 1, 1911, pp. III-VI.

Em 1879 foi fundada a *Sociedade Matemática de Kharkov*. A partir do início a Sociedade publicou a revista *Soobscheniya Kharkovskogo matematicheskogo obshchestva*. No fim do segundo ano da sua existência, a Sociedade realizou contactos e troca de literatura científica na Rússia com a Universidade de Moscovo, a Universidade de Kazan, a Universidade de Kiev, o Observatório Astronómico de Moscovo, a Sociedade Naturalistas de Moscovo e no estrangeiro com a Société Mathématique de France, Société des Sciences Physiques et Mathématiques de Bordeaux.

Em 1885, o presidente da sociedade, K.A. Andreev, enviou uma carta a Gomes Teixeira sobre o intercambio entre a revista *Communications de la Société Mathématique de Kharkov* e o *Jornal de Teixeira*.

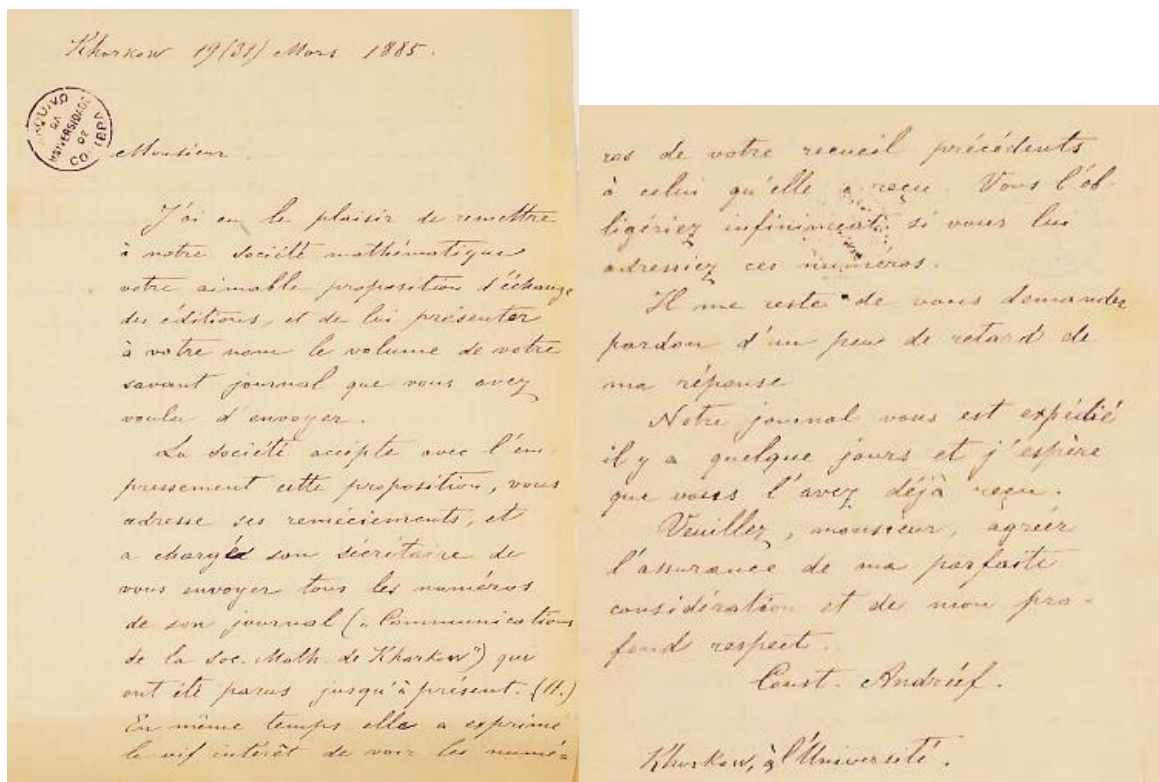


Ilustração 103 - Carta nº 123, de K. A. Andreev sobre a troca da revista *Communications de la Société Mathématique de Kharkov* (Soobscheniya Kharkovskogo matematicheskogo obshchestva) com o *Jornal de Teixeira*.

Em outubro de 1908 Gomes Teixeira foi eleito membro correspondente da *Sociedade Matemática de Kharkov*.

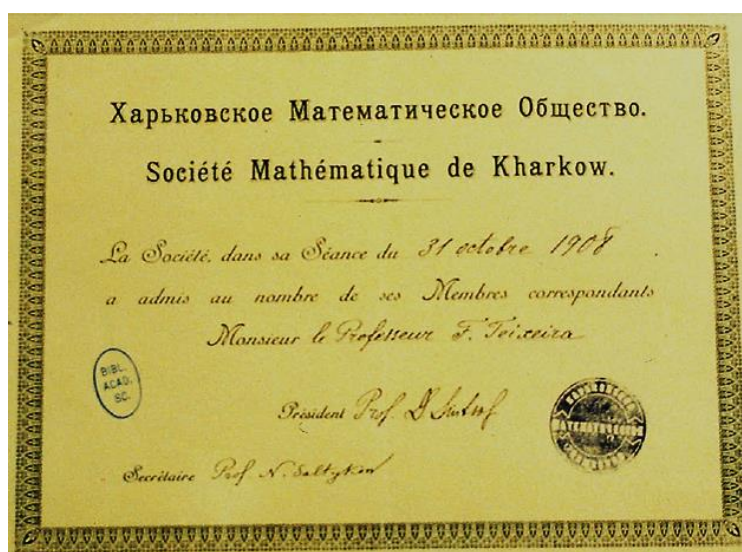


Ilustração 104 - Diploma da Sociedade Matemática de Kharkov (1908).

Um dos matemáticos de grande influência na área da análise matemática, em particular na Rússia, foi Vasilj Grigorievich Imschenetsky. Por sua iniciativa foi fundada em 1879 a *Sociedade Matemática de Kharkov*. Depois de se mudar para São Petersburgo, iniciou a fundação da *Sociedade Matemática de São Petersburgo*, em 1890. É também do conhecimento geral que teve ainda influência na fundação da *Sociedade Físico-Matemática de Kazan*. Desta forma V. G. Imschenetsky impulsionou a criação de três sociedades matemáticas na Rússia que tiveram um papel decisivo no desenvolvimento da matemática naquele país.



Ilustração 105 - Retrato de V. G. Imschenetsky (1832-1892).

As principais contribuições de Imschenetsky pertencem a área das equações diferenciais da segunda ordem, tendo os seus trabalhos sobre este tema sido publicados em revistas francesas. As suas teses de mestrado *Sobre integração de equações diferenciais com derivadas parciais de primeira ordem* (1865) e de doutoramento *Investigação sobre os métodos de integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem uma função de duas variáveis independentes* (1868) foram publicadas no ano 1916 pela *Sociedade Matemática de Moscovo* e recomendadas para utilização nas universidades²⁷⁶ (Imschenetsky, 1916).

Na sua dissertação de doutoramento, Gomes Teixeira dedicou um dos capítulos precisamente ao método de Imschenetsky para resolução de equações diferenciais de

²⁷⁶ Ambas as dissertações foram traduzidas para o francês por Hoüel e publicadas na revista *Archiv für Mathematik und Physik*.

segunda ordem, podendo a sua referência a este matemático ser encontrada já na primeira página do trabalho (ver Ilustração 106).

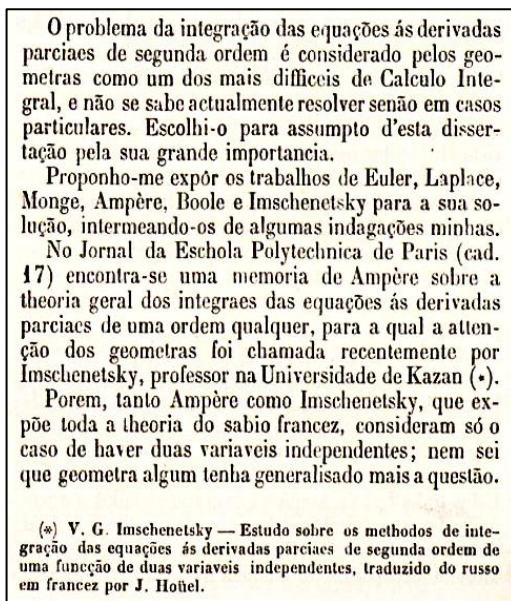


Ilustração 106 - Primeira página da dissertação de Gomes Teixeira.

A *Sociedade Fisico-Matemática de Kazan* foi fundada em 1880. Em 1891 o presidente de Sociedade, A. Vasiliev, enviou uma carta para Gomes Teixeira sobre troca de publicações.



Ilustração 107 – Carta de Vasiliev (Vassilieff) sobre a troca de publicações com o *Bulletin de la Société Physico-Mathématique de Kazan*, (1891).

Como já foi mencionado na Secção 2.2, Gomes Teixeira esteve em contacto com o matemático russo A. V. Vasiliev, da Universidade de Kazan, a propósito do trabalho de N. V. Bugaev *Generalização da série de Lagrange* (Bugaev, 1901).

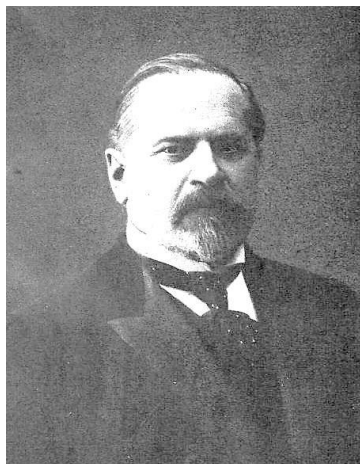


Ilustração 108 - Retrato de A. V. Vasiliev (1853-1929).

Alexander Vasilievitch Vasiliev nasceu a 24 de Julho de 1853 em Kazan (Rússia) e morreu a 9 de Outubro de 1929 em França (Zworykin, 1959)²⁷⁷. Seu pai, V. P. Vasiliev era um sinólogo russo, fundador da cadeira de chinês na Universidade de Kazan e o avô, I. M. Simonov, era professor de astronomia e reitor da Universidade de Kazan. Em 1879, A. V. Vasiliev partiu para o estrangeiro onde frequentou cursos de matemática lecionados por K. Weierstrass e L. Kronecker, em Berlim, e por Ch. Hermite, em Paris. A. V. Vasiliev destacou-se não só como matemático notável e talentoso pedagogo²⁷⁸, mas também como personalidade importante para o desenvolvimento e disseminação da matemática.

A atividade pedagógica de A. V. Vasiliev foi especialmente produtiva: desenvolveu e lecionou diferentes disciplinas, publicando vários manuais (entre eles um *Curso de Análise Matemática* (1904-1908) e um *Curso de Equações Diferenciais da 1ª ordem* (1886)), proferiu inúmeras palestras, dirigiu seminários científicos, dedicando ainda grande parte do seu tempo ao trabalho com jovens matemáticos (em 1900, organizou um núcleo físico-

²⁷⁷ Zworykin Anatoly A. (1901 - 1988) – editor de um dicionário biográfico de ciência e tecnologia.

²⁷⁸ Diversos alunos de A.V. Vasiliev tornaram-se notáveis cientistas, nomeadamente: A. P. Kotelnikov, D. M. Sintsov, E. I. Grigoriev e N. N. Parfentiev.

matemático para estudantes universitários). Durante mais de 20 anos (1884-1907) foi presidente da *Sociedade Fisico-Matemática de Kazan*, que foi fundada em 1880, inicialmente com o caráter de um clube de cientistas, tendo adquirido o formato de uma verdadeira sociedade em 1890, (SFMK, 1946). Esta *Sociedade* investiu na divulgação das ideias de N. I. Lobachevsky²⁷⁹ e organizava palestras sobre os avanços nas áreas da matemática e da física. Neste contexto, A. Vasiliev escreveu a primeira biografia científica de N. I. Lobachevsky.

A partir de 1883, tal como aconteceu com Gomes Teixeira, A. Vasiliev passou a enviar regularmente resenhas de trabalhos de matemáticos russos para o *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*.

Como demonstram as cartas nº 11, 20 e 162, incluídas no Anexo B (pp. 406 – 414), para além da já mencionada troca de correspondência a propósito do trabalho de N. V. Bugaev, A. V. Vasiliev contactou Gomes Teixeira em diferentes ocasiões. Em particular, na carta nº 11, datada de 1893, A. V. Vasiliev convida Gomes Teixeira para a celebração do centenário de N. I. Lobachevsky, enviando-lhe igualmente o programa desta celebração.

Salientamos que A. V. Vasiliev, N. V. Bugaev e Gomes Teixeira fizeram parte do primeiro *Comité de Patronage* da revista *L'Enseignement Mathématique* em 1899.

As sociedades matemáticas em Kiev, Sociedade Fisico-Matemática de Kiev e de São Petersburgo, Sociedade Matemática de São Petersburgo foram fundadas simultaneamente em 1890.

Deve notar-se que, enquanto que os matemáticos russos estavam bem conscientes dos trabalhos dos colegas estrangeiros, os matemáticos estrangeiros não estavam suficientemente informados sobre a investigação levada a cabo na Rússia. Isto pode ser explicado, por um lado, por uma deficiente distribuição das revistas russas e, por outro lado, por problemas de língua, uma vez que a língua russa, tal como a portuguesa, não era falada em meios internacionais. Assim, a participação na revista de resenhas alemã *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* revestiu-se de particular importância. A.

²⁷⁹ Mundialmente conhecido pela introdução do primeiro exemplo de uma geometria não-euclidiana, hoje em dia conhecida pelo seu nome, o matemático russo N.I. Lobachevsky (1792-1856) trabalhou toda a sua vida na Universidade de Kazan.

Vasiliev e D. Sintsov²⁸⁰ colaboram com o *Jahrbuch*, enviando informações sobre os trabalhos dos matemáticos russos.

A. Vasiliev escreveu sobre a importância do projeto alemão:

(...) Eu acho que é difícil apreciar, mas a ciência sente-se grata, pelos enormes benefícios que esta revista trouxe, em particular, à ciência russa. Com um desconhecimento impressionante da nossa língua por estrangeiros ... só através deste *Jahrbuch* a literatura matemática da Rússia se tornou conhecida por matemáticos em outros países. (...) (Vasiliev, 1958, p. 56)

Matemáticos russos participaram ativamente em todos os Congressos Internacionais de Matemática. Em 1897, o Congresso em Zürich, teve a participação de 12 matemáticos da Rússia; em 1900 (Paris) – 14; em 1904 (Heidelberg) – 30; em 1908 (Roma) – 19; em 1912 (Cambridge) – 30; em 1920 (Estrasburgo) - 1²⁸¹; em 1924 (Toronto) – 13.

8.2.2 Espanha

Apesar das dificuldades e do isolamento científico dominante na Península ibérica, também em Espanha personalidades singulares lutaram pelo progresso científico. Matemáticos como José Echegaray y Eizaguirre, Eduardo Torroja e Zoel Garcia de Galdeano deixaram um legado de extremo valor e permitiram ao seu país dar um grande passo para se integrar na comunidade matemática mundial (Ausejo & Hormigon, 2002).

No artigo de E. Garcia Camarero, *La Matematica en la España del Siglo XIX*, publicado nas Actas do II Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias (Camarero, 1982) escreve-se detalhadamente sobre a Matemática e os matemáticos do século XIX em Espanha. Os principais dados aqui mencionados encontram-se neste trabalho.

José Echegaray foi engenheiro, político, escritor (Prémio Nobel de Literatura em

²⁸⁰ D. Sintsov (1867-1946) – matemático russo, professor de Universidade de Kazan e de Kharkov, enviou para *JFM* mais de que 2000 resenhas de obras de matemáticos russos.

²⁸¹ Note-se que este foi o primeiro congresso após a Revolução de Outubro e a Guerra Civil.

1904) e matemático. Foi uma personalidade singular, que contribuiu para a elevação da matemática espanhola ao nível internacional.

Echegaray nasceu em Madrid, em 1833. Estudou matemática em Madrid e formou-se também como engenheiro civil. Depois de um curto período de experiência profissional como engenheiro civil, ensinou Matemática na Escola de Engenharia Civil de Madrid até 1868. Dois anos antes, em 1866, entrou para *Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales* de Madrid com a sua famosa palestra *Historia de las matemáticas puras en nuestra España*. (Echegaray, 1866).

No Vº Congresso da Associação Espanhola para o Progresso das Ciências, em 1915, o matemático espanhol Julio Rey Pastor (1888-1962) afirmou:

(...) Para la Matemática española, el siglo XIX comienza en 1865, y comienza con Echegaray [...] Este hombre extraordinário que inicia en España el tránsito de la Matemática del siglo XVIII, a la de Gauss y Cauchy... (...). (Rey Pastor, 1915)



Ilustração 109 - Retrato de José Echegaray (1833-1916).

José Echegaray teve uma intensa vida política, tornando-se o membro do parlamento e ocupando numerosos postos importantes na administração monárquica, durante o período revolucionário de seis anos vivido entre 1868 e 1874. Foi nomeado Presidente do

Ministério da Educação Pública em 1904 e da Secção de Matemática da *Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas* (JAE), Quadro de Investigação Científica, em 1907. Foi também membro fundador e o primeiro Presidente da *Sociedade Española de Matemática* (1911). Escreveu numerosos artigos científicos nas áreas da Matemática e da Física em revistas, jornais, assim como livros. Entre os seus trabalhos matemáticos citaremos os seguintes:

- *Cálculo de Variaciones* (1858);
- *Problemas elementales de Geometría* (1865);
- *Problemas de Geometría Analítica* (1865);
- *Introducción a la Geometría superior* (1866);
- *Memoria sobre la teoría de los determinantes* (1868);
- *Tratado elemental de Termodinámica* (1868);
- *Teoría matemática de la luz* (1871);
- *Sobre la imposibilidad de la cuadratura del círculo* (1876);
- *Disertaciones matemáticas sobre la cuadratura del círculo: el método de Wantzel y la división de la circunferencia en partes iguales* (1877);
- *Lecciones sobre resolución de teoría de ecuaciones y teoría de Galois* (1898).

Em Espanha a sua posição como engenheiro civil, orador marcante e influente político deu-lhe reconhecimento social e profissional como a ninguém do seu tempo.

(...) His social prestige and influence meant that, in his time, nobody in the field of science – not so in the case of literature – dared to make even the slightest criticism of him, although from a more distant historic perspective it can be seen that Echegaray, despite his unquestionable merits, was not very aware of the changes which were taking place and already characterized the new mathematics. In spite of this fact, his favorable position towards extending mathematics and recommending its learning in order to practice technical professions represented a vitalizing injection of optimism to consolidate the mathematical community. (...) (Hormigon & Ausejo, 2002, p. 17).

Eduardo Torroja Caballé (1847-1918) foi o iniciador do desenvolvimento científico e tecnológico que mais tarde teve grande relevância na história do século XX, durante o

período de Franco.



Ilustração 110 - Retrato de Eduardo Torroja Caballé (1847-1918).

Foi professor de Geometria na Universidade Central de Madrid, tendo difundido em Espanha a geometria projetiva.

(...) Torroja representa la figura del estudioso de la matemática, de un estudioso sistemático y sosegado. Introduce en España la geometría proyectiva sintética completando la obra de Von Staudt, y es la disciplina a la que se dedica monográficamente siendo un especialista en el sentido moderno. [...] Fue Torroja hombre de extraordinaria humildad y modestia, y trató de evitar en todo momento cualquier clase de ostentacion, aunque ejerció una gran influencia en la Academia, en el Consejo de Instrucción Pública, en la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, en La Sociedad Matemática Española, etc. (...) (Camarero, 1982, p. 129).

Notamos algunas obras de Torroja:

- *Relaciones más importantes entre los elementos de un triángulo esférico* (1876);
- *Axonometría* (1879);
- *Geometría descriptiva* (1884);
- *Reseña de las medias empleadas por la Geometría pura actual* (1893);
- *Estudio analítico geométrico de las funciones hiperbólicas* (1893);

- *Curvatura de las líneas en sus puntos del infinito* (1894);
- *Tratado de Geometría de la Posición* (1899).

Desde 1876, quando tomou posse da sua cátedra, toda a Faculdade de Matemática girava à sua volta, (Hormigon & Ausejo, 2002).

Um terceiro ator na cena matemática espanhola do fim do XIX e início do século XX, Zoel Garcia de Galdeano, foi o matemático espanhol mais empenhado na internacionalização. Partilhou com Gomes Teixeira, a mesma “sede” de importar matemática moderna para a sua nação, para que alcançasse um progresso científico capaz de produzir o desenvolvimento social e económico que tanto era necessário.



Ilustração 111 - Retrato de Zoel Garcia de Galdeano (1846-1924).

Dedicando-se à Didática da Matemática, Z. Garcia de Galdeano interessou-se pela educação secundária e superior, realizando investigação em ambas as áreas.

Foi fundador de revistas periódicas de matemática, tendo uma delas, *El Progreso Matemático*, lançada em 1891, assumido grande importância em Espanha. Dedicou-se na década de 1880 à Álgebra, na última década do século XIX à Geometria e na primeira década do século XX à Análise Matemática, às equações diferenciais, tendo ainda feito uma breve abordagem à Teoria dos Números.

De entre as suas obras, destacamos os seguintes livros:

- Complemento de geometría elemental o crítica geométrica (1881);
- Geometría elemental (1882);
- Tratado de Algebra (1883);
- Tratado de Aritmética (1884);
- Problemas de aritmética y algebra con nociones de crítica algorítmica (1885);
- Tratado de Algebra superior (1886);
- Crítica y síntesis de algebra (1888);
- Geometría General (1892);
- El concepto imaginario en la Ciencia Matemática (1894);
- Sistematización de geometria (1895);
- Las modernas generalizaciones expressadas en el álgebra simbólica, las geometrias no euclídeas y el concepto de hiperespacio (1896);
- Cálculo Diferencial (1904);
- Principios generales de la teoría de las funciones (1904);
- Aplicación del cálculo diferencial al estudio de las figuras planas (1904);
- Cálculo Integral (1905);
- Aplicación del cálculo diferencial al estudio de las figuras en el espacio (1905);
- Teoría de las ecuaciones diferenciales. Libro 1.º (1906);
- Exposición sumaria de teorías matemáticas. (1907).

Durante a sua vida Galdeano participou ativamente em todos os Congressos Internacionais de Matemáticos, apresentando os seus trabalhos em três desses congressos:

- 1897 (Zürich) - *L'unification des concepts dans les mathématiques* (Galdeano, 1898);
- 1900 (Paris) - *Note sur la critique mathématique* (Galdeano, 1902);
- 1908 (Roma) - *Quelques mots sur l'enseignement mathématique en Espagne* (Galdeano, 1909).

Foi precisamente Z. Garcia de Galdeano que trocou correspondência com Gomes Teixeira, como exemplifica a carta apresentada na Ilustração 112.

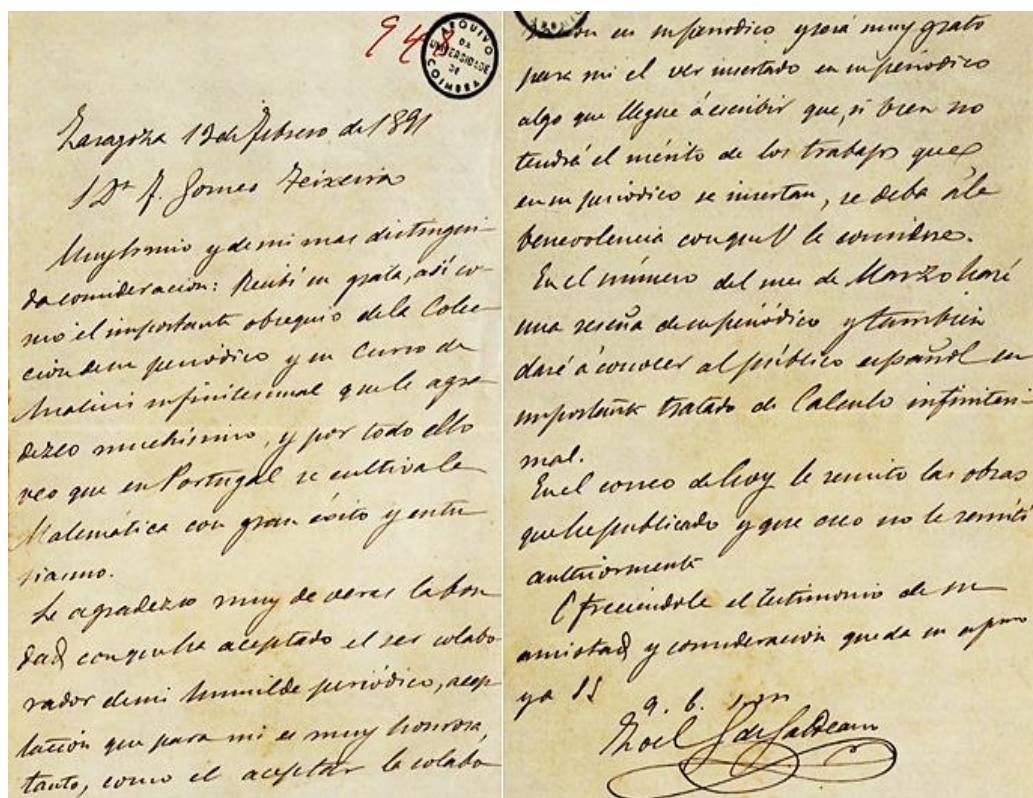


Ilustração 112 - Carta de Galdeano a Gomes Teixeira.

O contributo destas três personagens principais para levar a Matemática espanhola à corrente internacional é de natureza diferente em cada caso. José Echegaray representa o reconhecimento social do atraso espanhol na área da Matemática e a urgência de trazer a Matemática moderna para o país. Tanto Echegaray como Torroja Caballé contribuíram essencialmente para o desenvolvimento da Matemática dentro das fronteiras de Espanha, sem no entanto ter atingido um nível científico comparável ao de Gomes Teixeira ou ter tido um papel importante na internacionalização da Matemática espanhola. Em contrapartida, Z. G. de Galdeano, além de ser um grande importador da matemática moderna para Espanha, iniciou a participação dos matemáticos espanhóis em eventos organizados pela comunidade matemática internacional, tendo-se cruzado em algumas ocasiões com Gomes Teixeira.

Como observado anteriormente, Galdeano participou em todas os Congressos Internacionais de Matemáticos. O número de matemáticos espanhóis que participaram

nestes Congressos teve a seguinte evolução: 1897 (Zürich) – 1²⁸²; 1900 (Paris) – 3; 1904 (Heidelberg) – 1; 1908 (Roma) – 5; 1912 (Cambridge) – 25; 1920 (Estrasburgo) - 10; 1924 (Toronto) – 4. O aumento do número de participantes entre 1908 e 1920 pode ser talvez atribuído à criação de *Asociación Española para el Progreso de Ciencias* no mesmo ano.

8.2.3 Grécia

A situação política e económico-social na Grécia, no século XIX, não era comparável com as de Espanha ou Portugal. Depois de mais de quatrocentos anos de ocupação turca, só após o de reestabelecimento do estado Grego, em 1822, foram fundadas, em 1837, a Universidade de Atenas e a Escola de Artes, que mais tarde se tornou a Universidade Técnica Nacional de Atenas (Phili, 2002).

No entanto o nível científico destas instituições de ensino superior não era suficiente para uma formação de qualidade, pelo que muitos jovens interessados numa carreira académica se viram forçados a realizar os seus estudos mais avançados fora do país, como por exemplo em França ou na Alemanha.

Foi este o caso de Kyparissos Stephanos²⁸³, discípulo de Hermite, conhecido internacionalmente como geómetra e algebraísta de mérito, cujo trabalho foi referenciado por numerosos matemáticos, incluindo David Hilbert.

(...) Stéphanos was an internationally well known mathematician. His work in pure geometry and in algebra of forms was marked by his profound originality and his high aesthetic sense in mathematics. His notes in the French Academy of Sciences were mainly presented by Camille Jordan. His notes on geometry had already attracted the attention of geometers. Nevertheless Stéphanos under Hermite's influence was directed to the studies of questions, which were considered a posteriori belong to modern algebra and to algebraic geometry. In this paper Stéphanos worked on problems concerning linear algebra especially matrices of bilinear forms as well as linear transformations. He studied the composition of Kronecker and the alternate composition. Finally he

²⁸² Z. G. de Galdeano, único representante espanhol neste congresso, ficou impossibilitado de comparecer pessoalmente, por motivo de doença, no entanto a sua contribuição foi publicada nas atas do Congresso

²⁸³ Foi citado 32 vezes no *JFM*

applied his results to solve algebraic and analytic equations related to matrices. (...) ((Phili, 2009), p. 93).



Ilustração 113 - Retrato de Kyparissos Stephanos (1857-1917).

Como já anteriormente referido, durante o Congresso Internacional de Bibliografia das Ciências Matemáticas, organizado em Paris em 1889, pela Sociedade Matemática Francesa, foi decidida a criação do *Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques*. O respetivo comité editorial internacional, integrava representantes de vários países, entre os quais se contavam Stephanos, pela Grécia.

Os contactos entre Gomes Teixeira e o matemático grego mantiveram-se, como comprova a carta apresentada na Ilustração 114, datada de 1906, onde Stephanos responde a um convite de Gomes Teixeira para escrever um artigo nos seus *Annaes*.

Athènes le 15/18 Juin 1906.

Monsieur,

J'ai reçu avec un grand plaisir
votre lettre, ainsi que les deux fasci-
cules des Annales de l'Académie
Polytechnique de Porto, et j'en
remercie cordialement.

Je suis aussi très touché de
votre demande si obligeante de vous tenir au courant de
mon travail, et en attendant d'avoir
mon prochain article pour lui être important, je rectifie
vos Annales. C'est avec plaisir
que je le ferai aussitôt que je pourrai.
Je vous envoie un petit nombre de
travaux, ainsi que les deux fasci-
cules des Annales de l'Académie
Polytechnique de Porto, et j'en
remercie cordialement.

Cyp. Stephanos.

Ilustração 114 - Resposta de Stephanos a um convite de Gomes Teixeira para colaborar nos *Annaes*.

Um outro nome notável na história da matemática grega é o de Ioannis Hadjidakis, que, tal como Stephanos, também manteve contactos com Gomes Teixeira. Hadjidakis estudou na Universidade de Atenas, continuou a sua educação em França, na Universidade de Paris, e na Alemanha, onde durante cinco anos, assistiu a cursos dados por L. Kronecker (1823-1891), E. Kummer (1810-1893) e K. Weierstrass (1815-1897) na Universidade de Berlim. Quanto regressou à Grécia, lecionou Matemática, escreveu vários livros e, em 1888, colaborou na fundação da Sociedade Científica, associação baseada no modelo das academias, especialmente dedicada ao desenvolvimento das letras e das ciências. A Sociedade publicava anualmente a revista *Athena*.

(...) ...professor Ioannis Hadjidakis, his brother George, professor of linguistics, Kyparissos Stephanos and a few other professors established in the 14th of April 1888 a scientific association, under the name of the Scientific Society, based on the model of the Academies and with the purpose of cultivating the literacy, physical and mathematical science and strengthening their studies in

Greece. The very first objective of the scientific society was the creation of a journal in which they could present the fruits of their research in their mother tongue and in their own country. So in a parallel direction with the foundation of the *Scientific Society*, they established its annual journal *Athena* (from the name of the goddess of wisdom in Greek mythology) to which each member was obliged by the regulations (14/4/1888) to contribute at least with one paper every year. (...) (Phili, 2010, p. 109).



Ilustração 115 - Retrato de Ioannis Hadjidakis (1844-1921).

Desde os primeiros anos de sua carreira, I. Hadjidakis sentiu a falta de livros didáticos para o ensino de matemática e então ele começou a escrever livros para todos os níveis de ensino. O seu primeiro livro *An Introduction to Higher Algebra* foi publicada em 1879 (2ª edição – em 1898). No mesmo ano apresentou, um manual sobre Geometria Analítica Bidimensional e no ano seguinte publicou outro sobre Geometria Analítica Tridimensional. Em 1889, I. Hadjidakis publicou *Cálculo Diferencial* (dois volumes). Em 1901 publicou o primeiro volume de *Cálculo Integral* (Phili, 2001).

Juntamente com K. Stephanos, Ioannis Hadjidakis, estabeleceu a tradição matemática na Universidade de Atenas, tendo ambos sido professores dos fundadores da *Sociedade Matemática Grega* (Hellenic Mathematical Society) (em 1918): Nicholas Hadjidakis (1873-1941), filho de I. Hadjidakis, George Remoundos (1878-1928), e Panayotis Zervos²⁸⁴ (1878-1952), (Rassias, 2004). A Sociedade publica, desde 1919, o *Boletim da*

²⁸⁴ Incluímos no Anexo B (pp. 381 – 385) uma carta que comprova a existência de contactos entre P. Zervos a Gomes Teixeira.

Sociedade Matemática Grega.

No final do século, I. Hadjidakis deu aulas de História da Matemática grega antiga e moderna. No entanto foi seu filho, Nikolaos, o primeiro que lecionou um curso semanal sobre a História da Matemática na Universidade de Atenas, a partir de 1905.

Merece igualmente destaque um outro cientista grego do final do século XIX e início do século XX: Michael Stephanides (1868-1957), membro da Academia de Atenas, da Academia Internacional da História das Ciências e um dos fundadores da Sociedade (Americana) de História de Ciências (Phili, 2002). Contrariamente a K. Stephanos e I. Hadjidakis, M. Stephanides não estudou no estrangeiro.

Foi o primeiro estudioso responsável por uma investigação séria da História da Ciência na Grécia moderna. Apesar de não ser um historiador da Matemática (o seu principal interesse era a História das Ciências Naturais), M. Stephanides escreveu alguns artigos naquela área, como por exemplo, *The Mathematics of the Byzantines*. (Stephanides, 1923).

(...) Following his studies at the University of Athens, Stephanides taught mathematics and physics in high schools from 1896 to 1912 and, for the first time, introduced a weekly course devoted to the history of science in high schools, while continuing his own research. (...) (Phili, 2002, p. 227).

K. Stephanos e I. Hadjidakis participaram ativamente nos Congressos Internacionais de Matemáticos; além destes houve outros matemáticos que participaram nos Congressos, como G. Remoundos, P. Zervos e N. Hadjidakis. É interessante notar que em 1912, o Congresso em Cambridge, contou com a presença de K. Stephanos, P. Zervos, G. Remoundos e N. Hadjidakis, que apresentaram os seguintes trabalhos (ICM, 1913):

- K. Stephanos - *Sur l'équivalent analytique du problème des principes de la géométrie*;
- P. Zervos - *Sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre à trois variables indépendantes*;
- G. Remoundos - *Sur les singularités des équations différentielles*;
- N. Hadjidakis - *Systematische Recreationsmathematik in den mittleren Schulen*;
- N. Hadjidakis - *On pairs of Frenetian trihedral*.

No sexto congresso em Estrasburgo, os representantes da Grécia foram: N. Hadjidakis,

G. Rémondos, P. Zervos, N. Sakellariou, K. Maltezos²⁸⁵. Apresentaram cinco trabalhos, entre os quais três da autoria de P. Zervos.

Apesar do seu atraso científico, ou talvez por isso mesmo, a situação da Grécia era diferente da de Portugal, já que muitos dos seus matemáticos foram forçados a estudar fora do país, criando assim, de forma natural, ligações que muito contribuíram para a internacionalização.

8.3 Nota final

O estabelecimento da comunidade matemática mundial na segunda metade do século XIX e na primeira metade do século XX ocorreu numa atmosfera da construção ativa das sociedades matemáticas nacionais. A criação das sociedades matemáticas foi acompanhada pelo reforço dos contactos internacionais tanto a nível pessoal, como a nível das academias, universidades e diversas comunidades científicas (intercâmbio de publicações, revistas, participação em conferências).

A Rússia, territorialmente e pelo número de universidades, ultrapassava notoriamente os outros países; por isso neste país foram estabelecidos diversas sociedades matemáticas. Foram fundadas as Sociedades Matemática em Moscovo (1864), em Kharkov (1879), em Kazan (1880), em São Petersburgo (1890). Em 1911 em Espanha nasceu a Sociedade Espanhola de Matemática, em 1918, a Sociedade Matemática Grega (*Hellenic Mathematical Society*), e em 1940 foi criada a Sociedade Portuguesa de Matemática. Cada sociedade matemática editava a sua própria revista, atraindo, para publicação, autores estrangeiros.

Aumentava o número de universidades. No período considerado nasceram as novas universidades na Rússia: as Universidades de Kazan, de Kharkov (1804), de São Petersburgo (1819) e de Kiev (1834); na Grécia: a Universidade de Atenas e a Escola de Artes (1837); em Portugal: a Universidade de Lisboa e a do Porto (1911). Os livros de

²⁸⁵ Konstantinos Maltezos (1869-1951) - professor de Engenharia da National e Kapodistrian Universidade de Atenas, foi presidente de Sociedade Matemática Grega (*Hellenic Mathematical Society*), em 1927.

Matemática traduzidos, utilizados nas universidades durante muitos anos, são lentamente substituídos pelos manuais escritos pelos professores que lecionavam nestas universidades.

Assim, por exemplo, na Rússia eram anteriormente utilizados os manuais de Genocchi - Peano, Ch. Vallée Poussin, E. Cesàro e E. Goursat, mas no final de século XIX e início do século XX começaram a ser editados livros da autoria russa: *Introdução à Análise* de A.V. Vasiliev (1904-1908), *Curso Elementar da Teoria dos Números* (1909) de V. A. Steklov, *Curso da Geometria Analítica* (1836) de N. D. Brashman, *Cálculo das Probabilidades* (1900) de A. A. Markov entre outros.

Em Espanha, grande parte dos livros que passaram a ser utilizados nas universidades foi escrita pelo José Echegaray, Eduardo Torroja Caballé e Z. Garcia de Galdeano. Galdeano participou ativamente na reforma da educação matemática e escreveu manuais matemáticos tanto para o nível escolar, como para os estabelecimentos de ensino superior, cobrindo praticamente todas as áreas da Matemática.

Tal como Z. Garcia de Galdeano, o matemático grego Ioannis Hadjidakis, preocupado pelo estado da educação matemática na Grécia, elaborou livros de Matemática para todos os níveis de ensino, desde o básico até ao universitário.

A criação de sociedades matemáticas, a edição de revistas científicas e a preocupação com o estado de ensino de Matemática nos seus países, agem como catalisadores dos contactos internacionais entre os matemáticos.

A participação nos Congressos Internacionais de Matemáticos aumentou bastante e representantes ativos de vários países começaram a colaborar com a *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI).

Os fundadores da revista de resenhas *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* entram em contacto com os representantes de diferentes países (os matemáticos mais ativos do seu país) para colher os diversos resultados do trabalho científico. Desta forma aparece um novo tipo de matemático, o matemático com um amplo leque de interesses, que participa ativamente na formação da comunidade matemática, não só no seu país, mas também no exterior. A.V. Vasiliev (na Rússia), G. Galdeano (em Espanha), K. Stephanos (na Grécia) e G. Teixeira (em Portugal) são exemplo de matemáticos deste novo tipo.

Conclusão

A análise sistemática do processo de evolução da comunidade matemática a nível mundial encontra-se ainda numa fase inicial. Os primeiros passos desta investigação foram dados no último quartel do século XX, quando os historiadores da Matemática começaram a dedicar-se ao estudo da história social da Matemática. No centro das suas atenções encontram-se as comunidades matemáticas nacionais dos séculos XIX e XX e as estruturas que contribuíram para a formação da comunidade matemática internacional, (cf. (Goldstein, et al., 1996), (Parshall, et al., 2002)).

Enquadram-se no estudo deste fenómeno publicações sobre os protagonistas nacionais da comunidade matemática europeia, como por exemplo, sobre o russo A.V. Vasiliev (Yushkevich, 1968), o espanhol G. Galdeano (Camarero, 1982) e o grego K. Stephanos (Phili, 2010).

Neste trabalho dedicámo-nos ao protagonista português: Francisco Gomes Teixeira. Fizemos o enquadramento de algumas atividades europeias para a formação da comunidade matemática internacional, tendo em conta as tendências de internacionalização política, económica, social e cultural do fim do Século XIX e início do Século XX, e levamos a cabo um estudo do crescente envolvimento de Gomes Teixeira nestas atividades. Baseando-nos numa pesquisa em bibliotecas e arquivos portugueses e estrangeiros, encontrámos documentos inéditos que, tal como as cartas arquivadas na Universidade de Coimbra, dizem respeito aos contactos de Gomes Teixeira com cientistas estrangeiros que no seu tempo consolidaram as ligações entre Portugal e a comunidade científica mundial.

De facto, e em conformidade com a historiografia da Matemática em Portugal, Gomes Teixeira foi a primeira pessoa a dar um passo para abrir Portugal ao resto do mundo, preparando um terreno fértil e criando as condições que mais tarde permitiram aos seus sucessores estabelecer contactos regulares com cientistas estrangeiros.

O projeto de edição do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, que pode ser considerado como o primeiro passo para internacionalizar a Matemática em Portugal, foi provavelmente o maior contributo de Gomes Teixeira neste contexto. De facto, esta revista não só serviu para recolher e publicar os artigos dos matemáticos portugueses, como também permitiu atrair a atenção dos matemáticos estrangeiros, a quem Gomes Teixeira enviava a sua revista, solicitando em troca os seus artigos para publicação em Portugal. Desta forma Gomes Teixeira despertou o interesse dos cientistas estrangeiros pelos trabalhos portugueses e divulgou em Portugal a investigação levada a cabo fora do país.

Nesta tese, para além da sua atividade no âmbito *Jornal*, consideraram-se ainda outros contributos de Gomes Teixeira para a integração de Portugal na comunidade matemática internacional, nomeadamente através da sua investigação científica, da elaboração do seu curso de Análise Matemática, das relações que mantinha com instituições europeias de investigação e de ensino e dos contactos pessoais com protagonistas no panorama científico de outros países.

Sem cair no exagero podemos chamar ao final do século XIX e início do século XX a “*Era de Teixeira*”, pelo papel proeminente que Gomes Teixeira desempenhou como cientista e promotor da matemática portuguesa.

A ciência é o tesouro de toda a humanidade e hoje em dia, devido aos progressos tecnológicos, cada um de nós pode estar ligado ao resto do mundo sem sair de casa. O conceito de “matemática nacional” ainda se mantém em algumas áreas específicas, que nasceram na base de alguma especificidade nacional e não tiveram desenvolvimento fora de fronteiras, mas no geral a ciência desenvolve-se cada vez mais fora das limitações geográficas. Pessoas como Gomes Teixeira contribuíram no seu tempo com o seu trabalho para a formação desta comunidade matemática mundial.

Bibliografia

Abel, N. H., 1826a. Untersuchung der Functionen zweier unabhängig veränderlichen Größen x und y , wie $f(x, y)$, welche die Eigenschaft haben, daß $f(z, f(x, y))$ eine symmetrische Function von z, x und y ist.. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, pp. 11-15.

Abel, N. H., 1826b. Beweis der Unmöglichkeit, algebraische Gleichungen von höheren Graden als dem vierten allgemein aufzulösen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, pp. 65-87.

Agur, S., 2010. The establishment of modern shipping firms in Portugal 1850 – 1910. *EH590, Workshop in Economic History, LSE 10*.

Aleksandrov, P. S. & Demidov, S. S., 1969. *Problemas de Hilbert*. Moscovo: Nauka.

Alves, M. G., 2004. *Francisco Gomes Teixeira: o homem, o cientista, o pedagogo*. (Tese de doutoramento em Matemática, na especialidade de História da Matemática), Minho: Universidade do Minho.

Alves, M. G., 2012. *Francisco Gomes Teixeira: o homem, o cientista, o pedagogo*. Porto: U.Porto Editorial .

APPC, A., 1922. *Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências – Primeiro Congresso: Sessões Plenárias*. Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra.

APPC, A. P., 1943. *Quarto Congresso: Tomo I. Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências*. Porto, Imprensa Portuguesa, pp. 9-48.

Appel, P., 1917. Rapport de M. Appell sur les travaux de M. F. Gomes Teixeira.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences de Paris, Volume 165, pp. 906-908.

Archibald, R. C., 1918. Celebrated Problems of Geometry. *Bulletin of de American Mathematical Society*, vol. 24, N° 4, pp. 207-210.

Atas, A. P., 1925. *Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências, Primeiro Congresso: Sessões de Matemática, Astronomia e Ciências Físico – Químicas*. Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra.

Ausejo, E., 2008. La Asociación Española para el Progreso de las Ciencias en el Centenario de su creación. *Revista Complutense de Educación*, Volume XIX, pp. 295-310.

Ausejo, E. & Hormigon, M., 2002. Spain. In: *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*. s.l.:Birkhäuser, pp. 231-237.

Babbage, C., 1830. *Reflections on the Decline of Science in England, and on Some of Its Causes*. 1º ed. London: Printed by R. Clay Bread-Street-Hill, Cheapside.

Bazanov, V. A. & Yushkevich, A. P., 1992. *A. V. Vasiliev como um cientista e homem público*. Moscovo: Nauka.

Ben-Menahem, A., 2009. *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences, Vol. I*. Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Bernardo, L. L., 2006. *O Primeiro Congresso Português para o Progresso das Ciências, Tese de Mestrado*, Aveiro: Universidade de Aveiro.

Bernoulli, J., 1692. Solution du probleme de la courbure. *Journal des Sçavans*, pp. 189-192.

Bernoulli, J., 1693. Solution d'un probleme propose dans le 28. Journal de cette année, page 336.. *Journal des Sçavans*, pp. 405-408.

Bernoulli, J., 1694a. De motu musculorum meditationes mathematicae. *Acta Eruditorum*, pp. 200-206.

Bernoulli, J., 1694a. Solutio problematis Leibnitiani de curva accessus et recessus aequabilis a puncto dato. *Acta Eruditorum*, pp. 276-283.

Bernoulli, J., 1694b. De Methodo Tangentium Inversa, quousque tum in communis tum reconditoris Geometriae potestate sit et non sit *Acta Eruditorum*, pp. 391-394.

Bernoulli, J., 1694c. Modus generalis construendi omnes aequationes differentiales primi gradus. *Acta Eruditorum*, pp. 435-437.

Bernoulli, J., 1694b. Constructio facilis curvae aequabilis a puncto dato per rectificationem curvae algebraicae. *Acta Eruditorum*, pp. 394-400.

Bidwell, J. C. R., 1970. *Readings in The History of Mathematics Education*. Washington DC: NCTM.

Bobylin, V. V., 1899. L'Enseignement Mathématique en Russie état actuel. *L'Enseignement Mathématique*, Volume I, pp. 420-447.

Bolzano, B., 1837. *Wissenschaftslehre: versuch einer ausführlichen und grösstentheils neuen darstellung der logik mit steter rücksicht auf deren bisherige bearbeiter*. Sulzbach: J.E. v. Seidel.

Bottazini, U., 1986. *The Higher Calculus: A History of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass*. New York: Springer.

Bourbaki, N., 1963. *Arquitectura da matematica. Ensaio sobre a história da matemática*. Moscovo: Inostrannaya literatura (russo; trad. do francês).

Brigaglia, A., 2002. The First International Mathematical Community: The Circolo matematico di Palermo. In: K. Parshall & A. Rice, eds. *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800 – 1945*. London: London Mathematical Society, pp. 179-200.

Brigaglia, A. & Masotto, G., 1982. *Il Circolo matematico di Palermo*. Bari: Edizioni Dedalo.

Brill, A. & Noether, M., 1894. Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit. *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, Volume III, pp. 107-566.

Bugaev, N. V., 1901. Generalização de série de Lagrange. *Moscow Mathematical Papers*, vol 22, p. 219.

Bürmann, H. H., 1796. *Essai de calcul fonctionnaire aux constantes ad-libitum*. Paris: s.n.

Camarero, G. E., 1982. La Matemática en la España del siglo XIX. *Actas II Congreso*

de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias, Volume II, pp. 115-130.

Campos, L. M. B. C., 1988. *Análise Aplicada e Campos de Força*. Lisboa: Calouste Gulbenkian Foundation.

Campos, L. M. B. C., 1990. On Generalizations of the Series of Taylor, Lagrange, Laurent and Teixeira. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, Volume 13, pp. 687-708.

Carrillo, J. A. M., 1963. Las matemáticas en la España del siglo XIX. *Almena*, pp. 147-153.

Carvalho e Silva, J., 2000. *A Faculdade de Matemática na Universidade de Coimbra (1772 – 1911)*. Coimbra: Univ. Coimbra.

Carvalho e Silva, J., 2005. *Algumas notas sobre a Matemática em Portugal (1900-1936)*. *Afinidades-Revista da Casa Museu Abel Salazar*, Nº 1-II Série, 11 pp.

Carvalho, R. d., 1996. *História do Ensino em Portugal*. Lisboa: Edição da Fundação Calouste Gulbenkian.

Castro Freire, F., 1872. *Memoria Historica da Faculdade de Mathematica*. Coimbra: s.n.

Cauchy, A.-L., 1821. *Cours d'analyse de l'École royale polytechnique. Première partie: Analyse algébrique*. Paris: De l'Imprimerie Royale .

Cesàro, E., 1894. *Corso di Analisi Algebrica con introduzione al calcolo infinitesimale*. Torino: Fratelli Bocca Editori.

CIEM, 1908. Commission internationale de l'enseignement mathématique: Chronique. *L'Enseignement Mathématique*, Volume X, p. 333.

Comtet, L., 1974. *Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions.*. Dordrecht – Holland/Boston – U.S.A.: D. Riedel Publishing Company.

Coray, D. & Hodgson, B. R., 2003. Introduction. *Proceedings of the EM-ICMI Symposium (2000). One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique.*, pp. 9-14.

Costa Lobo, F. M. d., 1921. Sur la courbe décrite par le Pôle sur la surface de la terre. *Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens*, pp. 515-520.

Costa, P. F. da, Leitão H., 2008. Portuguese Imperial Science: A Historiographical Review, in Bleichmar, D. et al. (eds.), *Science in the Spanish and Portuguese Empires, 1500-1800* (Stanford, Calif.: Stanford University Press, 2008), pp. 35-53 (notes, pp. 335-343).

Cunha Brochado, J. d., 1909. *Memorias de José da Cunha Brochado: extrahidas das suas obras ineditas*. Coimbra: França Amado.

Cunha, J. A. d., 1811. *Principes mathématiques de feu Joseph Anastace da Cunha, traduits littéralement du portugais. Par J. M. d'Abreu*. Bordeaux : De l'Imprimerie D'André Racle.

Cunha, J. A. d., 1856. Ensaio sobre os Principios de Mechanica. *O Instituto: Revista científica e literária*, vol. 4, pp. 212 - 214, 222 - 223, 236 - 238.

Cunha, J. A. d., 1987. *Principios Mathematicos. Reprodução fac-simile da edição publicada em Lisboa em 1790*. Coimbra: Universidade de Coimbra, Gráfica de Coimbra.

D'Ocagne, M., 1892. F. Gomes Teixeira - Curso de Analyse Infinitésimal. *Bolletín des Sciences Mathématiques*, Volume XVI, pp. 302-305.

Dauben, J. W., Scriba, C. J. & (eds.), 2002. *Writing the History of Mathematics : Its Historical Development*. Basel: Birkhäuser.

Davis, P. J. & Hersh, R., 1998. *The Mathematical Experience*. Boston: Mariner Books.

Dedekind, R., 1912. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn.

Demidov, S. S., 1995. "Coletânea matemática" em 1866-1935 (russo). *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, Volume 336, pp. 127-145.

Demidov, S. S., Tikhomirov, V. M. & Tokareva, T. A., 2003. História da Sociedade Matemática de Moscovo (russo). *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, Volume 43, pp. 27-48.

Dias Agudo, F. R., 1986. Contribuição da Academia das Ciências de Lisboa para o Desenvolvimento da Ciência. In: *História e Desenvolvimento da Ciência em Portugal*. Lisboa: Acad. Ciências de Lisboa, p. 1301 – 1340.

Dickson, L. E., 1919. *History of the Theory of Numbers, Divisibility and Primality*,

Volume I. Washington: Carnegie Institution of Washington.

Dottrens, R. et al., 1966. *Eduquer et Instruire..* Paris: UNESCO.

EB, 1946, v. 6. *Encyclopædia Britannica*. London: Encyclopaedia Britannica, Incorporated.

Echegaray, J., 1866. *Historia de las matemáticas puras en nuestra España*. Madrid: s.n.

Euler, L., 1748. *Introductio in analysin infinitorum*. Lausanne: Apud Marcum-Michaellem Bousquet & Socios.

Fauvel, J. & van Maanen, J., 2000. *History in Mathematics Education. The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ferraro, G., 2008. *The Rise and Development of the Theory of Series up to the Early 1820s*. s.l.:Springer.

Ferraro, G. & Panza, M., 2003. Developing into series and returning from series: A note on the foundations of eighteenth-century analysis. *Historia Mathematica*, Volume XXX, pp. 17-46.

Ferraro, G. & Panza, M., 2012. Lagrange's Theory of Analytical Functions and his Ideal of Purity of Method. *Archive for History of Exact Sciences*, Volume 66, pp. 95-197.

Ferreira, L., s.d. *O papel das Academias no desenvolvimento da Ciência em Portugal: o caso do Instituto de Coimbra*. Coimbra: Biblioteca Geral da Universidade de Coimbra.

Fichtenholz, G. M., 1962. *A Course of Differential and Integral Calculus (russo)*. Moscow: Fizmatgiz.

Forsyth, A. R., 1893. *Theory of Functions of a Complex Variable*. Cambridge: University Press.

Forsyth, A. R., 1906. *Theory of Differential Equations (T. VI)*. Cambridge: University Press.

Freudenthal, H., 1974. The impact of von Staudt's foundations of geometry. In: R. S. Cohen, J. J. Stachel & M. W. Wartofsky, edits. *For Dirk Struik: Scientific, Historical and Political Essays in Honour of Dirk J. Struik*. Dordrecht - Holland: D. Reidel Publishing Company, pp. 189-200.

Furinghetti, F., 2003. Mathematical instruction in an international perspective: the contribution of the journal *L'Enseignement Mathématique*. *Monographie de L'Enseignement Mathématique*, 39, pp. 19-46.

Galdeano, Z. G., 1898. L'unification des concepts dans les mathématiques. *Verhandlungen des ersten Internationalen Mathematiker-Kongresses*, pp. 196-200.

Galdeano, Z. G., 1899. Les Mathématiques en Espagne. *L'Enseignement Mathématique*, Volume I, pp. 6-21.

Galdeano, Z. G., 1902. Note sur la critique mathématique. *Compte rendu du Deuxième Congrès International des Mathématiciens*, p. 405.

Galdeano, Z. G., 1909. Quelques mots sur l'enseignement mathématique en Espagne. *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici*, Volume III, pp. 529-530.

Galois, É., 1846. Oeuvres mathématiques. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, Volume 11, p. 381 – 444.

García Sierra, P., 1993. La evolución filosófica e ideológica de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias (1908-1979). *El Basilisco*, Volume 15 - 2ª época, pp. 49-81.

Garret, G. A., 1900. *Homenagem da Camara dos Dignos Pares do Reino ao Doutor Gomes Teixeira, sessão de 8 de Maio de 1900*. Lisboa: Imprensa Nacional.

Gispert, H., 1990. Principes de l'analyse chez Darboux et Houël (1870-1880) : textes et contextes. *Revue d'histoire des sciences*, Volume 43 (2-3), pp. 181-220.

Gnedenko, B. V., 1974. Academia das Ciências e desenvolvimento de educação de matemática em USSR (russo). *Matemática na Escola*, Volume II.

Gnedenko, B. V., 1974. No aniversário de 250 anos da Academia das Ciências de USSR (russo). *Matemática na Escola*, Volume I.

Göbel, S., 2008. Starting the management of knowledge in mathematics: The "Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik". *A Focus on Mathematics*, pp. 9-13.

Göbel, S., 2011. Glimpses into the history of Zentralblatt MATH. In: O. Teschke, B. Wegner & D. Werner, edits. *80 Years of Zentralblatt MATH*. Berlin: Springer-Verlag, pp. 1-17.

Goldstein, G., Gray, J., Ritter, J. & (eds.), 1996. *L'Europe mathématique : histoire, mythes, identités*. Paris: Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme.

Gonçalves, V., 1940. *Análise do livro VIII dos "Principios Mathematicos" de José Anastácio da Cunha*. s.l., s.n., p. 123 – 140.

Goursat, E., 1896. *Leçons sur L'Intégration des Équations aux Dérivées Partielles du Second Ordre, vol. I*. Paris: Librairie Scientifique A. Hermann.

Goursat, E., 1898. *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre. Vol.2*. Paris: Librairie Scientifique A. Hermann.

Goursat, E., 1902. *Cours d'analyse mathématique*. Paris: Gauthier-Villars.

Goursat, E., 1904. *A Course in Mathematical Analysis*. Boston: Ginn & Company.

Grattan-Guinness, I., 2000. *Rainbow of Mathematics: A History of the Mathematical Sciences*. s.l.:W. W. Norton & Company.

Grattan-Guinness, I., 2002. The End of Dominance: The Diffusion of French Mathematics Elsewhere, 1820-1870. In: K. H. Parshall & A. C. Rice, eds. *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800-1945*. s.l.:American Mathematical Society, pp. 17-44.

Gray, J. & Ortiz, E. L., 1999. On the Transmission of Riemann's Ideas to Portugal. *Historia Mathematica*, Volume 26, pp. 52-67.

Guimarães, R., 1900. *Les Mathématiques en Portugal au XIX siècle, Aperçu Historique et Bibliographique*. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Guimarães, R., 1909. *Les Mathématiques en Portugal au XIX Siècle*. Coimbra: Imprimerie de l'Université.

Guimarães, R., 1911. *Les Mathématiques en Portugal, Appendice II*. Coimbra: Imprimerie de l'Université.

Guimarães, R., 1914. Biografia de Francisco Gomes Teixeira. *História e Memórias da Academia das Ciências de Lisboa* nova série, 2ª classe, ciencias morais e políticas, e belas artes (XII, parte II — n.º 4), Lisboa: Imprensa Nacional.

Habetha, K., 1983. Function theory in algebras. In: E. Lanckau & W. Tutschke, eds. *Complex analysis. Methods, trends, and applications*. Berlin: Akademie-Verlag, pp. 225-

Hacker, J., 2012. *Leopoldina – Nationale Akademie der Wissenschaften*. Berlin: Buch- und Offsetdruckerei Heenemann.

Harnack, A., 1881. *Die Elemente der Differential - und Integralrechnung*. Leipzig: Teubner.

Henriques, H. C., 2005. Os livros de Matemática durante a monarquia: Um breve roteiro. In: D. Moreira & J. M. Matos, edits. *História do Ensino da Matemática em Portugal*. Lisboa: SEM-SPCE, pp. 181-198.

Hermite, C., 1873. *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*. Paris: Gauthier-Villars.

Hille, E., 1973. *Analytic function theory*. 2° ed. New York: Chelsea Publishing Company.

Hindenburg, C. F., 1798. Versuch einer vereinfachten Analysis; ein Auszug eines Auszuges von Herrn Bürmann. *Archiv der reinen und angewandten Mathematik*, Volume II, p. 495–499.

Hormigon, M., 1984. Una aproximacion a la biografia cientifica de Garcia de Galdeano. *El Basilisco*, Volume XVI, pp. 38-47.

Hormigon, M., 1991. Garcia de Galdeano's Works on Algebra. *Historia Mathematica*, Volume XVIII, pp. 1-15.

Hormigon, M., 1993. Garcia de Galdeano and El Progreso matematico. In: M. Hormigon & E. Ausejo, edits. *Messengers of Mathematics: European Mathematical Journals (1800 – 1946)*. Madrid: Siglo XXI de Espana Editores, S.A., pp. 95-115.

Hormigon, M. & Ausejo, H., 2002. Spanish initiatives to bring mathematics in Spain into the international mainstream. In: K. H. Parshall & A. C. Rice, edits. *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800-1945*. s.l.:American Mathematical Society, pp. 45-60.

Houël, J., 1878-81. *Cours de Calcul Infinitésimal*. Paris: Gauthier-Villars.

Hurwitz, A. & Courant, R., 1974. *Vorlesungen über allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen*. 4° ed. Berlin, Göttingen, Heidelberg, New York: Springer.

ICM, I. C. o. M., 1913. *Proceedings of the Fifth International Congress of*

Mathematicians. Cambridge: University Press.

Imschenetsky, V. G., 1916. *Integração das equações ás derivadas parciais de primeira e segunda ordem (russo)*. 1º ed. Moscovo: Sociedade Matemática de Moscovo.

Jahnke, H. N., 2003. *History of Analysis*. s.l.:American Mathematical Society.

Jordan, C., 1909-15. *Cours d'Analyse*. Paris: Gauthier-Villars.

Kharlamova, V. I. & Malonek, H. R., 2004. Portuguese lectures of the Ukrainian mathematician N. M. Kryloff (ucraniano). *Vestnik da Academia Nacional de Ciências da Ucrânia*, N°11, pp. 63-67.

Kharlamova, V. I., Kharlamov, A. A. & Malonek, H. R., 2011. Revistas matemáticas e a sua internacionalização: a primeira revista portuguesa "Jornal de ciências matemáticas e astronómicas".. *Istoriko-Matematicheskie Issledovaniya (in print; russo)*.

Knopp, K., 1928. *Theory And Application Of Infinite Series*. 1ª inglesa ed. London: Blackie And Son Limited.

Knuth, D. E., 1992. Convolution polynomials. *Matematica J.* 2, n. 4, pp. 67-78.

Koenig, F., 1987. *Kommentierender Anhang zu Funktionentheorie von F. Klein*. Leipzig: Teubner.

Kryloff, N. M., 1927. *Espólio de N. M. Kryloff*. Moscovo: Arquivo da Academia das Ciências da Rússia .

L'Hôpital, G., 1694a. Solutio problematias geometrici ... (Übernahme aus: Commentaria mathematico-physica Parisiensia, 1693, 30. Junii). *Acta Eruditorum*, pp. 193-196.

L'Hôpital, G., 1694. Enodatio difficultatis ... super solutione problematis Bernoulliani. *Acta Eruditorum*, pp. 387-388.

Lacerda, A. F., 1917. Congresso de Sevilha. *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, Volume XII, pp. 129-218.

Lagrange, J.-L., 1770. Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin*, Volume XXIV, pp. 251-326.

Lagrange, J. L., 1771. Sur le probleme de Kepler. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin*, Volume XXV.

Lagrange, J. L., 1797. *Théorie des fonctions analytiques*. Paris: Imprimerie de la Republique, Prairial .

Lagrange, J. L. & Legendre, A.-M., 1799. Rapport sur deux mémoires d'analyse du professeur Bürmann. *Mémoires de l'Institut National des Sciences et Arts: Sciences Mathématiques et Physiques*, Volume II, pp. 13-17.

Laisant, C., 1900. Sur l'état d'avancement des travaux du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. *Bibliotheca mathematica*, Volume III (1), pp. 246-249.

Laugwitz, D., 1992. "Das letzte Ziel ist immer die Darstellung einer Funktion": Grundlagen der Analysis bei Weierstraß 1886, historische Wurzeln und Parallelen. *Historia Mathematica*, Volume XIX, pp. 341-355.

Leibniz, G. W., 1684. Nova methodus pro maximis et minimis.... *Acta Eruditorum*, pp. 467-473.

Leibniz, G. W., 1691. Extrait d'une lettre de Mr. de Leibniz. *Journal des Savants*, pp. 259-262.

Leibniz, G. W., 1694a. De primae philosophiae emendatione, et de notione substantiae. *Acta Eruditorum*, pp. 110-112.

Leibniz, G. W., 1694b. Nova calculi differentialis applicatio et usus. *Acta Eruditorum*, pp. 311-316.

Leibniz, G. W., 1694c. Constructio propria problematis de curva isochrona paracentrica. *Acta Eruditorum*, pp. 364-375.

Leitão, H., 2003. Jesuit Mathematical Practice in Portugal, 1540–1759, in: Mordechai Feingold (ed.), *The New Science and Jesuit Science: Seventeenth Century Perspectives* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003), pp. 229-247.

Leitão, H., 2004. The Practice of Mathematics in Portugal: Problems and Methods. *The Practice of Mathematics in Portugal (The International Meeting, Óbidos, 2000)*, Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, pp. 1 - 33.

Leite, D., 1933. Professor Doutor Francisco Gomes Teixeira. *Anais da faculdade de*

ciências do Porto, Volume 18, pp. 193-207.

Lockwood, E. H., 1971. *A Book of Curves*. Cambridge: Cambridge University Press.

Loria, G. & Borel, E., 1905. Réformes à accomplir dans l'enseignement des mathématiques. *L'Enseignement Mathématique*, Volume VII, pp. 382-383.

Lützen, J., 1990. *Joseph Liouville (1809–1882): Master of pure and applied mathematics..* s.l.:Springer-Verlag.

Malonek, H. R. & Kharlamova, V. I., 2010. It all began with publications in Teixeira's Journal: some remarks on August Gutzmer. In: *History and Epistemology of Mathematics*. Braga: Centro de Matemática da Universidade do Minho, pp. 59-71.

Mangoldt, H. v., 1911. *Einführung in die höhere Mathematik*. Leipzig : Tebner.

Marques de Almeida, A., 2010. *Dicionário Histórico de Sefarditas Portugueses, Mercadores e Gente de Trato*. Lisboa: Campo da Comunicação.

Marques, S. M., 2004. Jornal de Matemática Elementar: Um jornal com mais de cem anos, Entrevista com o seu director Sérgio Macias Marques. *Gazeta de Matemática*, Volume 147, pp. 4-6.

Mattoso, J. & Hespanha, A. M., 1997. *História de Portugal, O Antigo Regime 1620-1807*. s.l.:Editorial Estampa.

McKinnon Riehm, E. & Hoffman, F., 2011. *Turbulent Times in Mathematics: The Life of J.C. Fields and the History of the Fields Medal*. s.l.:American Mathematical Society, The Fields Institute.

Miller, G. A., 1912. Some thoughts on modern mathematical research. *Science*, Volume XXXV, pp. 877-887.

Monteiro, A. A., 1943. Um Jornal Português Esquecido. *Gazeta de Matemática*, pp. 1-4.

Morais, M. L. C., 2007. *A Primeira década dos Congressos Luso - Espanhóis para o Progresso das Ciências (Tese de mestrado)*, Aveiro: Universidade de Aveiro.

MSJ, M. S., 1993. *Encyclopedic Dictionary of Mathematics: The Mathematical Society of Japan*. s.l.:MIT Press.

Müller, F. & Orthmann, C., 1871. Vorrede. *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, Volume I.

Nakagawa, S., 1914. On some problems of concurrence in the geometry of the triangle. *Tôhoku mathematical Journal*, Volume IV, pp. 1-9.

Neuenschwander, E., 1994. Mathematical journals. In: *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Routledge, London-New York: I. Grattan - Guinness, pp. 1533-1539.

Neves, A., 2008. *Séries na obra de F. Gomes Teixeira : dois artigos de 1896 e de 1900 no Crelle Journal (Tese de mestrado)*, Aveiro: Universidade de Aveiro.

Neves, A., 2008. *Séries na obra de F. Gomes Teixeira : dois artigos de 1896 e de 1900 no Crelle Journal (Tese de mestrado)*, Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Matemática.

Newton, I., 1671. A Letter of Mr. Isaac Newton, Professor of the Mathematicks in the University of Cambridge; Containing His New Theory about Light and Colors: Sent by the Author to the Publisher from Cambridge, Febr. 6. 1671/72. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, pp. 3075-3087.

Newton, I., 1672. A Serie's of Quere's Propounded by Mr. Isaac Newton, to be Determin'd by Experiments, Positively and Directly Concluding His New Theory of Light and Colours. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, pp. 4004-5007.

Newton, I., 1672. An Extract of Another Letter of the Same to the Publisher, Dated March 30. 1672. by Way of Answer to Some Objection, Made by an Ingenious French Philosopher to the New Reflecting Telescope. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, pp. 4034-4035.

Nunes, M. d. F., 2011. Memória (e) História da Matemática em Portugal (1900–1940): A construção de uma identidade científica europeia. *BOLETIM DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA*, Outubro, pp. 73-87.

Oakes, S., Pears, A. & Rice, A., 2005. *The Book of Presidents 1865 - 1965: London Mathematical Society*. London: London Mathematical Society.

Opotowski, I., 1939. Combinatoric interpretation of a formula for the n th derivative of

a function of a function. *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 45, N° 12, part 1, p. 944.

Ortiz, E. L., 1994. Spain, Portugal and Ibero-America, 1780-1930. In: I. Grattan-Guinness, ed. *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Baltimore: Johns Hopkins University Press, pp. 1505-1511.

Ortiz, E., 1996. The nineteenth-century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery. In: C. Goldstein, J. Gray & J. Ritter, eds. *L'Europe mathématique : histoires, mythes, identités*. Paris: Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, pp. 323-346.

Osgood, W. F., 1903. A modern French Calculus. *Bulletin of the American Mathematical Society*, Volume IX, pp. 547-555.

Ostermann, A. & Wanner, G., 2012. *Geometry by Its History*. s.l.:Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Parshall, K. H., Rice, A. C. & (eds.), 2002. *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800-1945*. Providence: American Mathematical Society.

Peano, G. & Genocchi, A., 1884. *Calcolo Differenziale e Principii di Calcolo Integrale*. Turim: Fratelli Bocca.

Perl, T., 1979. The Ladies' Diary or Woman's Almanack, 1704–1841. *Historia Mathematica*, Volume VI, pp. 36-53.

Phili, C., 1997. Sur le développement des mathématiques en Grèce durant la période 1850 – 1950. In: *Istorico-Matematicheskie Issledovaniya*. Moscovo: Yanus-K, pp. 80-102.

Phili, C., 2001. Mathematics and Mathematical Education in the University of Athens from its Foundation to the Beginning of the XXth Century. *Archives Internacionales d'Histoire des Sciences*, Volume LI (146), pp. 74-98.

Phili, C., 2002. Greece. In: J. W. Dauben & C. J. Scriba, eds. *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*. s.l.:Birkhäuser, pp. 221-229.

Phili, C., 2009. *Kyparissos Stephanos and extension on the calculus of linear substitutions*. Thessaloniki, s.n.

Phili, C., 2010. On the Foundation of the Academy of Athens. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Volume 9, pp. 99-114.

Picard, E., 1903-1908. *Traité d'Analyse*. Paris: Gauthier-Villars.

Pierpont, J., 1899. Curso de Analyse Infinitésimal. F. Gomes Teixeira. *Bulletin of the American Mathematical Society*, Volume V, pp. 483-484.

Pinto, H., 2011. A Academia Politécnica do Porto (1837–1911), uma breve descrição. *Suplemento do Boletim da SPM*, Volume 65, pp. 40-42.

Providência, N. B., 2011. *Francisco Gomes Teixeira. Um Ensaio Biográfico*. Coimbra: Edições MinervaCoimbra.

Queiró, J. F., 1994. José Anastácio da Cunha: um matemático a recordar, 200 anos depois. *Boletim da SPM*, nº 29, p. 1 – 18.

Ramos, A. & Malonek, H. R., 2003. Um capítulo esquecido: sócios matemáticos estrangeiros do Instituto de Coimbra na terceira década do século XX. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Volume 49, pp. 93-105.

Ramos, A. & Malonek, H. R., 2005. Portugal e a fundação da União Matemática Internacional. *Gazeta de matemática*, Volume 148, pp. 12-17.

Rassias, T. M., 2004. The Greek Mathematical Society. *European Mathematical Society, Newsletter 53*, September, pp. 34-35.

RCMP, 1928. *Annuario biografico del Circolo Matematico di Palermo 1928*. Palermo: Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.

Redondo, F. A. G. & Léon, M. d., 2001. El primer congreso matemático en España (Zaragoza, 1908) y las orígenes de la RSME. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Volume I, pp. 279-291.

Rey Pastor, J., 1915. *Los Progresos de la Matemática en España y los Progresos de España en la Matemática*. Madrid, Imprenta de Eduardo Arias, pp. 1-19.

Riordan, J., 1946. Derivatives of composite functions. *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 52, Nº 8, part I, pp. 664-667.

Rodrigues, J. F., 2004. Portuguese mathematical journals: some aspects of (almost) periodical research publications. *The Practice of Mathematics in Portugal (The*

International Meeting, Óbidos, 2000). Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, pp. 601-627.

Rodrigues, J. F., 2010. "Portugaliae Mathematica" e "Interfaces and Free Boundaries", duas revistas científicas contemporâneas editadas a partir de Portugal. *Gazeta de Matemática*, Volume 161, pp. 55-58.

Rollet, L. & Nabonnand, P., 2003. An Answer to the Growth of Mathematical Knowledge? The Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques. *European Mathematical Society Newsletter*, Volume 47, pp. 9-14.

Roque, O., 2008. *Séries na obra de F. Gomes Teixeira: Cap. VI da Memória de 1897 (Tese de mestrado)*, Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Matemática.

Rothe, H. A., 1793. *Formulae de serierum reversione demonstratio universalis signis localibus combinatorio-analyticorum vicariis exhibita. Dissertatio Academica*. Leipzig: Verlag Sommer.

RSL, R. S. o. L., 1891. *Catalogue of Scientific Papers (1874-1883)*. London: Cambridge University.

RSPM, 1895. Prefacio. *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques*, Volume III (1), p. 4.

Rudio, F., 1898. *Verhandlungen des ersten Internationalen Mathematiker- Kongresses in Zürich vom 9. bis 11. August 1897*. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubnee.

Santos, R., 2008. Episódios na História da Estatística, Rodolpho Guimarães (1904). *Boletim SPE*, p. 11.

Saraiva, L. M. R., 2000. A Survey of Portuguese Mathematics in the Nineteenth Century. *Centaurus*, vol.42, pp. 297-318.

Saraiva, L. M. R., 2002. Portugal. In: J. W. Dauben & C. J. Scriba, edits. *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*. s.l.:Birkhäuser, pp. 239-247.

Saraiva, L. M. R., 2004. *O início da actividade científica de Francisco Gomes Teixeira (1851-1933)*. Natal, EDUFRN, pp. 161-176.

Saraiva, L. M. R., 2008. Mathematics in the Memoirs of the Lisbon Academy of Sciences in the 19th century. *Historia Mathematica*, n° 35, pp. 302-326.

Saraiva, L. M. R., 2012. A década prodigiosa da Matemática Portuguesa: Os começos da Sociedade Portuguesa de Matemática (1936-1945). *Revista Brasileira de História da Matemática*, Volume XI, nº 23, pp. 73-98.

Schiappa Monteiro, A., 1889. *Protesto apresentado á Assembleia Geral da Academia Real das Sciencias*, Lisboa: Adolpho, Modesto & C^a – Impressores.

SFMK, 1946. *Uspekhi matematicheskikh nauk (russo)*. Kazan: Sociedade Fisico-Matemático de Kazan.

Siegmund-Schultze, R., 1993. *Mathematische Berichterstattung in Hitlerdeutschland. Der Niedergang des „Jahrbuchs über die Fortschritte der Mathematik“*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Stefanides, M., 1923. The Mathematics of the Byzantines. *Athena*, pp. 206-218.

Tavares, D., 2006. *As Espirais na Obra de Francisco Gomes Teixeira (Tese de mestrado)*, Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Matemática.

Teixeira, F. G., 1871. *Desenvolvimento das funções em fracção continua..* Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1873. Aplicação das fracções continuas á determinação das raízes das equações. *Jornal das Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes*, IV, Volume IV, pp. 89-94.

Teixeira, F. G., 1875. *Integração das equações ás derivadas parciaes de segunda ordem..* Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1877. Introdução. *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, Volume I, p. 3.

Teixeira, F. G., 1878. Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles. *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*.

Teixeira, F. G., 1880. Sur les dérivées d'ordre quelconque.. *Giornale di Matematica di Bettaglini*, XVIII, Volume XVIII, pp. 301-307.

Teixeira, F. G., 1880. Sur les dérivées d'ordre quelconque. *Giornale di Matematica di Battaglini*, Volume 18, pp. 301-307.

Teixeira, F. G., 1880. Sur les dérivées d'ordre quelconque. *Giornale di Matematica di Battaglini*, Volume XVIII, p. 306.

Teixeira, F. G., 1881. Sobre a historia do Nonius. *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, Volume III, pp. 73-80.

Teixeira, F. G., 1881. Sur le développement des fonctions implicites en série.. *Journal de mathématiques pures et appliquées* , VII, 3^a série.

Teixeira, F. G., 1881. Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, Volume XCIII, pp. 702-703.

Teixeira, F. G., 1882. Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre. *Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique*, Volume III, pp. 486-498.

Teixeira, F. G., 1885. Ueber einen Satz der Zahlentheorie. *Archiv der Mathematik und Physik*, Volume II, pp. 265-268.

Teixeira, F. G., 1888. Extrait d'une lettre adressée a M. Hermite.. *Bulletin des Sciences Mathématiques* , XII, deuxième série, pp. 272-276.

Teixeira, F. G., 1888. Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira a M. Hermite.. *Bulletin des Sciences Mathématiques* , XII, deuxième série, pp. 288-290.

Teixeira, F. G., 1889. Congresso internacional de Bibliographia das sciencias mathematicas. *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, Volume IX, pp. 143-146.

Teixeira, F. G., 1896. Sur le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances du sinus et du cosinus de la variable.. *Journal für die reine und angewandte* , CXVI (Heft I), pp. 14-32.

Teixeira, F. G., 1896. Sur le développement x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable. *Nouvelles Annales de Mathématiques*, Volume XV, pp. 270-274.

Teixeira, F. G., 1898. Sur l'enveloppe d'une droite de longueur donné s'appuyant sur deux droites. *L'intermédiaire des mathématiciens*, Volume V, pp. 162-163.

Teixeira, F. G., 1900. Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction

donnée.. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, CXXII (Heft 2), pp. 97-123.

Teixeira, F. G., 1903. Remarques sur un travail publié par N. Bougaiev.. *Bulletin de la Société Physico-Mathématique de Kasan*, XIII, pp. 67-70.

Teixeira, F. G., 1904-1912. *Obras sobre Matematica do Dr. F. Gomes Teixeira*, vol 1-6. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1905a. Introdução. *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, Volume I, p. 5.

Teixeira, F. G., 1905. *Tratado de las Curvas Especiales Notables por F. Gomes Teixeira*. Madrid: Imprenta de la "Gaceta de Madrid".

Teixeira, F. G., 1906. *Curso de Analyse Infinitesimal. Calculo Differencial*. 4º ed. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1908-1915. *Traité des Courbes Spéciales Remarquables planes et gauches*. 1º ed. Paris: Éditions Jacques Gabay.

Teixeira, F. G., 1912a. *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo Integral*. 3º ed. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1917. *Duas Alocuções lidas no Congresso de Sevilha. Em Opusculos..* Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Teixeira, F. G., 1920. Congresso scientifico do Porto. *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, Volume XIV, pp. 113-116.

Teixeira, F. G., 1925a. L'Oeuvre des Mathématiques en Portugal depuis le siècle XV jusqu'au siècle XVIII.. *Memoria Ponteficia Accademia delle Scienze Nuovi Lincei. Vol. VIII, Roma: École Typographique Pie X.*

Teixeira, F. G., 1925b. *Panegíricos e Conferências*. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1926. *Santuários de Montanha*. Lisboa: Livraria Clássica Editora.

Teixeira, F. G., 1928. *Apoteose de S. Francisco de Assis*. Lisboa: Livraria Clássica Editora.

Teixeira, F. G., 1930. *Uma Santa e uma sábia, Clara de Assis e Sofia Kovalewsky*.

Lisboa: Livraria Clássica Editora.

Teixeira, F. G., 1931. *Santo António de Lisboa*. Lisboa: Livraria Clássica Editora.

Teixeira, F. G., 1934. *História das Matemáticas em Portugal*. Coimbra: Imprensa da Universidade.

Teixeira, F. G., 1971. *Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches I, II, III*. New York: Chelsea.

Teixeira, F. G., 1995. *Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches I, II, III*. Paris: Editions Jacques Gabay.

Teixeira, F. G., não datado. *Ecos da minha vida. Coleção de notícias dadas em várias revistas e jornais sobre os meus trabalhos*. Lisboa: Biblioteca da Academia de Ciências de Lisboa.

Teschke, O., Wegner, B., Werner, D. & (Eds.), 2011. *80 Years of Zentralblatt MATH, 80 Footprints of Distinguished Mathematicians in Zentralblatt*. Berlin: Springer-Verlag.

Torroja, J. M., 1938. *La Asociación española para el progreso de las ciencias en su primera época: 1908 – 1936*. Barcelona: Asociación española para el progreso de las ciencias.

Trott, M., 2004. *The Mathematica GuideBook: Graphics*. 1º ed. New York: Springer-Verlag.

Vasiliev, A. V., 1958. Matemática nos últimos 50 anos (russo). *Educação de matemática*, Volume II, pp. 56-57.

Vilhena, H., 1936. *O Professor Doutor Francisco Gomes Teixeira*. Lisboa: Oficinas Fernandes.

Vygotskij, M. Y., 1948. Matemática na Universidade de Moscovo na segunda metade do século XIX (russo). *Istoriko-Matematicheskie Issledovaniya*, Volume I, pp. 141-184.

Weierstrass, K., 1886. *Abhandlungen aus der Functionenlehre*. Berlin: J. Springer.

Weierstrass, K., 1988. *Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre. Vorlesung, gehalten in Berlin 1886, mit weiteren Originalarbeiten*. Leipzig: Teubner.

Whittaker, E. T. & Watson, G. N., 1927. *A Course of Modern Analysis*. Cambridge:

University Press.

Wussing, H., 1979. *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften .

Wussing, H., 1998. *Lecciones de Historia de las Matemáticas*. Madrid: Siglo XXI de España Editores, S. A..

Yushkevich, A. P., 1968. *História da Matemática na Rússia antes de 1917 (russo)*. Moscovo: Nauka.

Yushkevich, A. P., 1972. "Princípios Matemáticos" de Anastácio da Cunha (russo). In: *A história da matemática desde os tempos antigos até o início do século XIX*. Moscovo: Nauka, p. 291–292.

Yushkevich, A. P., 1973. J. A. da Cunha e problemas de Análise Matemática (russo). In: *Istoriko-matemáticheskie issledovaniya*. Moscovo: Nauka, p. 157–175.

Yushkevich, A. P., 1979. C. F. Gauss e J. A. da Cunha (russo). In: *Istoriko-matemáticheskie issledovaniya*. Moscovo: Nauka, p. 186–190.

Yushkevich, A. P., 1984. *Herança científica. Correspondência S.V. Kovalevskaya e G.Mittag-Leffler (russo)*. Moscovo: Nauka.

Zweng, M. e., 1983. *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Boston, Birkhäuser Boston.

Zworykin, A. A., 1959. *Dicionário Biográfico de Ciência e Tecnologia (russo)*. Moscovo: Estatal Editora Científica.

Anexo A – Listas de publicações dos matemáticos portugueses

Lista de publicações de matemáticos portugueses referenciados no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* (1876-1936)

As tabelas apresentadas neste anexo resultam da análise de publicações dos matemáticos portugueses retirados do *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*. Os termos utilizados na tabela com as publicações dos matemáticos portugueses têm a seguinte interpretação:

Tabela 10 – Abreviaturas utilizadas no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*

Abreviaturas	Nome completo
Acta Math.	Acta Mathematica
Ann. de l'Éc. Norm.	Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris
Ann. sc. Ac. Polyt. Porto	Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto
Annali di Mat.	Annali di Matematica pura ed applicata
Arch. der Math. u. Phys.	Archiv der Mathematik und Physik
Batt. G.	Giornale di Matematiche de Battaglini
Battaglini G.	Giornale di Matematiche
Belg. Mém.	Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique.
Bibl. Math.	Bibliotheca Mathematica
C. R.	Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris
Darboux Bull.	Bulletin des Sciences mathématiques
Edinb. M. S. Proc	Proceedings of Edinburgh Mathematical Society
Ens. math.	L'enseignement mathématique
Gaceta de mat. elem.	Gaceta de matemáticas elementales
Hoppe Arch.	Archiv der Mathematik und Physik
Interméd. des math.	L'intermédiaire des mathématiciens
J. für Math.	Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle
Jorn. sc. math. e astr.	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas
Journ. de Math.	Journal de Mathématiques pures et appliquées
Kronecker J. C.	Journal für die reine und angewandte Mathematik
Lisb. Mem. (Lisboa Jorn. da Ac)	Memorias da Academia Real das Sciencias.
Lisboa J. (Lisb. J.), (Jorn. sc. math. phys. nat.)	Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes
Mém. de Bord.	Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux
Memorie Pontificia Accad.	Memoria Ponteficia Accademia delle Scienze Nuovi Lincei
Monatsh. f. Math.	Monatsheft für Mathematik und Physik
Monatsh. f. Math. u. Phys.	Monatshefte für Mathematik und Physik
Newcomb Am. J.	American Journal of Mathematics
Nieuw Archief	Nieuw Archief voor Wiskunde uitgegeven door het Wiskundig Genootschap
Nouv. Ann.	Nouvelles Annales de Mathématiques
Palermo Rend.	Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo
Periodico di Mat.	Periodico di Matematica
Prace mat.-fiz.	Prace matematyczno - fizyczne
Prag. Ber.	Sitzungsb. der Kgl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften
Progreso mat.	El Progreso matemático
Quart. J.	The Quarterly Journal of pure and applied Mathematics
Résal J.	Journal de Mathématiques pures et appliqués, fondé par Liouville
Rev. soc. mat. Esp.	Revista de la Sociedad Matematica Española
Rev. trim. de Mat.	Revista trimestral de Matemáticas
Rom. Acc. L. Rend.	Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei
Rom. Acc. P. d. N. L. Atti	Atti della Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei Roma
S. M. F. Bull.	Bulletin de la Société Mathématiques de France
Teixeira J.	Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas

As tabelas seguintes estão divididas em duas partes: na primeira tabela observamos a lista de publicações de matemáticos portugueses, excepto as publicações de Gomes Teixeira, e na segunda tabela podemos observar as publicações só de Gomes Teixeira.

Tabela 11 – Referências as publicações de matemáticos portugueses (exceto Gomes Teixeira) no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* (até 1934)

Autor	Ano	Artigo	Lingua	Jornal	Rewiever 1	Rewiever 2
F. da Ponte Horta	1877	Um subsidio à cinematica	Português	Jorn. sc. math. phys. nat.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
C. A. M. de Almeida	1877	Estudo general dos espelhos curvos	Português	Jorn. sc. math. phys. nat.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
L. Porfirio da Motta Pegado	1878	Sobre um problema de analyse indeterminada.	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.		
L. Porfirio da Motta Pegado	1878	Determinação dos axos da sombra du projecças obliqua de um circulo.	Português	Jorn. sc. math. phys. nat.		
F. da Ponte Horta	1878	Sobre divisibilidade dos numeros	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
F. da Ponte Horta	1878	Sobre o movimento d'um ponto actuado por uma força perpendicular ao raio vector	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
A. Z. Candido	1878	Sobre um theorema da theoria dos numeros	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
P. Amorim Vianna	1878	Demonstração do theorema de Mr. Willarceau sobre o tóro	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.		
R. R. de Sousa Pinto	1878	Noticia sobre Le Verrier	Português	Jorn. sc. math. e astr. I.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1879	Sobre a equação de segundo grau	Português	Jorn. d. sc. math. e astr. II	Teixeira, Prof. (Coimbra)	
A. Schiappa Monteiro	1880	Solution d'un problème au moyen de la méthode des équipollences.	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1880	Sur l'aire latérale et volume d'un coin conique.	Português	Teixeira J. II.	Glaisher, Prof. (Cambridge)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1880	Recherche syntetiques et analytiques sur le cercle variable assoujetti à couper continuellement deux cercles donnés sous des angles également donnés.	Francês	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Solution d'une question de géométrie	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Sur l'équation du deuxième degré	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1880	Sur un problème	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
C. H. Craveiro Lopes	1880	Solution d'un problème de géométrie élémentaire	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1880	Sur une formule du calcul intégral	Português	Teixeira J. II.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. Porfirio da Motta Pegado	1880	Théorie générale des combinaisons avec répétitions	Português	Jorn. d. sc. m., ph. e nat. VIII.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1881	Solução da questao proposta No. 17.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1881	Note sur la ligne de striction de l'hyperboloïde.	Francês	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1881	Sobre una formula d'Euler.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1881	Sobre una formula de Wronski.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1881	Sobre a theoria das facultades.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)

					(Coimbra)	(Berlin)
J. A. Martins da Silva	1881	Demonstração de um theorema de Mr. Besge.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1881	Sobra a transformação das funções Xn de Legendre em integral definida.	Português	Teixeira J. III.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. Porfirio da Motta Pegado	1881	Estudo sobre o deslocamento de um solido invariavel no espaço.	Português	Lisb. Mem.	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. Corvo de Andrade	1881	Des lignes isogoniques au seizième siècle	Francês	Lisb. J.	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1882	Sobre a divisao em partes equaes da distância entre dois pontos e da circumferencia empregando o compasso ordinario	Português	Teixeira J. IV.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Wangerin, Prof. (Halle a.S.)
A. Schiappa Monteiro	1882	Note sur la génération d'une conique au moyen du cercle on d'une autre conique	Francês	Teixeira J. IV.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Wangerin, Prof. (Halle a.S.)
J. M. Rodrigues	1882	Sobre a formula de Lagrange.	Português	Teixeira J. IV	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. C. O'Neil de Medeiros	1882	Sobre um problema de algebra elementar.	Português	Teixeira J. IV	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
F. da Ponte Horta	1882	Algumas propriedades das conicas	Português	Teixeira J. IV	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Wangerin, Prof. (Halle a.S.)
D. L. Pereira da Silva	1882	Sobre alguns integrals indefinidos	Português	Teixeira J. IV	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
D. L. Pereira da Silva	1882	Derivadas de ordem qualquer de y em ordem a x quando è $f(x,y)=0$	Português	Teixeira J. V	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
M. da T. P. Vianna	1882	Influencia das cargas un movimento sobre as nigas rectas	Português	Lisboa	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
D. L. Pereira da Silva	1883	Sobre alguns integraes indefinidos.	Português	Teixeira J. V	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
H. da Fonseca Barros	1883	Nota sobre um problema da mecanica racional.	Português	Teixeira J. V	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1883	Sobre as equacoes trinomias	Português	Teixeira J. V	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
D. L. Pereira da Silva	1883	Sur quelques intégrales données dans le cours d'analyse de M. Hermite	Francês	Darb. Bull. (2) VII		Lampe, Prof. (Berlin)
D. L. Pereira da Silva	1883	Sobre alguns integrals indefinidos	Português	Teixeira J. V	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1883	Sobre uma formula relativa à theoria das funções ellipticas	Português	Teixeira J. V	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Müller, F., Prof. (Berlin)
R. F. dos Santos	1884	Sobre a mudança da variavel independente	Português	Teixeira J. VI	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1884	Sur un théorème relatif à la théorie des nombres	Francês	Revista Scientifica I.	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1884	Recherches relatives au cercle variable qui coupe deux cercles donnés sous des angles donnés.	Francês	Teixeira J. V	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1884	Desenvolvimento de funções algebricas.	Português	Revista Scientifica. I.	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1884	Memoria sobre a theoria da balistica.	Português	Lisboa Memorias.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1884	Sur trois relations différentielles données par M. Lipschitz dans la théorie des fonctions elliptiques.	Francês	Teixeira J. VI	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
H. da Fonseca Barros	1884	Nota sobre o emprego do paralelepipedo elementar.	Português	Teixeira J. VI	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
G. C. Lopes Banhos	1884	Determinação dos momentos d'inercia dos solidos de revolução.	Português	Teixeira J. V	Teixaira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
L. Woodhouse	1884	Principio fundamental da	Português	Teixeira J. VI	Teixaira, Prof.	Lampe, Prof.

		theoria das equações algebricas.			(Coimbra)	(Berlin)
A. de Pina Vidal	1884	Estudos de Optica geometrica	Português	Lisb. J. XL	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
R. Guimarães	1884	Emprego da cycloide para a resolução graphica d'alguns problemas de Geometria	Português	Teixeira J. VI	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. A. d'Albuquerque	1884	Primeiros principios da theoria dos determinantes para uso dos lyceus	Português	Primeiros principios da theoria dos determinantes para uso dos lyceus		
Casimiro J. de Faria e J. C. d'Oliveira Ramos	1885	Sobre os coefficients da formula que dá a derivada d'ordem qualquer das funcões compostas.	Português	Teixeira J. VII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
Duarte Leite	1885	Sur la partie transcendante de l'intégrale d'une fraction rationnelle	Francês	Teixeira J. VII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1885	Movimento do solido livre.	Português	Lisboa, Typ. da Ac. Real das Sciencias.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1885	Theoria da rotação.	Português	Teixeira J. VII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. C. d'Oliveira Ramos	1885	Sobre a decomposição das funcões circulares.	Português	Teixeira J. VII	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1885	Sobre a theoria do hyperboloide	Português	Teixeira J. VII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
R. Guimarães	1885	Sobre um theorema relativo a comparação de arcos de ellipse	Português	Teixeira J. VII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1885	Sur une question de la théorie des fonctions	Francês	Belg. Bull. (3) X		
A. Schiappa Monteiro	1886	Note sur le triangle isoscèle	Francês	Teixeira J. VIII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1886	Sur la génération du conoïde circonscrit à une courbe plane au moyen de courbes du même ordre de celle-ci	Francês	Lisb. J. XII	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
Duarte Leite	1886	Integração das differenciaes algebricas.	Português	Porto	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1886	Nota sobre a serie de Lagrange.	Português	Teixeira J. VIII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1886	Sur trois formules de la théorie des fonctions elliptiques	Francês	Darb. Bull. (2) X.		Müller, F., Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1887	Note sur le triangle isoscèle	Francês	Lisboa J.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. de Sousa Pinto	1887	Supplemento ao calculo das ephemerides astronomicas.	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
R. de Sousa Pinto	1887	Estudos instrumentaes no Observatorio astronomico da Universidade de Coimbra.	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
H. M. de Figueiredo	1887	Superficies de Riemann.	Português	Coimbra.	Teixeira, Prof. (Porto)	Henoch, Dr. (Berlin)
J. B. de Cabedo	1889	Duas formulas de analyse	Português	Teixeira J. IX.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Duarte Leite	1889	Sobre a representação parametrica das curvas do primeiro genero	Português	Teixeira J. IX.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
José Pedro Teixeira	1889	Sobre as funcões duplamente periodicas de segunda especie.	Português	Teixeira J. IX.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
José Pedro Teixeira	1889	Sobre as funcões ellipticas.	Português	Teixeira J. IX.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. C. O'Neil de Medeiros	1889	Processo geral de Clairaut para achar o valor approximado inercial das raizes da equação do 3º grão, no caso irreductivel.	Português	Instituto de Coimbra. XXXVI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
F. da Ponte Horta	1889	Estudo elementar dos determinantes, seguido de uma	Português	Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)

parte complementar relativa principalmente aos determinantes funcconaes						
R. de Sousa Pinto	1890	Continuação dos estudos instrumentaes.	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Duarte Leite	1890	Sobre o theorema d'Euler-Lambert	Português	Teixeira J. X.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. A. Martins da Silva	1890	Sur trois formules de la théorie des fonctions elliptiques.	Francês	Teixeira J. IX.	Teixeira, Prof. (Coimbra)	Henoch, Dr. (Berlin)
José Pedro Teixeira	1890	Estudo sobre as funções duplamente periodicas de terceira especie.	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. d'Arzilla Fonseca	1890	Notas explicativas aos n ^{os} 249, 251 e 252 da Geometria descriptiva de Lagournerie	Português	Instituto de Coimbra. XXXVII	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. d'Arzilla Fonseca	1890	Sobre a segunda nota ao n ^o 258 da Geometria descriptiva de Lagournerie	Português	Instituto de Coimbra. XXXVII	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. d'Arzilla Fonseca	1890	Dois theoremas de Geometria	Português	Instituto de Coimbra. XXXVIII	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
F. da Ponte Horta	1890	Nota sobre os determinantes	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Aniceto Xavier	1890	Sobre o plano bitangente ao toro	Português	Instituto de Coimbra. XXXIX	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. A. Sarrasqueiro	1890	Tratado de algebra elementar	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Alves Bonifacio	1890	Theoria da funcção potencial e do potencial	Português	Porto	Teixeira, Prof. (Porto)	
J. B. de Cabedo	1890	Sobre o resto da formula de Taylor	Português	Teixeira J. X.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1891	Sur une équerre cycloïdale propre à effectuer la rectification des arcs de cercle	Francês	S. M. F. Bull. XIX.		
A. Schiappa Monteiro	1892	Sur un théorème relatif à la théorie des nombres	Francês	Progreso mat. II.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1892	Cuestión núm. 52.	Espanhol	Progreso mat. II.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. de Sousa Pinto	1892	Algumas informações sobre o observatorio astronomico da universidade de Coimbra desde 1872.	Português	Instituto de Coimbra XL.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Bruno de Cabêdo	1892	Sobre a convergencia dos productos infinitos.	Português	Teixeira J. X.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Bruno de Cabêdo	1892	Demonstração do segundo theorema da media.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Bruno de Cabêdo	1892	Definição analytica dos numeros complexos.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. José Teixeira	1892	Algumas formulas de geometria superior.	Português	Instituto de Coimbra XL.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
José Pedro Teixeira	1892	Processos expeditos para achar os desenvolvimentos de alguns determinantes.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
F. da Ponte Horta	1892	Dois theoremas de geometria elementar	Português	Teixeira J. XI	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1892	Alguns theoremas de mecanica	Português	Teixeira J. XI	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1892	Novas regras para desenvolver os determinantes literaes do terceiro e quarto gráo	Português	Instituto de Coimbra XLI	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1892	Primeiras noções sobre o calculo das quantidades geometricas	Português	Instituto de Coimbra XL	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1892	Breves notas sobre algumas proposições de geometria elementar	Português	Instituto de Coimbra XLI	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1892	Nova interpretação das condicoes de equilibrio dos corpos solidos	Português	Instituto de Coimbra XL	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)

R. Guimarães	1892	Sur un arc d'ellipse de longueur déterminée	Francês	Batt. G. XXX.		Wallenberg, Dr. (Berlin)
R. Guimarães	1892	Sobre una fórmula geometrica	Espanhol	Progreso mat. II.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1892	Sur trois normales spéciales à l'ellipse	Francês	S. M. F. Bull. XX.		
R. Guimarães	1892	Sobre a normal á ellipse	Português	Teixeira J. XI	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1892	Nota sobre la construcción de una normal á una elipse	Espanhol	Progreso mat. II. 19	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1892	Sur les transformées des sections planes du cône de révolution	Francês	J. de Math. élém. (4) I.		Gutzmer, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1892	Sur l'évaluation de certaines aires coniques	Francês	Assoc. Franç. Pau XXI.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. Alves Bonifacio	1892	Geometria elementar plana e no espaço	Português	Porto	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Almeida Arez	1893	Sobre uma fórmula de analyse.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1893	Sur la résolution algébrique des équations.	Francês	Assoc. Franç. Besançon XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1893	Sur le développement en série des fonctions algébriques.	Francês	Assoc. Franç. Besançon XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1893	Sur l'inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes.	Francês	Assoc. Franç. Besançon XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. M. Rodrigues	1893	Les lois de Kepler dans la théorie de la rétrogradation des projectiles.	Francês	Assoc. Franç. Besançon XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1893	Novo methodo de desenvolver os determinantes.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1893	Sur les nombres bernoulliens.	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1893	Sobre a addição e as differencias nas funções ellipticas.	Português	Teixeira J. XI.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1893	Les normales à l'ellipse d'après le théorème de Frégier et d'autres géomètres	Francês	Assoc. Franç. Besançon. XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1893	Sur une formule de géométrie	Francês	Assoc. Franç. Besançon. XXII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. A. Sarrasqueiro	1893	Tratado elementar de cosmographia	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Cabedo	1893	Principios fundamentaes da theoria dos numeros limites	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. A. Sarrasqueiro	1893	Tratado elementar de cosmographia	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. de Avillez	1893	Sobre a representação da terras pelas projecções orthogonaes	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Botelho	1894	Estudo sobre os systemas de forças girantes	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Cabedo	1894	Sobre os coefficients da serie de Fourier	Português	Teixeira J. XII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Botelho	1894	Estudo sobre os systemas de forças girantes	Português	Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. José Teixeira	1894	Biographia do Dr. Rodrigo Ribeira de Sousa Pinto.	Português	Teixeira J. XII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1894	Sur les sections planes des cônes quelconques du second degré	Francês	Assoc. Franç. Caen XXIII.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. de Avillez	1895	Sobre um theorema de geometria superior	Português	Teixeira J. XII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1895	Sobre a representação geometrica das quantidades geralmente denotadas por p , q , r nas formulas do movimento de rotação em volta de um ponto fixo	Português	Instituto de Coimbra XLII	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)

A. d'Arzilla Fonseca	1895	Sobre a construcção da ellipse por pontos	Português	Instituto de Coimbra. XLII	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Almeida Arez	1895	Sobre uma fórmula de analyse.	Português	Teixeira J. XII.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. dos Santos Lucas	1895	Transformações de contacto.	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1895	Analyse geometrica de duas espiraes	Português	Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. J. da Silva Bastos	1895	Sobre a equação de Laplace a tres variaveis	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1895	Inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes	Francês	Rivista di Mat. V.		Hurwitz, Prof. (Zürich)
J. F. d'Avillez	1896	Nota sobre algumas proposições de geometria	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1896	Sobre um systema tri-tangente	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1896	Sobre a área de um triangulo parabolico	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1896	Sur les puissances d'un triangle	Francês	J. de Math. élém.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1896	Exercices sur un triangle remarquable	Francês	J. de Math. élém.		Lampe, Prof. (Berlin)
J. C. O'Neil de Medeiros	1896	O ponto $((m_1x_2+m_2x_1)/(m_1+m_2),$ $(m_1y_2+m_2y_1)/(m_1+m_2))$ relativamente aos pontos $(x_1,y_1), (x_2,y_2)$	Português	Instituto de Coimbra 43.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1896	Calculo dos movimentos de uma viga de n tramos collocada sobre apoios.	Português	Revista de obras publicas. Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1896	Estudo sobre o planimetro de Amsler	Português	Revista de obras publicas. Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1896	Sobre a geometria das curvas trigonometricas	Português	Lisboa Jorn. da Ac.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1896	Sobre a geometria da espiral	Português	Lisboa Jorn. da Ac.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1896	Sobre als velocidades na espiral	Português	Teixeira J. 13	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1896	Sur une inégalité	Francês	J. de Math. élém. (4) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1897	Sobre os coefficients do desenvolvimento da potencia de grau qualquer d'um polynomio.	Português	Teixeira J. 13	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1897	Sobre o integral de uma equação notavel	Português	Jornal da Acad. das Sciencias de Lisboa.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1897	Sobre a área dos polygonos regulares	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1897	Sobre a área dos polygonos semi-regulares	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1897	Sobre algumas applicações do theorem de Tinseau	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1897	Descoberta e primeiras propriedades geometricas de uma espiral binomia do primeiro grão	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
C. Xavier Cordeiro	1897	Formulas e tabellas para o calculo das abobadas circulares de recção variavel symetricamente carregadas	Português	Revista de obras publicas 28, Lisboa	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1897	Règle pratique pour développer les déterminants du 4º ordre	Francês	Assoc. Franç. St.- Étienne 26		Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1897	Sobre algumas applicações dos determinantes á geometria do triangulo	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1897	Sur quelques décompositions de carrés en sommes de carrés	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)

		entiers				
J. F. d'Avillez	1897	Sur l'angle de Brocard et les angles de Steiner d'un triangle	Português	Lisboa Jorn.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1897	Sur un groupe de trois paraboles	Francês	Assoc. Franç. St. Étienne 26		Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1897	Sur un certain triangle	Francês	Assoc. Franç. St. Étienne 26		Lampe, Prof. (Berlin)
A. dos Santos Lucas	1898	A determinação da figura da terra pelas observações da gravidade.	Português	Porto	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1898	Calculo do volume de um segmento esferico, independentemente do conhecimento do volume dos corpos esfericos.	Português	Lisboa Jorn. da Ac. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1898	Methodos novos para determinar o lado e a área de qualquer polygono regular	Português	Lisboa Jorn. da Ac. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1898	Sobre a theoria dos logarithmos de ordem n	Português	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. D. Souto Rodrigues	1898	Goniometria	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Sidónio B. C. da Silva Paes	1898	Introducção á theoria dos errors das observações	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Sidónio B. C. da Silva Paes	1898	Series de numeros	Português	Coimbra	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1898	Sur une question relative à un produit de quantités complexes	Francês	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1898	Sur l'application de l'hyperboloïde à une nappe de quatrième ordre, comme surface auxiliaire	Francês	Lisboa Jorn. da Ac. (2) 5.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1898	Note sur un théorème relatif à la série harmonique	Francês	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1898	Sur une question relative au triangle et à la génération des hyperboles adjointes répondant aux cercles adjoints de M. Brocard	Francês	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
A. Schiappa Monteiro	1898	Sur l'application de l'hyperboloïde à une nappe de quatrième ordre, comme surface auxiliaire	Francês	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1898	On a geometrical problem	Inglês	Edinb. M. S. Proc. 16	Gibson, Prof. (Glasgow)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1898	Calculo do volume de um segmento esferico, independentemente do conhecimento do volume dos corpos esfericos	Português	Lisboa Jorn. (2) 5	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1899	Interpretação geometrica de uma equação referida a eixos coordenados obliquos	Português	Instituto de Coimbra 47	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. C. Almeida	1899	Determinação dos eixos principaes d'inercia respectivos a um dado punto de um corpo	Português	Instituto de Coimbra 47	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. Porfirio da Motta Pegado	1899	Curso de geometria descriptiva da Escola Polytechnica.	Português	Lisboa.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1899	Curso de topografia. Tomo I.	Português	Lisboa.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
C. Xavier Cordeiro	1899	Vigas rectas independentes e continuas	Português	Revista de obras publicas, Lisboa 30	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Almeida Arez	1900	Sobre uma formula de Waring.	Português	Teixeira J. 14	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1900	Ecuación del circulo de Joachimsthal.	Espanhol	Progreso mat. (2) 2	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1900	Curso de topografia. Tomo II	Português	Lisboa.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)

R. Guimarães	1900	Les mathématiques en Portugal au XIXe siècle. Aperçu historique et bibliographique.	Francês	Coimbre: Imprimerie de l'Université. 167 S. 4o	(Porto) Teixeira, Prof. (Porto)	(Berlin) Lampe, Prof. (Berlin)
C. Xavier Cordeiro	1900	Formule rationnelle pour la détermination de l'épaisseur des voûtes circulaires	Francês	Assoc. Franç. Paris 29		Lampe, Prof. (Berlin)
C. Xavier Cordeiro	1900	Formule pratique pour les murs supportant de grands remblais	Francês	Assoc. Franç. Paris 29		Lampe, Prof. (Berlin)
C. Xavier Cordeiro	1900	Distribution des rails courts et longs dans les courbes	Francês	Assoc. Franç. Paris 29		Lampe, Prof. (Berlin)
G. de Almeida Garrett	1900	Homenagem da camara dos dignos pares do reino ao doutor Gomes Teixeira por iniciativa do doutor Gonçalo de Almeida Garrett 8 de maio de 1900	Português	Lisboa: Imprensa nacional. 26 S. 8º		Lampe, Prof. (Berlin)
J. F. d'Avillez	1900	Sur quelques propriétés de trois cercles concentriques une ellipse	Francês	Teixeira J. 14	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. B. de Almeida Arez	1901	Duas classes de numeros.	Português	Teixeira J. 15	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1901	Algumas propriedades curiosas dos numeros inteiros.	Português	Teixeira J. 14	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
E. Sached Ramos	1901	Tablas de logaritmos, trigonometricas y de cálculos de intereses.	Espanhol	Madrid.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1901	Sobre os polyedros regulares convexos	Português	Lisboa J. (2) 6	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
J. A. d'Albuquerque	1901	Trigonometria plana de conformidade con o programma official do ensino secundario e com 151 exercicios	Português	Porto: Imprensa portugueza. 202 S. 8º		
V. Machado	1902	Curiosas propriedades dos numeros reveladas pelo estudo dos quadratos magicos	Português	Lisboa Jorn. (2) 6	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. P. da Motta Pegado	1902	A proposito da uma nota do curso de geometria de Escuela Polytechnica	Português	Lisboa J. (2) 6.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
E. Sached Ramos	1903	Dos cuestiones sobre poliedros regulares.	Espanhol	Gaceta de Mat. elem. 1.	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
L. F. Marrecas Ferreira	1903	Sobre a tbeoria das raizes conjugadas.	Português	Teixeira J. 15	Teixeira, Prof. (Porto)	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1904	Note sur les rapports polygonaux	Francês	Deutsche Math. Ver. 13		Zacharias, Dr. (Berlin)
Antonio Cabreira	1905	Quelques mots sur les Mathématiques en Portugal. Notice et défense des travaux de Antonio Cabreira. Avec biographie de l'auteur par Mr. le Dr. A. Santos Lucas	Francês	Lisbonne: Alfredo Julio Andrade. VIII u. 64 S. gr. 8o		Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1905	Note sur les rapports des solides	Francês	Coimbra. 11 S. 8o		
Fr. Oom	1905	Méthodes de calcul graphique	Francês	Lisbon: Imprimerie nationale. 26 S.		
J. B. de Almeida Arez	1906	Nota sobre os coefficients das formulas de Waring.	Português	Ann. sc. da Polyt. do Porto 1		Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1906	Sur les polynômes dérivés	Francês	Toulouse Mém. (10) 6		Salkowski, Dr.(Charlottenburg)
R. Guimarães	1906	A propos de l'Initiation mathématique de M. Laisant	Francês	Ens. math. 8		
R. Guimarães	1906	Sobre un problema geométrico	Espanhol	Rev. de Mat Santiago de Chile 4		
R. Guimarães	1906	Sobre el círculo de Joachimsthal	Francês	Rev. trim. de Mat. 6		
J. Pedro Teixeira	1907	Sobre o campo magnetico	Português	Ann. sc. Acad.		Lampe, Prof.

		girante devido às correntes polyphasicas.		Polyt. Proto 2	(Berlin)
R. Guimarães	1907	Osservazioni su alcune formole esprimanti il lato di un poligono regolare	Italiano	Il Pitagora 13	
R. Guimarães	1907	A propos de polynomes dérivés	Francês	Ens. math. 9	Lampe, Prof. (Berlin)
Almeida Lima	1907	Temperatura e entropia	Português	Ann. sc. Ac. Pol. Porto 2	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1908	Observación á una nota concerniente á la espiral de Poinso	Espanhol	Anales Fac. de Ciencias, Zaragoza {2}	
Aniceto Xavier	1909	Théorie des approximations numériques et du calcul abrégé	Francês	Paris: Gauthier-Villars. 291 S.8º	
R. Guimarães	1909	Les mathématiques en Portugal. Deuxième Édition	Francês	Coimbre: Imprimerie de l'Université. 660 S. gr.8º	Lampe, Prof. (Berlin)
Antonio Cabreira	1910	Les Mathématiques en Portugal. Deuxième défense des travaux de Antonio Cabreira	Francês	Lisbonne: chez l'auteur, Rua das Taipas, T. C. XXXIX u. 118 S. 8º	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1910	Geometria e trigonometria espherica	Português	Lisboa (Bibliotheca do Provo e das escuelas, 29ª serie, número 231	
R. Guimarães	1911	Les mathématiques en Portugal. Appendice II.	Francês	Coimbre: Imprimerie de l'Université. 107 S. gr.8º	Lampe, Prof. (Berlin)
F. de Almeida e Vasconcellos	1912	Sur la rotation des forces autour de leurs points d'application et l'équilibre astatique	Francês	Ann. scient. Acad. Polyt. do Porto 7	Lampe, Prof. (Berlin)
R. de Sousa Pinto	1913	Noções de calculo das probabilidades para o estabelecimento das bases da estatística.	Português	Ann. Ac. Pol. Porto 8	Lampe, Prof. (Berlin)
J. Pedro Teixeira	1913	Nota sobre a distribuição a intensidade constante da M. Boucherot.	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 8	
Frederico V. G. Mariães	1913	Curiosidades aritmeticas	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 2	Lampe, Prof. (Berlin)
R. Guimarães	1914	Sur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes.	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 9	
Frederico V. G. Mariães	1914	Tres teoremas sobre determinantes	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 3	Jahnke, Prof. (Berlin)
Frederico V. G. Mariães	1914	Note sobre la igualdad $\sum K^3 = \left(\sum K\right)^2$	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 4	
Duarte Leite	1915	Pour l'histoire de la détermination des orbites cométaires	Francês	Ann. Sc. Ac. Polyt. Porto 10	
J. Pedro Teixeira	1915	A atracção do angulo e as leis de Biot e Savart.	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 10	
J. Pedro Teixeira	1915	Sobre as series dos potenciaes.	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 10	
R. Guimarães	1915	Sur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes	Francês	Coimbra. 87 S. 8º	Lampe, Prof. (Berlin)
F. M. da Costa Lobo	1916	Espiraes reversiveis	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 13	
A. C. Pereira	1916	Notas sobre Vernier	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 11	
V. Souza-Brandão	1916	Sur les formes isoclines et le problème diophantique qui en découle	Francês	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 11	

António Monteiro	1916	Théorème relatif au triangle (question 4511, de T. Ono)	Francês	Interméd. des math. 23	Lecat, Dr. (Louvain)
António Monteiro	1916	Lieu relatif au triangle (question 4567, de Quaerens (pseudonyme))	Francês	Interméd. des math. 23	Lecat, Dr. (Louvain)
António Monteiro	1916	Courbe orthoptique d'une ellipse et de sa développée (question 4455, de E.-N. Barisien)	Francês	Interméd. des math. 23	Lecat, Dr. (Louvain)
António Monteiro	1916	Aire d'une courbe (question 4568, de E.-N. Barisien)	Francês	Interméd. des math. 23	Lecat, Dr. (Louvain)
R. Guimarães	1918	Pedro Nunez e los infinitamente pequenos.	Espanhol	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 13	
F. M. da Costa Lobo	1918	Espiraes reversiveis	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 13	
A. S. C. G. de Carvalho	1919	A teoria das tangentes antes da invenção do cálculo diferencial	Português	Disc. Coimbra: Imprensa da Universidade, 99 S	
F. M. da Costa Lobo	1920	La courbe décrite par le pôle à la surface de la terre	Francês	Comptes rendus du congrès internat. des math.	Weyl, Prof. (Zürich)
R. Sarmento de Beires	1921	Sur les caustiques des courbes planes algébriques et sur les courbes pourvues d'un axe orthoptique	Francês	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 14	Feigl, G.; Dr. (Berlin)
J. Vicente Gonsalves	1922	Sur une singularité apparente	Francês	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 14	
J. Vicente Gonsalves	1922	Sur le module des fonctions holomorphes	Francês	Ann. Sc. Ac. Polyt. Porto 14	
P. José da Cunha	1922	Reflexoes sobre a teoria dos conjuntos	Português	Lisbon: Impr. Nacional, 64 S. 8º	
Antonio Cabreira	1924	Méthode pour obtenir les coordonnées géographiques et astrobales mécanique et solaire	Francês	Lissabonn 18 S.	
F. de Almeida e Vasconcellos	1925	História das matematicas na antiguidade	Português	XXIV, Paris-Lisboa, Alliard e Bertrand	
F. M. da Costa Lobo	1928	New physical theories	Inglês	Proceedings Congress Toronto 2	
A. de Mira Fernandes	1928	Sur l'écart géodésique, la courbure riemannienne et la courbure associée de Bianchi	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 7	Bortolotti, Enea; Prof. (Cagliari)
A. de Mira Fernandes	1928	Transports isoclines et directions associées	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 8	Bortolotti, Enea; Prof. (Cagliari)
J. Vicente Gonsalves	1929	Sur l'intégration d'un système d'équations différentielles	Francês	Anais Porto 16	Collatz, L.; Dr. (Karlsruhe)
A. de Mira Fernandes	1929	Le tenseur quadruple de Christoffel et le tenseur de Riemann	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 9	Pinl, Dr. M. (Berlin)
A. de Mira Fernandes	1929	Transports superficiels	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 9	Bortolotti, Enea; Prof. (Florenz)
A. de Mira Fernandes	1929	Tensori associati ad un' n-pla vettoriale	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 9	Bortolotti, Enea; Prof. (Florenz)
A. de Mira Fernandes	1929	Sistemi odografi	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 10	Hamel, G.; Prof. (Berlin)
António Cabreira	1929	Théorie d'un planisphère métrique terrestre	Francês	Comptes Rendus Acad. Sci. 188	Schmehl, Prof. H. (Potsdam)
A. de Mira Fernandes	1931	Proprietà di alcune connessioni lineari	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 13	Bortolotti, Enea; Prof. (Florenz)
A. de Mira Fernandes	1931	Direzioni concorrenti	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 13	Bortolotti, Enea; Prof.

					(Florenz)
A. de Mira Fernandes	1931	Centri di gravità delle sezioni piane di un corpo omogeneo	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 13	Hamel, G.; Prof. (Berlin)
Augusto Queirós	1931	Uma questão de projecção ortogonal	Português	Anais Porto 16	Steck, M.; Dr. (München)
F. de Almeida e Vasconcellos	1932	Francisco Gomes Teixeira	Português	Archeion 15	Feigl, G.; Dr. (Berlin)
R. Luís Gomes	1932	Sur les limites de la dérivée normale d'un potentiel de simple couche	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 15	Tautz, G.; Dr. (Breslau)
A. de Mira Fernandes	1932	Sul problema brachistocrono di Zermelo	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 15	Scholz, E.; Dr. (Berlin)
A. de Mira Fernandes	1932	Curvatura riemanniana lineal de las superficies	Espanhol	Revista Acad. Madrid 28	
A. Almeida Costa	1932	Nota sobre o integral de Jacobi das equações de 1ª ordem	Português	Anais Porto 17	
R. Sarmento de Beires	1933	Sur la formule d'Euler-Savary	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Schulz, Günther; Dr. (Berlin)
R. Luís Gomes	1933	Operadores lineares de espacio de Hilbert	Português	Anais Porto 18	Golomb, M.; Dr. (Zagreb)
R. Luís Gomes	1933	Sur la transformation canonique simultanée de plusieurs matrices non hermitiennes ni unitaires	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Doetsch, G.; Prof. (Freiburg im Breisgau)
R. Luís Gomes	1933	Encore sur les opérateurs linéaires. Remarques complémentaires	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Doetsch, G.; Prof. (Freiburg im Breisgau)
R. Luís Gomes	1933	Encore sur les opérateurs linéaires	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Doetsch, G.; Prof. (Freiburg im Breisgau)
R. Luís Gomes	1933	Opérateurs linéaires. Matrices limitées	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Doetsch, G.; Prof. (Freiburg im Breisgau)
A. de Mira Fernandes	1933	Sulla teoria unitaria dello spazio fisico	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 17	Bortolotti, Enea; Prof. (Florenz)
A. Almeida Costa	1933	Nota sobre a integracao dos sistemas canonicos	Português	Anais Porto 18	Pinl, M.; Dr. (Prag)
A. Almeida Costa	1933	Sobre a noção de reciprocidade em cálculo vectorial	Português	Anais Porto 18	Pinl, M.; Dr. (Prag)
Duarte Leite	1934	Prof. Dr. F. Gomes Teixeira	Português	Anais Porto 18	Pietsch, H. (Berlin)
R. Luís Gomes	1934	Les matrices de Dirac dans un espace riemannien	Francês	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 19	Schmidt, Theodor; Dr. (Greifswald)
A. de Mira Fernandes	1934	La teoria unitaria dello spazio fisico e le equazioni relativiste della meccanica atomica	Italiano	Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 19	Schröder, K.; Dr. (Berlin)
António Monteiro	1934	Sur les noyaux additifs dans la théorie de équations intégrales de Fredholm	Francês	Comptes Rendus Acad. Sci. 198	Iglisch, R.; Prof. (Braunshweig)
F. de Almeida e Vasconcellos	1934	Daniel Augusto da Silva et la constitution de l'astatique	Francês	Archeion 16	Loria, G.; Prof. (Genua)

Tabela 12 – Publicações de Gomes Teixeira referenciadas no *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*

Ano	Artigo	Lingua	Jornal	Rewiever
1876	Sobre o emprego dos eixos coordenados obliquos na Mecanica analytica	Português	Coimbra	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
1878	Sur la décomposition des fractions rationnels	Francês	Jorn. sc. math. e astr. I	
1878	Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles	Francês	Mém. de Bord. (2) II	Hamburger, Dr. (Berlin)
1880	Notice nécrologique sur G. Bellavitis	Português	Teixeira J. II	Teixeira, Prof. (Coimbra)
1880	Sur les principes du calcul infinitésimal	Francês	Mém. de Bord. (3) IV	Hoppe, Prof. (Berlin)
1880	Sur les dérivées d'ordre quelconque	Francês	Battaglini G. XVIII	Hoppe, Prof. (Berlin)
1880	Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles linéaires du deuxième ordre	Português	Teixeira J. II	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
1881	Sur le développement des fonctions implicites en une série	Francês	Résal J. (3) VII	Toeplitz, Dr. (Breslau)
1881	Prelecção sobre a origem e sobre os principios do calculo infinitesimal	Português	Teixeira J. III	Ohrtmann, Dr. (Berlin)
1882	Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre	Francês	C. R. XCIII	Toeplitz, Dr. (Breslau)
1885	Ueber einen Satz der Zahlentheorie	German	Hoppe Arch. (2) II	Simon, Dr. (Berlin)
1885	Note sur les nombres de Bernoulli	Francês	Newcomb Am. J. VII	Stolz, Prof. (Innsbruck)
1885	Sur la détermination de la partie algébrique de l'intégrale des fonctions rationnelles	Francês	Rom. Acc. L. Rend. (4) I	Toeplitz, Dr. (Breslau)
1885	Sur l'integrale $\int e^{ax} f(x) dx$	Francês	Rom. Acc. L. Rend. (4) I	Hoppe, Prof. (Berlin)
1885	J. A. Martins da Silva	Português	Teixeira. J. VI	Lampe, Prof. (Berlin)
1885	Introdução á theoria das funcções	Português	Teixeira. J. VI	Henoch, Dr. (Berlin)
1885	Applicações de uma formula que dá as derivadas de ordem qualquer das funcções de funcções	Português	Teixeira. J. VII	Henoch, Dr. (Berlin)
1886	Sur une limite relative aux polynômes de Legendre	Francês	Prag. Ber.	Wangerin, Prof. (Halle a. S.)
1886	Sur le théorème d'Eisenstein	Francês	Ann. de l'Éc. Norm. (3) III	Netto, Prof. (Giessen)
1886	Ueber den Eisenstein'schen Satz	German	Hoppe Arch. (2) III	Simon, P.; Dr. (Berlin)
1886	Sur une formule d'analyse	Francês	Nouv. Ann. (3) V.	Weltzien, Dr. (Berlin)
1886	Sur un théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation	Francês	Kronecker J. C.	Weltzien, Dr. (Berlin)
1887	Curso de analyse infinitesimal	Português	Porto Typographia occidental. 356 S. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1887	Sobre a derivação das funcções compostas	Português	Teixeira J. VIII	Henoch, Dr. (Berlin)
1887	Sobre o desenvolvimento em serie das funcções de variaveis imaginarias	Português	Teixeira J. VIII	Henoch, Dr. (Berlin)
1887	Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques	Francês	Teixeira J. VIII	Henoch, Dr. (Berlin)
1888	Démonstration d'une formule de Waring	Francês	Nouv. Ann. (3) VII	Netto, Prof. (Giessen)
1888	Extrait d'une lettre à M. Hermite	Francês	Darb. Bull. (2) XII	Hoppe, Prof. (Berlin)
1888	Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques (Extrait d'une lettre adressée à M. Lerch.)	German	Prag. Ber.	Krazer, Prof. (Strassburg)
1889	Sur le développement des fonctions implicites	Francês	Journ. de Math. (4) V.	Weltien, Dr. (Berlin)
1889	Curso de analyse infinitesimal. Calculo integral. (Primeira parte.)	Português	Porto. Typographia occidental. IV. + 312 S. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1889	Sobre o integral $\int_0^x \cot(x-\alpha) dx$	Português	Teixeira J. IX	Lampe, Prof. (Berlin)
1889	Alguns pontos da theoria dos integraes difinidos	Português	Teixeira J. IX.	Lampe, Prof. (Berlin)

1889	Sur l'intégrale $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$	Francês	Prag. Ber.	Hoppe, Prof. (Berlin)
1889	Aplicações de uma formula que da as derivadas de ordem qualquer das funções de funções	Português	Teixeira J. IX.	Lampe, Prof. (Berlin)
1889	Sur l'intégrale $\int_0^{\pi} \cot(x - \alpha) dx$	Francês	Nouv. Ann. (3) VIII	Hoppe, Prof. (Berlin)
1889	Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Francês	S. M. F. Bull. XVII	Schafheitlin, Dr. (Charlottenburg)
1890	Sur les écrits d'histoire des mathématiques publiés en Portugal	Francês	Bibl. Math. (2) IV	
1890	Curso de analyse infinitesimal. Calculo differencial. 2. edição	Português	Porto. 359 S. 8°	
1890	Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Francês	Teixeira J. IX	Lampe, Prof. (Berlin)
1890	Extension d'un théorème de Jacobi	Francês	Monatsh. f. Math. I.	Hurwitz, Prof. (Zurich)
1890	Sobre o desenvolvimento das funções em serie ordenada segundo as potencias dos senos e cosenos	Português	Teixeira J. X.	
1891	Sobre o desenvolvimento das funções em série ordenada segundo as potencias dos senos e cosenos	Português	Teixeira J. X	Lampe, Prof. (Berlin)
1891	Extensión de un teorema de Jacobi	Espanhol	Progreso mat. I.	Lampe, Prof. (Berlin)
1891	Sobre a representação da função $\log \Gamma(x)$ por um integral definido	Espanhol	Progreso mat. I.	Lampe, Prof. (Berlin)
1892	Curso de analyse infinitesimal. Calculo integral. (Secunda parte)	Português	Porto. Typographia occidental. 318. S. gr. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1892	Notas sobre a theoria das funções ellipticas	Português	Teixeira J. X.	Lampe, Prof. (Berlin)
1892	Sur la fonction $p(u)$	Francês	Darboux Bull. (2) XVI	Stackel, Prof. (Konigsberg i. P.)
1892	Remarques sur l'emploi de la fonction $p(u)$ dans la théorie des fonctions elliptiques	Francês	Prag. Ber.	Lerch, Dr. (Prag)
1892	Sobre la descomposición de las funciones elípticas sn u , cn u , dn u en serie de fracciones simples	Espanhol	Progreso mat. II	Lampe, Prof. (Berlin)
1892	Sobre el desarrollo de $p(u)$ en serie de fracciones simples	Espanhol	Progreso mat. II	Lampe, Prof. (Berlin)
1893	Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite	Francês	Darboux Bull. (2) XVII	Hurwitz, Prof. (Zurich)
1896	Curso de analyse infinitesimal. Calculo differencial. 3ª. Edição	Português	Porto: Typographia occidental. IV + 383 S. gr. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1896	Sur le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances du sinus et du cosinus de la variable	Francês	J. fur Math. 116	Hurwitz, Prof. (Zurich)
1896	Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable	Francês	Nouv. Ann. (3) 15	Hurwitz, Prof. (Zurich)
1897	Sobre desenvolvimento das funções em série. Memoria premiada, fuera de concurso, y publicada por la Real Academia de ciencias exactas físicas y naturales de Madrid (Tome XVIII. Parte I)	Espanhol	Madrid: Luis Aguado. 116 S. gr. 4°	Lampe, Prof. (Berlin)
1899	Noticia bibliographica sobre F. da Ponte Horta	Português	Teixeira J. 14	Lampe, Prof. (Berlin)
1899	Sobre una curva notable	Espanhol	Progreso mat. (2) 1	Lampe, Prof. (Berlin)
1900	Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée	Francês	J. fur Math. 122	Gutzmer, Prof. (Jena)
1900	Sobre los focos de las espiricas de Perseo	Espanhol	Progreso mat. (2) 2	Lampe, Prof. (Berlin)
1901	Sobre una propiedad de los focos de los óvalos de Cassini	Espanhol	Revista trim. de Mat. 1	Lampe, Prof. (Berlin)
1902	Sur la courbe équipotentielle	Francês	Arch. der Math. u. Phys. (3) 3	Muller, R.; Prof. (Berlin)
1902	Sur une propriété des ovales de Descartes	Francês	Mathesis (3) 2	
1903	Sur la convergence des formules d'interpolation de Lagrange, de Gauss etc.	Francês	J. fur Math. 126	Weltzien, Prof. (Zehlendorf)
1903	Sobre la teoria de logaritmos	Espanhol	Gaceta de mat. elem. 1	Lampe, Prof. (Berlin)
1903	Sur le développement des fonctions doublement périodiques de seconde espèce en série	Francês	J. fur Math. 125	Stackel, Prof. (Hannover)

trigonométrie				
1904	Obras sobre mathematica. Publicadas per ordem do governo português. Volume primeiro	Português	Coimbra: Imprensa da Universidade. VIII u. 402 S. gr. 4°	Lampe, Prof. (Berlin)
1904	Sur les fonctions alephs de Wronski. Extrait d'une lettre adressée à M. S. Dickstein	Francês	Prace mat.-fiz. 15	Dickstein, Prof. (Warschau)
1904	Sur la série de Lagrange et ses applications	Francês	Belg. Mém. (2) 1	Weltzien, Prof. (Zehlendorf)
1904	Sur une formule trigonométrique d'interpolation	Francês	Ens. math. 6	Weltzien, Prof. (Zehlendorf)
1904	Sur un problème de Gauss et une classe particulière de fonctions symétriques	Francês	Batt. G. (2) 42	Weltzien, Prof. (Zehlendorf)
1904	Notes sur deux travaux d'Abel relatifs à l'intégration des différences finies	Francês	Acta Math. 28	Kowalewski, G.; Prof. (Bonn)
1904	Nota sull' applicazione del teorema di Fagnano agli archi della lumaca di Pascal e della sinusoide	Italian	Periodico di Mat. (3) 1	Lampe, Prof. (Berlin)
1904	On the rectification of Booth's logarithmic ellipse and logarithmic hyperbola	English	Quart. J. 36	Salkowski, Dr. (Berlin)
1904	Sur la théorie des cubiques circulaires et des quartiques bicirculaires	Francês	Annali di Mat. (3) 11	Muller, R.; Prof. (Schoneberg)
1904	Sobre una propiedad de las cúbicas circulares	Espanhol	Rev. trim. de Mat. 4	
1905	Sur les démonstrations de deux formules pour le calcul des nombres de Bernoulli	Francês	Ens. math. 7	Weltzien, Prof. (Zehlendorf)
1905	Sur quelques intégrales définies	Francês	Arch. der Math. u. Phys. (3) 9	Kowalewski, G.; Prof. (Bonn)
1905	Sur une formule pour le calcul numérique des logarithmes	Francês	Nouv. Ann. (4) 5	Lewent, Oberl. (Berlin)
1905	Tratado de las curvas especiales notables. Memoria premiada por la Real Academia de ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid, y publicada por la misma Academia	Espanhol	Madrid. IX u. 632 S. gr. Lex. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1905	Sur le nombre des tangentes qu'on peut mener à une courbe par un point situé sur la courbe	Francês	Ens. math. 7	Muller, R.; Prof. (Weisser Hirsch bei Dresden)
1906	Obras sobre mathematica publicadas por ordem do governo português	Português	Coimbra: Imprensa da Universidade. Volume secundo. IV u. 424 S, 4°. Volume terceiro. VIII u. 369 S. 4°	Lampe, Prof. (Berlin)
1906	Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto publicado sob a direcção de F. Gomes Teixeira. Volume I.	Português	Coimbra: Imprensa da Universidade. 264 S. gr. 8°	Lampe, Prof. (Berlin)
1906	Sur quelques applications des séries ordonnées suivant les puissances du sinus	Francês	J. fur Math. 131	Kowalewski, G.; Prof. (Bonn)
1906	Sur quelques propriétés des cubiques	Francês	Nieuw Archief (2) 7	Steinitz, Prof. (Berlin)
1906	Sur une propriété de la strophoïde et sur les cubiques qui coïncident avec leurs cissoïdales	Francês	Nouv. Ann. (4) 6	Hamburger, Dr. (Charlottenburg)
1906	Sur deux manières de construire les spiriques de Perseus	Francês	Arch. der Math. u. Phys. (3) 11	Hamburger, Dr. (Charlottenburg)
1906	Sobre uma questão entre Monteiro da Rocha e Anastacio da Cunha	Português	Ann. sc. Acad. Pol. Porto 1	Lampe, Prof. (Berlin)
1907	Sur la série de Lagrange et ses applications	Francês	Belg. Mém. in 4° 1, 29 S	
1907	Sobre os hyperbolismos das conicas	Português	Ann. sc. Ac. Pol. Proto 2	Lampe, Prof. (Berlin)
1907	Sobre as espiricas de Perseo	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 2	Lampe, Prof. (Berlin)
1907	Sobre a construção do circulo osculador das cubias circulares e das quarticas bicirculares	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Proto 2	Lampe, Prof. (Berlin)
1909	Obras sobre mathematica publicadas por ordem de governo português. Volume quinto. Publicação official	Português	Coimbra: Imprensa da Universidade. VIII u. 497 S. 4°	Lampe, Prof. (Berlin)
1909	Demonstração de um theorema de Liouville sobre as linhas geodesicas do ellipsoide	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 4	Lampe, Prof. (Berlin)
1909	Notas sobre duas curvas esfericas particulares. I.	Português	Ann. sc. Ac. Polyt.	Lampe, Prof. (Berlin)

Sobre a catenaria espherica. II. Sobre as curvas esphero-cylindricas			Porto 4	
1910	Sobre os integraes de Fresnel	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 5	Lampe, Prof. (Berlin)
1910	Sobre o methodo de Gauss para o cálculo approximado dos integraes definidos	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 5	Lampe, Prof. (Berlin)
1911	Sobre una nueva propiedad de las cisoides y una generalización de estas curvas	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 1	Oppenheim, Oberlehrer (Berlin)
1911	Note on Professor Naraningar's paper in Edinb. M. S. Proc. 28	English	Edinb. M. S. Proc. 29	Gibson, Prof. (Glasgow)
1911	Notas relativas à la cuestion 1	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 1	Oppenheim, Oberlehrer (Berlin)
1912	Note on the researches of Maclaurin on circular cubics	English	Edinb. M. S. Proc. 30	Gibson, Prof. (Glasgow)
1912	Sobra algunas propiedades de las cubicas	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 2	Salkowski, Prof. (Hannover)
1912	Sobre o folium de Descartes e a construcção de uma classe de cubicas unicursaes	Português	Ann. Ac. Polyt. Porto 7	Lampe, Prof. (Berlin)
1912	Sur les trajectoires des paraboles, des hyperboles et de leurs courbes inverses	Francês	Batt. G. 50 [(3) 3]	Gaedecke, Dr. (Berlin)
1913	Pieter Hendrik Schoute	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 8	Lampe, Prof. (Berlin)
1913	Sur une intégrale définie	Francês	Arch. der Math. u. Phys. (3) 21	Schrutka, Prof. (Brunn)
1913	Extrait d'une lettre à M. Haton de la Goupillière	Francês	Journ. de Math. (6) 9	Lampe, Prof. (Berlin)
1913	Sur les courbes à développée intermédiaire circulaire	Francês	Monatsh. f. Math. u. Phys. 24	Gaedecke, Dr. (Wilmersdorf)
1913	Pequenas notas sobre a geometria das curvas especiaes	Português	Ann. sc. Ac. Pol. Porto 8	Lampe, Prof. (Berlin)
1913	Sur une propriété de la lemniscate de Bernoulli	Francês	Rom. Acc. P. d. N. L. Atti 65	Lampe, Prof. (Berlin)
1913	Sobre as tangentes á astroide	Português	Ann. sc. Ac. Pol. Porto 8	Lampe, Prof. (Berlin)
1913	Sur les développées de l'ellipse	Francês	Nouv. Ann. (4) 13	Salkowski, Prof. (im Felde)
1913	Sobre la teoría de las ruletas	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 2	Salkowski, Prof. (im Felde)
1914	Sobre la irreductibilidad de las ecuaciones binomias	Espanhol	Rev. Soc. Mat. Esp. 4	
1914	Sur les courbes orbiformes d' Euler et sur une généralisation de ces courbes	Francês	Arch. der Math. u. Phys. (3) 23	Blaschke, Prof. (Hamburg)
1914	Sur les courbes isoptiques et les podaires	Francês	Nouv. Ann. (4) 14	Gaedecke, Dr. (Berlin)
1914	Sur les courbes représentées par l'équation polaire $\rho e^{n\theta} \sin^m \theta = c$	Francês	Palermo Rend. 37	Gaedecke, Dr. (Berlin)
1914	Sobre las líneas geodésicas del helicoide de plano director	Espanhol	Rev. Soc. mat. esp. 3	Salkowski, Prof. (Hannover)
1915	Sur les problèmes célèbres de la géométrie élémentaire non résolubles avec la règle et le compas	Francês	Coimbre, imprimerie de l'université	
1915	Sobre las curvas cuyo radio de curvatura es proporcional à una potencia de normal polar	Espanhol	Rev. Soc. mat. esp. 4	
1915	Geminiano Pirondini	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 10	
1915	À propos de la question 1491	Francês	Nouv. Ann. (4) 15	Gaedecke, Dr. (Berlin)
1915	Sur une courbe qui figure dans la théorie du quadrilatère articulé	Francês	Batt. G. 53	Szego, Dr. (Berlin)
1915	Sobre os arcos das parabolas e hyperbolas	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 10	
1916	L. Orlando	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 11	
1916	Sobre el problema de las intercalaciones	Espanhol	Rev. soc. mat. esp. 5	
1916	Sur une propriété générale des cubiques circulaires unicursales	Francês	Nouv. Ann. (4) 16	Gaedecke, Dr. (Berlin)
1916	Sur une manière de construire les cubiques circulaires	Francês	Nouv. Ann. (4) 16	Gaedecke, Dr. (Berlin)

1916	Sobre a construção das tangentes á cissoide oblíqua que passain por um ponto exterior á curva	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 12	
1917	Losung der Aufgabe 848 (<i>Laguerre</i>)	Francês	Nouv. Ann. (4) 17	Ostrowski, Dr. (Gottingen)
1917	Courbes à courbure ou à torsion constante (question 4665)	Francês	Interméd. des math. 24	Lecat, Dr. (Louvain)
1917	Le grand problème de l'antiquité. La quadrature du cercle	Francês	Scientia 22	Loria, Prof. (Genua)
1918	Logarithmes des quantités négatives (question 4775, pseudonyme)	Francês	Interméd. des math. 25	
1918	Propriétés des développoides (question 4789, de <i>G. Fouret</i>)	Francês	Interméd. des math. 25	Lecat, Dr. (Louvain)
1918	Sobre a identidade das curvas de <i>Perseo</i> e das curvas de Siebeck	Português	Ann. sc. Ac. Polyt. Porto 13	
1924	Sur l'histoire de la fondation de l'astronomie nautique	Francês	Scientia 35	Freudenthal, H.; Dr. (Amsterdam)
1925	L'oeuvre des mathématiques en Portugal depuis le siècle 15 ^e jusqu'au siècle 18 ^e	Francês	Memorie Pontificia Accad. (2) 8	Loria, G.; Prof. (Genua)
1925	Panegiricos e conferencias	Português	Coimbra, Imprensa da Universidade	Grunsky, H.; Dr. (Berlin)
1936	História das matemáticas em Portugal	Português	Lisboa, Academia das Ciências de Lisboa, Biblioteca de Altos Estudos	Hofmann, J. E.; Prof. (Berlin)

Lista de publicações de matemáticos portugueses nas revistas estrangeiras

Tabela 13 – Publicações de Gomes Teixeira em revistas estrangeiras

Revista/Editora	Artigos	Cidade	Ano
Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux	Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles	Bordeaux	1878
Giornale di Matematiche	Sur les dérivées d'ordre quelconque	Napoli	1880
Bulletin de la Société Mathématiques de France	Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Paris	1881
Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris	Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre	Paris	1881
Journal de Mathématiques Pures et Appliquées de Liouville	Sur le développement des fonctions implicites en série	Paris	1881
Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles	Sur les principes du calcul infinitésimal	Bordeaux	1881
Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique	Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du deuxième ordre	Bruxelles	1882
Annales de la Société Scientifique de Bruxelles	Sur la théorie des imaginaires	Bruxelles	1883
Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège	Sur une formule d'interpolation	Liège	1883
Archiv der Mathematik und Physik	Ueber einen Satz der Zahlentheorie	Berlin	1885
American Journal of Mathematics	Sur les nombres de Bernoulli	Baltimore	1885
Annales Scientifiques de l'École Normal Supérieure de Paris	Sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle	Paris	1885
Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei	Sur la détermination de la partie algébrique de l'intégrale des fonctions rationnelles	Rome	1885
Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei	Sur l'intégrale $\int e^{ax} f(x) dx$	Rome	1885
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur l'interpolation au moyen des fonctions circulaires	Paris	1885
Archiv der Mathematik und Physik	Ueber den Eisenstein'schen Satz	Leipzig	1886
Annales Scientifiques de l'École Normal Supérieure de Paris	Sur le théorème d'Eisenstein	Paris	1886
Comptes rendus des séances de la Société Royale des Sciences de Bohême	Sur une limite relative aux polynômes de Legendre	Prague	1886
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une formule d'Analyse	Paris	1886
Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris	Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant à une equation defférentielle	Paris	1886
Bulletin des Sciences Mathématiques	Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Jules Tannery	Paris	1887
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur une théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation	Berlin	1887
Nouvelles Annales de Mathématiques	Exemples de fonctions à espaces lacunaires	Paris	1887
Bulletin de la Société Royale des Sciences de Bohême	Sur la réduction des integrals elliptiques	Prague	1888

Bulletin de la Société Royale des Sciences de Bohême	Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques	Prague	1888
Bulletin des Sciences Mathématiques	Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite	Paris	1888
Nouvelles Annales de Mathématiques	Démonstration d'une formule de Waring	Paris	1888
Sitzungs. der Kgl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften	Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques	Prague	1888
Journal de Mathématiques Pures et Appliquées de Liouville	Sur le développement des fonctions implicites ²⁸⁶	Paris	1889
Bulletin de la Société Mathématique de France	Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre	Paris	1889
Bulletin des Sciences Mathématiques	Extrait d'une lettre adressée à M.Tannery	Paris	1889
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sobre o integral $\int_0^{\pi} \cot(x - \alpha) dx$	Paris	1889
Věstník Královské České Společnosti Náuk	Sur l'intégrale $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$	Prague	1889
Bibliotheca Mathematica	Sur les écrits d'histoire des mathématiques publiés en Portugal	Stockholm	1890
Bulletin des Sciences Mathématiques	Extrait d'une lettre adressée à M.Hermite - Quelques conséquences relatives aux développements des fonctions en série ordonnée suivant de $\sin(x-a)$ et $\cos(x-a)$ déduits d'un integrale curviligne	Paris	1890
Bulletin des Sciences Mathématiques	Sobre o desenvolvimento das funções em serie ordenada segundo as potencias dos senos e cosenos	Paris	1890
Monatshefte für Mathematik und Physik	Extension d'un théorème de Jacobi	Wien	1890
El Progreso Matematico	Sobre a representação da função T(u) por um integral definido	Zaragoza	1891
Mathesis	Démontrer l'identité suivante: $\frac{m^p}{m! p!} = S \frac{1}{\alpha! \beta! \dots \lambda! (2!)^{\gamma} (3!)^{\delta} \dots (p!)^{\lambda}}$ le signe S portant sur toutes les valeurs entieres, positives ou nulles, des quantités $\alpha, \beta, \dots \lambda$ que verifient les deux equations simultanées $\alpha + \beta + \dots + \lambda = m, \quad \beta + 2\lambda + p\lambda = p.$	Gand	1891
Nouvelles Annales de Mathématiques	Extrait d'une lettre à M. Rouché ²⁸⁷	Paris	1891
Bulletin des Sciences Mathématiques	Sur la fonction p(u)	Paris	1892
El Progreso Matematico	Sobre el desarrollo de p(u) en serie de fracciones simples	Zaragoza	1892
Věstník Královské České Společnosti Náuk	Remarques sur l'emploi de la fonction p(u) dans la théorie des fonctions elliptiques	Prague	1892
El Progreso matemático	Sobre la descomposición de las funciones elípticas sn u, cn u, dn u, en serie de fracciones simples	Zaragoza	1892
Bulletin des Sciences mathématiques	Sur un théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation	Paris	1892

²⁸⁶ Este artigo está referido no trabalho da Graça Alves como sendo publicado em 1888, mas na realidade o artigo foi publicado no volume 5 do *Journal de Liouville* de 1889 na página 67.

²⁸⁷ Este artigo tem uma história curiosa, porque foi referenciado pelas duas vezes em todos os trabalhos que foram publicados sobre o F. G. Teixeira a começar pelo trabalho da Graça Alves (Alves, 2004). Todos os trabalhos baseados nos resultados dela referiam que existiam dois artigos no mesmo volume de *Nouvelles Annales de Mathématiques* da autoria do F. G. Teixeira, um dele intitulado “Extrait d'une lettre à M. Rouché” e outro intitulado “Sur la formule de Stirling”. O nosso estudo do volume 10 de *Nouvelles Annales de Mathématiques* concluiu que este artigo encontra-se na área da revista intitulada *Correspondência* na página 312 com o título “Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Rouché” a discutir os resultados obtidos pelo E. Rouché sobre a fórmula de Stirling, mas não existe nenhum artigo com o título “Sur la formule de Stirling”. No índice desde volume da revista *Nouvelles Annales de Mathématiques* não existe nenhuma referência ao artigo do F. G. Teixeira, o que dificultou o nosso trabalho, e só graças a obra do Rodolpho Guimarães (Guimarães, 1911) conseguimos apurar a verdade.

Bulletin des Sciences Mathématiques	Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite	Paris	1893
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances du sinus et du cosinus de la variable	Berlin	1896
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée	Berlin	1896
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur le développement x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable	Paris	1896
Memorias de la Real Academia de ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid	Sobre o desenvolvimento das funções em série	Madrid	1897
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur l'enveloppe d'une droite de longueur donnée s'appuyant sur deux droites	Paris	1898
Mémoires de l'Académie Royale de Belgique	Sur les courbes parallèles à l'ellipse	Bruxelles	1898
El Progreso Matematico	Sobre una curva notable	Zaragoza	1899
El Progreso Matematico	Sobre los focos de las espiricas de Perseo	Zaragoza	1900
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée	Berlin	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Évaluation directe de l'aire de la développée de l'ellipse	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Limaçon de Pascal	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 1.454 (E-N.Barisien)	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 1.638 (E-N.Barisien)	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Si une courbe est carrable et rectifiable, ses courbes parallèles le sont elles aussi?	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur la rectification des courbes parallèles à une courbe donnée	Paris	1900
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur les foyers du limaçon de Pascal	Paris	1900
Mathesis	Sur la tétrascupitale de Bellavitis	Gand	1901
Revista trimestral de Matemáticas	Sobre una propiedad de los focos de los óvalos de Cassini	Zaragoza	1901
Archiv der Mathematik und Physik	Sur la courbe équipotentielle	Leipzig	1902
Mathesis	Sur une propriété des ovales de Descartes	Gand	1902
Bulletin de la Société Phisico-mathématique de Kazan	Remarques sur un travail publié par N. Bougaiev	Kazan	1903
Gaceta de Matematicas elementales	Sobre la teoria de logaritmos	Vitoria	1903
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur la convergence des formules d'interpolation de Lagrange, Gauss, etc.	Berlin	1903
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur le développement des fonctions doublement périodiques de seconde espèce en série trigonométrique	Berlin	1903
Acta Mathematica	Notes sur deux travaux d'Abel relatifs à l'intégration des différences finies	Stockholm	1904
Annali di Matematica pura ed applicata	Sur la théorie des cubiques circulaires et des quartiques bicirculaires	Milano	1904
Gaceta de Matematicas elementales	De algunas series que pueden sumar-se por los métodos elementales	Madrid	1904
Giornale di Matematiche	Sur un problème de Gauss et une classe particulière de fonctions symétriques	Napoli	1904
L'Enseignement mathématique	Sur une formule trigonométrique d'interpolation	Genève	1904
Periodico di Matematica	Nota sull'applicazione del theorema di Fagnano agli archi della lumaca di Pascal e della sinusoide	Livorno	1904
Prace matematyczne -	Sur les fonctions alef de Wronski	Varsóvia	1904

fizyczne			
Revista trimestral de Matemáticas	Sobre una propiedad de las cúbicas circulares	Zaragoza	1904
The Quarterly Journal of pure and applied Mathematics	On the rectification of Booth's logarithmic ellipse and logarithmic hyperbola	London	1904
Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences	Sur la série de Lagrange et ses applications	Bruxelles	1904
Gaceta de matemáticas elementales	Sobre una ecuación lineal indeterminada	Madrid	1904
Archiv der Mathematik und Physik	Sur quelques intégrales définies	Berlin	1905
L'Enseignement mathématique	Sur le nombre des tangentes qu'on peut mener à une courbe par un point situé sur la courbe	Genève	1905
L'Enseignement mathématique	Sur les démonstrations de deux formules pour le calcul des nombres de Bernoulli	Genève	1905
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur une fonction numérique	Paris	1905
Memorias de la Real Academia de ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid	Tratado de las Curvas Especiales Notables	Madrid	1905
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une formule pour le calcul numérique des logarithmes	Paris	1905
Archiv der Mathematik und Physik	Sur deux manières de construire les spiriques de Perseus	Leipzig	1906
Journal für die reine und angewandte Mathematik, gegründet von Crelle	Sur quelques applications des séries ordonnées suivant les puissances du sinus	Berlin	1906
Mathesis	Sur les transformations linéaires	Gand	1906
Nieuw Archief voor Wiskunde	Extrait d'une lettre adressée à Ch. Hermite - Sur quelques propriétés des cubiques	Amsterdam	1906
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une propriété de la strophoïde et sur les cubiques qui coïncident avec leurs cissoïdales	Paris	1906
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 3.507 (T. Lemoine)	Paris	1909
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 3.551 (T. Lemoine)	Paris	1909
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 3.581 (G. Espanet)	Paris	1909
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 3.632 (T. Lemoine)	Paris	1910
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 3.658 (Picpus)	Paris	1910
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 3.703 (E-B. Escott)	Paris	1910
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur la développée de la parabole du second ordre	Paris	1910
Proceedings of Edinburgh Mathematical Society	Note on Professor Naraniengar's paper in the Proceedings of 1909-10	Edinburgh	1910
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse á la question 3.766 (E. V. Barisien)	Paris	1911
Proceedings of Edinburgh Mathematical Society	Note on researches of Maclaurin on Circular Cubics	Edinburgh	1911
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre una nueva propiedad de las cisoides y una generalización de estas curvas	Madrid	1911
Giornale di Matematiche	Sur les trajectoires des paraboles, des hyperboles et de leurs courbes inverses	Napoli	1912
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur la spirale logarithmique	Paris	1912
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur les courbes semblables à leurs courbes parallèles	Paris	1912
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre algunas propiedades de las cubicas	Madrid	1912
Atti della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei	Sur une propriété de la lemniscate de Bernoulli	Rome	1912

Archiv der Mathematik und Physik	Sur une intégrale définie	Leipzig	1913
Journal de Mathématiques Pures et Appliquées de Liouville	Extrait d'une lettre adressée à M. Haton de la Goupillière - Sur les foyers des développoides	Paris	1913
L'intermédiaire des mathématiciens	Réponse à la question 4.116 (E. B. Escott)	Paris	1913
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 4.122 (Remigio Rigal)	Paris	1913
Monatshefte für Mathematik und Physik	Sur les courbes à développée intermédiaire circulaire	Wien	1913
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre la teoria de las ruletas	Madrid	1913
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur les développoides de l'ellipse	Paris	1913
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur les roulettes circulaires	Paris	1913
Archiv der Mathematik und Physik	Sur les courbes orbiformes d'Euler et sur une généralisation de ces courbes	Leipzig	1914
L'intermédiaire des mathématiciens	Sur une problème de la théorie des courbes	Paris	1914
Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo	Sur les courbes représentées par l'équation polaire $\rho e^{n\theta} \sin^m \theta = c$.	Palermo	1914
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre la irreductibilidad de las ecuaciones binomias	Madrid	1914
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre las líneas geodésicas del helicoide de plano director	Madrid	1914
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur les courbes isoptiques et les podaires	Paris	1914
Nouvelles Annales de Mathématiques	À propos de la question 1491	Paris	1915
Revista de la Sociedad Matematica Española	Sobre las curvas cuyo radio de curvatura es proporcional á una potencia de normal polar	Madrid	1915
Imprenta de Fortanet. Congreso de la Valladolid. As. Española de las ciencias	Sobre os arcos dos espirais	Valladolid	1915
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 4.596 (A. Ansermet)	Paris	1916
L'intermédiaire des mathématiciens	Reponse á la question 4.665 (Pehém)	Paris	1916
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une manière de construire les cubiques circulaires	Paris	1916
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une propriété générale des cubiques circulaires unicursales	Paris	1916
Gauthier-Villars	Sur une propriété de la strophoïde et sur les cubiques qui coïncident avec leurs cissoïdales	Paris	1916
Nouvelles Annales de Mathématiques	Sur une manière d'engendrer les cubiques unicursales et une classe de quartiques, et sur une relation entre deux transformations	Paris	1917
Scientia	Le grand problème de l'antiquité: la quadrature du cercle	Bologna	1917
Congresso de Sevilha	Identidade das curvas definidas pela equação bipolar	Sevilha	1917
Congresso de Bilbao	Conferência sobre a vida e a obra científica do matemático português Daniel Augusto da Silva	Bilbao	1919
Revista Matematica Hispano-Americana	Daniel Augusto da Silva: Su Vida Y Su Obra Científica	Madrid	1920
L'Enseignement mathématique	Les Mathématiques au Portugal	Paris	1923
L'Enseignement mathématique	Chronique l'amitié francoportugaise	Paris	1923
Congresso de Salamanca. Asociacion Española para el Progreso de las Ciencias	El poder y la belleza de las matemáticas	Salamanca	1923
Scientia	Sur l'histoire de la fondation de l'astronomie nautique	Milano	1924
Memoria della Accademia delle Scienze Nuovi Lincei	L'Oeuvre des Mathématiques en Portugal depuis le siècle XV jusqu'au siècle XVIII	Rome	1925
Chelsea	Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches I, II, III	New York	1971
Editions Jacques Gabay	Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches I, II, III	Paris	1995

Tabela 14 – Publicações de matemáticos portugueses em revistas estrangeiras (exceto Gomes Teixeira)²⁸⁸

Autor	Artigo	Ano	Revista	Cidade/País
Valente do Couto, M.	On the formule for the computation of precession	1836	Montley notices of the Royal astronomical society	Londres/ G. Bretagne
Oom, F.	Bericht in beobachtung der totalen sonnen finsterniss in pobes	1861	Traité de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg	S.Petersbourg/Russia
Oom, F.	Vergleichung des armagh-catalogs von Robinson mit dem aboer von Argelander	1862	Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg	S.Petersbourg/Russia
Oom, F.	Vergleichung des armagh-catalogs von Robinson mit dem aboer von Argelander	1863	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
Oom, F.	Déclinaisons des étoiles zénithales	1870	Observations de Poulkova	S.Petersbourg/Russia
Oom, F.	Aus einem schreiben des Herrn Dr. F. A. Oom na den herasgeber	1874	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1877	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
D. L. Pereira da Silva	Sur quelques intégrales données dans le cours d'analyse de M. Hermite	1883	Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par M.Darboux	Paris/França
J. A. Martins de Silva	Sur une question de la théorie des fonctions elliptiques	1885	Bulletin de l'Académie de Belgique	Bruxelles/ Belgique
J. A. Martins de Silva	Sur trois formules de la théorie des fonctions elliptiques	1886	Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par M.Darboux	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Solution élémentaire d'un problem de minimum de Fermat	1890	Bulletin scientifique, rédigé par M. Lebon	Paris/França
Bruno de Cabedo, J.	Sur le développement des fonctions en série	1890	Mathesis	Gand/Bélgica
R. Guimarães	Sur une équerre cycloïdale propre à effectuer la rectification des arcs de cercle	1891	Bulletin de la Société Mathématiques de France	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Sur une theoreme relatif à la theorie des nombres	1892	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1892	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
R. Guimarães	Sobre uma formula geométrica	1892	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
R. Guimarães	Sur un arc d'ellipse de longueur déterminée	1892	Giornale di matematiche di Battaglini	Nápoles/Itália
R. Guimarães	Sur trois normales spéciales à l'ellipse	1892	Bulletin de la Société Mathématiques de France	Paris/França
R. Guimarães	Sur les transforées des sections planes du cône de révolution	1892	Journal de mathématiques élémentaires	Paris/França
R. Guimarães	Nota sobre la construcción de una normal á una elipse	1892	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
R. Guimarães	Sur l'évaluation de certaines aires coniques	1892	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Teixeira, J. P.	Una demostracion del teorema de adicion de argumentos de las funciones angulares	1892	El Progreso Matematico	Saragosse/ Espanha
D'Moraes Pereira, J.	Saturne en 1892. Dessin et observations	1892	L'Astronomie	Paris/França
R. Guimarães	Les normales à l'ellipse d'après le théorème de Frégier et d'autres géomètres	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França

²⁸⁸ Tabela é resultado de análise do *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* e das obras de R. Guimarães: *Les Mathématiques en Portugal au XIX Siècle* (1909), *Les Mathématiques en Portugal, Appendice II* (1911), *Biografia de Francisco Gomes Teixeira* (1914) (Guimarães, 1909), (Guimarães, 1911)

R. Guimarães	Sur une formule de géométrie	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. M. Rodrigues	Sur la résolution algébrique des équations	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. M. Rodrigues	Sur le développement en série des fonctions algébriques	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. M. Rodrigues	Sur l'inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. M. Rodrigues	Les lois de Kepler dans la théorie de la rétrogradation des projectiles	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Schiappa Monteiro, A.	Solucion d'una cuestion propuesta	1893	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
Guimarães, R	Sur l'évaluation de certaines aires coniques	1893	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Eclipse totale du Soleil du 16 avril 1893. Calcul pour Ponta Delgada et observations	1893	Journal of de Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Lune	1893	L'Astronomie	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Jupiter. Observations	1893	L'Astronomie	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Étoiles. Cartes perforées, etc.	1893	L'Astronomie	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1894	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
A. Schiappa Monteiro	Sur la détermination des cercles qui coupent trois cercles fixes sous des angles donnés	1894	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Guimarães, R	Les normales à l'ellipse, d'après le theoreme de Fregier et d'autres géomètres	1894	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
R. Guimarães	Sur les sections planes des cônes quelconques du second degré	1894	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Rodrigues, J. M.	Sur la résolution algebrigue des équations	1894	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Rodrigues, J. M.	Sur le développement en série des fonctions algébriques	1894	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Teixeira, J. P.	Solucion d'una cuestion propuesta	1894	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
J. D'Moraes Pereira	Observations of variable stars from may 1892 to january 1894	1894	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Lune	1894	L'Astronomie	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Jupiter. Observations	1894	L'Astronomie	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Observations of Jupiter's and Saturn's satellites in 1893	1894	Journal of de Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Observations of Suns pots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1894	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Corrections of the positions of two stars of Dr. Marth's Galactic Long. And Lat.	1894	Montley notices of the Royal astronomical society	Londres/G. Bretagne
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1895	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
Guimarães, R	Sur les section planes du cône du second degré	1895	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
R. Guimarães	Inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes	1895	Revista di Matematica	Turin/Italia

Rodrigues, J. M.	Des proprietes des tourbillons	1895	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Rodrigues, J. M.	Sur l'inversion cyclique des fonctions monogénese et holomorphes	1895	Revista di Matematica	Turin/Italia
Campos Rodrigues, C. A.	Observation d'occultations pendant l'éclipse totale de la Lune, 1891, Novembre 15	1895	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
D'Moraes Pereira, J.	Observations of occultations of stars during the total eclipse of the Moon, sept. 3, 1895	1895	Journal of de Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Transit of Mercury across the Sun's disc. Nov. 10, 1894	1895	Journal of de Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
Schiappa Monteiro, A.	Sur une inégalité	1896	Journal de mathématiques élémentaires	Paris/França
Schiappa Monteiro, A.	Solucion d'una cuestion propuesta	1896	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
D'Mello e Simas, M. S.	Méthodes nouvelles pour observer le Soleil	1896	Les sciences populaires	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Observations of the occultation of Jupiter by the Moon, June 14, 1896	1896	Journal of de Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Observations of Sun spots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1896	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1897	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1897	Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
Guimarães, R	On a Geometrical problem	1897	Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society	Edinburgh/G. Bretagne
D'Avillez, J. F.	Sur un groupe de trois paraboles	1897	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Observations of variable stars from January 1894 to January 1896	1897	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Observations of Sun spots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1897	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1898	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
A. Schiappa Monteiro.	Solucion de deux questions proposees	1898	Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
A. Schiappa Monteiro.	Question résolue	1898	Bulletin des sciences mathématiques, rédigé par M. Darboux	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Question résolue	1898	Bulletin de sciences mathématiques et physiques	Paris/França
A. Schiappa Monteiro.	Question n° 1118	1898	Mathesis	Gand/Belgique
R. Guimarães	Regle pratique pour développer les déterminants du quatrième ordre	1898	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
R. Guimarães	On a geometrical problem	1898	Proceedings of Edinburgh Mathematical Society	Edinburgh/G. Bretagne
D'Avillez, J. F.	Sur un certain triangle	1898	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
J. D'Moraes Pereira	Observations of Sun spots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1898	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
A. Schiappa Monteiro	Solucion d'una cuestion propuesta	1899	El Progreso Matematico	Saragosse/Espanha
Campos Rodrigues, C. A.	Observations des Leonides 1898, 1899	1899	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
J. D'Moraes Pereira	Observations of Sun spots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1899	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/G. Bretagne
Guimarães, R	Ecuacion del circulo de Joachimsthal	1900	El Progreso Matematico	Saragosse/

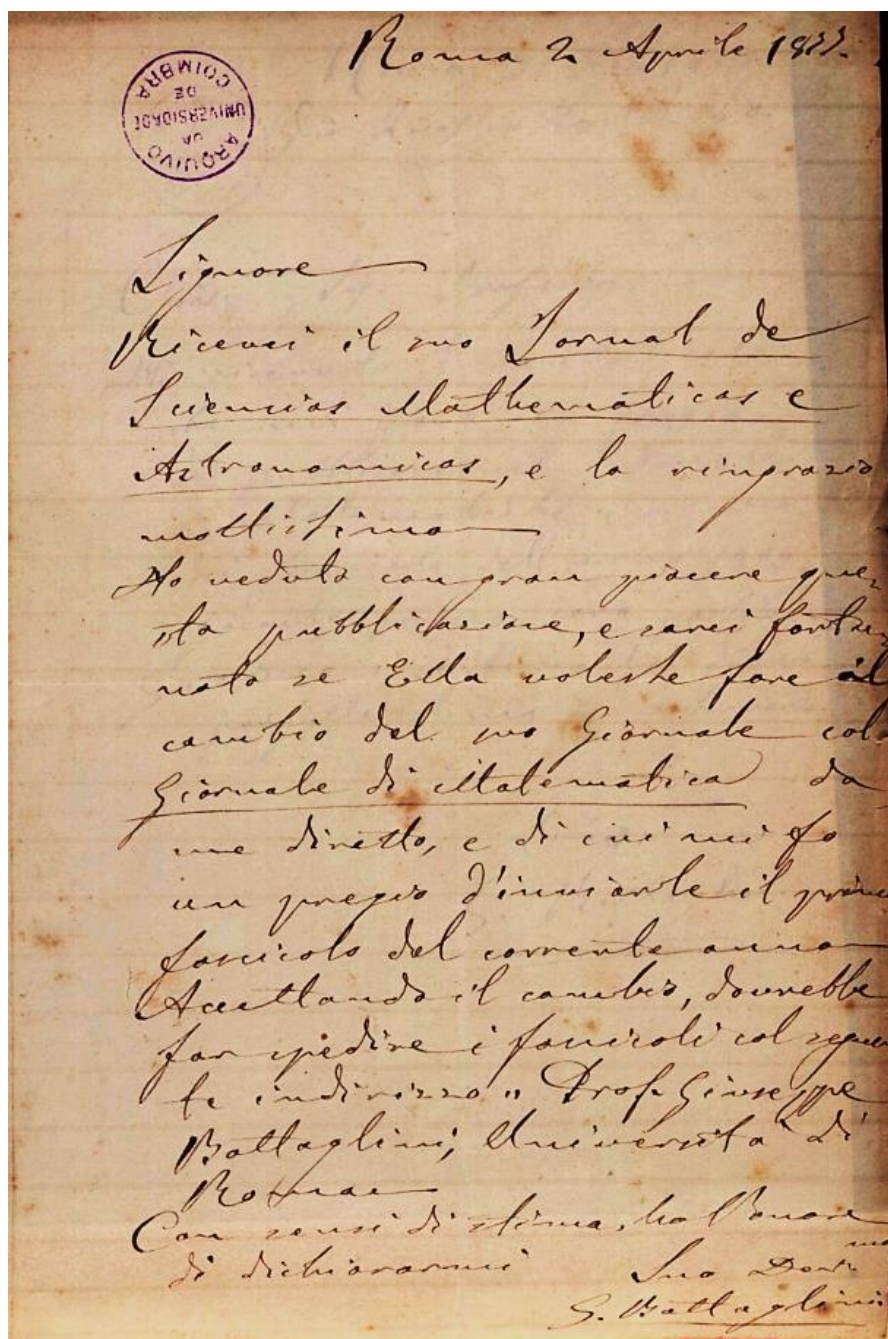
				Espanha
Campos Rodrigues, C. A.	The failure of the Léonids in 1899, Observations at Lisbon. Portugal	1900	Popular astronomy	Northfield/ USA
J. D'Moraes Pereira	Observations of Suns pots. Drawings and measurements of position and surface every available day from 1893 to 1898	1900	Mémoires of the Brit. Astronomical association	Londres/ G. Bretagne
C. Xavier Cordeiro	Formule pratique pour les murs supportant de grands remblais	1900	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Xavier Cordeiro, C.	Distribution des rails courts dans les courbes	1900	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Xavier Cordeiro, C.	Formule rationnelle pour la détermination de l'épaisseur des voûtes circulaires	1900	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
D'Mello e Simas, M. S.	Note sur la décimalisation de l'heure et de l'angle	1901	Bulletin de la Société astronomique de France	Paris/França
D'Mello e Simas, M. S.	Observations of Nova Persei	1901	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
D'Mello e Simas, M. S.	Elements of Planet 1901 GV	1901	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
J. D'Moraes Pereira	The longitude of Horta, Fayal, Azores, Islands	1901	Bulletin of the american geographical society	New York/ USA
J. D'Moraes Pereira	Jupiter's satellites 15 oct. 1901	1901	English mechanic and world of science	Londres/ G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Small stars in Orion, etc.	1901	English mechanic and world of science	Londres/ G. Bretagne
D'Mello e Simas, M. S.	Elements of Planet 1901 GU	1902	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
D'Mello e Simas, M. S.	Elements and ephemeris of Planet (478) Tergeste	1902	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
C. A. Campos Rodrigues	Bewegliche leiten zur beobachtung des Nadirs	1902	Deutsche mechaniker-zeitung	Berlin/ Alemanha
C. A. Campos Rodrigues	Corrections aux ascensions droites de quelques étoiles du Berliner Jahrbuch	1902	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
C. A. Campos Rodrigues	Kurvenlineal fur Kreisbogen	1902	Deutsche mechaniker-zeitung	Berlin/ Alemanha
Oom, F.	The alleged change of colour in Sirius	1902	The Observatory	Londres/ G. Bretagne
J. D'Moraes Pereira	Dr. Schwabe's algol variable, etc	1902	English mechanic and world of science	Londres/ G. Bretagne
D'Mello e Simas, M. S.	Definitiv orbit elements of comet 1900	1903	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
Eloy Nunes Cardoso, J.	Escuadran trisector	1903	Gaceta de matematicas elementales	Madrid/ Espanha
E. Sached Ramos	Dos cuestiones sobre poliedros regulares	1903	Gaceta de matematicas elementales	Madrid/ Espanha
A. Cabreira	Note sur les rapports polygonaux	1904	Jahresbericht der Deutsche Mathematische –Vereinigung	Munich/ Alemanha
R. Guimarães	Numero de raices de una ecuación determinada	1904	Gaceta de matematicas elementales	Madrid/ Espanha
C. A. Campos Rodrigues	Le problème de Pothenot	1904	Rivista di topografia e catasto	Turin/Italia
C. A. Campos Rodrigues	Observations des Léonides 1903 Novembre 15	1904	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
C. A. Campos Rodrigues	Um trisector	1904	Il Pitagora	Palermo/Italia
Oom, F.	Cercle et jour décimaux et méridien initial	1904	Revue scientifique	Paris/França
Oom, F.	Observations d'éclipses de Lune	1904	Astronomische Nachrichten	Kiel/ Alemanha
D'Moraes Pereira, J.	Transit of Callixto 8 ang. 1903	1904	English mechanic and world of science	Londres/ G. Bretagne
Eloy Nunes Cardoso, J.	Calendario perpetuo	1904	Revista trimestral de matematicas	Saragosse/ Espanha
Eloy Nunes Cardoso, J.	Escuadran trisector	1904	Gaceta de matematicas elementales	Madrid/ Espanha

Cabreira, A.	Sur l'extraction de la racine carrée des facteurs premiers	1905	Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences	Paris/França
Cabreira, A.	Sur la théorie des nombres. Sur les nombres polygonaux	1905	Association française pour l'avancement des sciences. Comptes-rendus des Congrès	Paris/França
Guimarães, R	Note matematica	1905	Gazeta matematica	Bucarest/Roumanie
Xavier Cordeiro, C.	Die Festigkeit gebogener Stäbe (La résistance des prismes fléchis)	1905	B. S. ????	
Baptista, J. M.	Regra pratica para a applicação do methodo do angulo auxiliar á resolução dos triangulos esfericos	1905	Mémoires de l'Académie royale de Belgique	Bruxelles/Belgique
D' Mello e Simas, M. S.	Elements and ephemeris of Planet (478) Tergeste	1905	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
Oom, F.	Je symbole W pour désigner l'ouest	1905	Revue scientifique	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Système d' équations(problème de la carte)	1906	L'Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
A. Schiappa Monteiro	Rayons des cercles coupant trois cercles de rayon R sous des angles donnés	1906	L'Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
A. Cabreira	Quelques propriétés géométriques de la réfraction	1906	Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences	Paris/França
A. Cabreira	Sur les polynômes dérivés	1906	Toulouse Mém.	Toulouse /França
Guimarães, R	Questione d'algebra	1906	Il Pitagora	Palermo/Italia
Guimarães, R	Sobre las áreas de los poligonos regulares	1906	Gaceta de matematicas elementales	Madrid/Espanha
Guimarães, R	A propos de l'Initiation mathématique de M. Laisant	1906	L'enseignement mathématique	Geneve/Suíça
Guimarães, R	Sobre un problema geométrico	1906	Revista de Matematicas	Santiago/Chile
Guimarães, R	Sobre el círculo de <i>Joachimsthal</i>	1906	Revista trimestral de Matemáticas	Paris/França
Guimarães, R	A propos de polynomes dérivés	1907	L'enseignement mathématique	Geneve/Suíça
A. Schiappa Monteiro	Élimination d'un paramètre	1907	L'Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
Guimarães, R	Osservazioni sur alcune formule esprimenti il lato di un poligono regolare	1907	Il Pitagora	Palermo/Italia
D'Avillez, J. F.	Question resolue	1907	Bulletin de sciences mathématiques et physiques	Paris/França
D' Mello e Simas, M. S.	Orbit elements of planets (589) and (592)	1907	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
A. Schiappa Monteiro	Mouvement des automobiles	1908	L'Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
Guimarães, R	Sur une application du théorème de Tinseau	1908	Gazeta matematica	Bucarest/Roumanie
Guimarães, R	Note matematica-Remarque	1908	Gazeta matematica	Bucarest/Roumanie
Guimarães, R	Observación á una nota concerniente á la espiral de Poincaré	1908	Gazeta matematica	Bucarest/Roumanie
A. Schiappa Monteiro	Solution de la question	1909	L'Intermediaire des mathématiciens	Paris/França
D' Mello e Simas, M. S.	Éléments elliptiques de la comète 1910 a.	1910	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
Oom, F.	Observation de l'éclipse de Lune 1910 Nov. 16 à l'Observatoire de Lisbonne (Tapada)	1911	Astronomische Nachrichten	Kiel/Alemanha
Frederico V. G. Marias	Curiosidades aritmeticas	1913	Revista de la Sociedad Matematica Española	Madrid/Espanha
Frederico V. G. Marias	Tres teoremas sobre determinantes	1913	Revista de la Sociedad Matematica Española	Madrid/Espanha
Frederico V. G. Marias	Note sobre la igualdad $\sum_i K^3 = \left(\sum_i K\right)^2$	1913	Revista de la Sociedad Matematica Española	Madrid/Espanha
A. Monteiro	Théorème relatif au triangle (question 4511, de T. Ono)	1916	L'intermédiaire des mathématiciens	Paris/França
A. Monteiro	Lieu relatif au triangle (question 4567, de Quarens (pseudonyme))	1916	L'intermédiaire des mathématiciens	Paris/França
A. Monteiro	Courbe orthoptique d'une ellipse et de	1916	L'intermédiaire des	Paris/França

sa développée (question 4455, de E.-N. Barisien)			mathématiciens	
A. Monteiro	Aire d'une courbe (question 4568, de E.-N. Barisien)	1916	L'intermédiaire des mathématiciens	Paris/França
F. M. da Costa Lobo	La courbe décrite par le pôle à la surface de la terre	1920	Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences	Paris/França
F. M. da Costa Lobo	New physical theories	1928	Proceedings Congress Toronto	Toronto/Canada
A. de Mira Fernandes	Sur l'écart géodésique, la courbure riemannienne et la courbure associée de Bianchi	1928	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Transports isoclines et directions associées	1928	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Le tenseur quadruple de Christoffel et le tenseur de Riemann	1929	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Transports superficiels	1929	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Tensori associati ad un' n -pla vettoriale	1929	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Sistemi odografi	1929	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. Cabreira	Théorie d'un planisphère métrique terrestre	1929	Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences	Paris/França
A. de Mira Fernandes	Proprietà di alcune connessioni lineari	1931	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Direzioni concorrenti	1931	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
A. de Mira Fernandes	Centri di gravità delle sezioni piane di un corpo omogeneo	1931	Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti	Roma/Itália
F. de Almeida e Vasconcellos	Francisco Gomes Teixeira	1932	Archeion	????????

Anexo B - Artigos, cartas e outra documentação referente a Gomes Teixeira

Cartas com referências à troca de publicações entre o *Jornal de Teixeira* e revistas estrangeiras



Roma 2 Aprile 1877.

Signore

Ricevei il suo *Jornal de*
Sciencias Mathematicas e
Astronomicas, e la ringrazio
molto.

Ho veduto con gran piacere que-
sta pubblicazione, e sarei fortunato se Ella volesse fare il
cambio del suo *Giornale* col
Giornale di Matematica da
me diretto, e di cui mi fo
un pregio d'inviare il primo
fascicolo del corrente anno.

Accettando il cambio, dovrebbe
far spedire i fascicoli col rispet-
te indirizzo. Prof. Giuseppe
Battaglini, Università di
Roma.

Con sensi di stima, ho l'onore
di dichiararmi. Suo Devoto
G. Battaglini

Ilustração 116 - Carta nº 71²⁸⁹, de G. Battaglini, aceitando a troca do *Jornal de Teixeira* com o seu *Giornale di Matematiche* (1877)

²⁸⁹ "... Correspondência científica de Gomes Teixeira, arquivada na Universidade de Coimbra. [...] Limitamo-nos a por aqui o Índice dessa correspondência, feito pelo próprio Gomes Teixeira. ..." (Vilhena, 1936, p.211). Os números das cartas apresentadas são os números do arquivo da Universidade de Coimbra. As cartas estão ordenadas por ano.

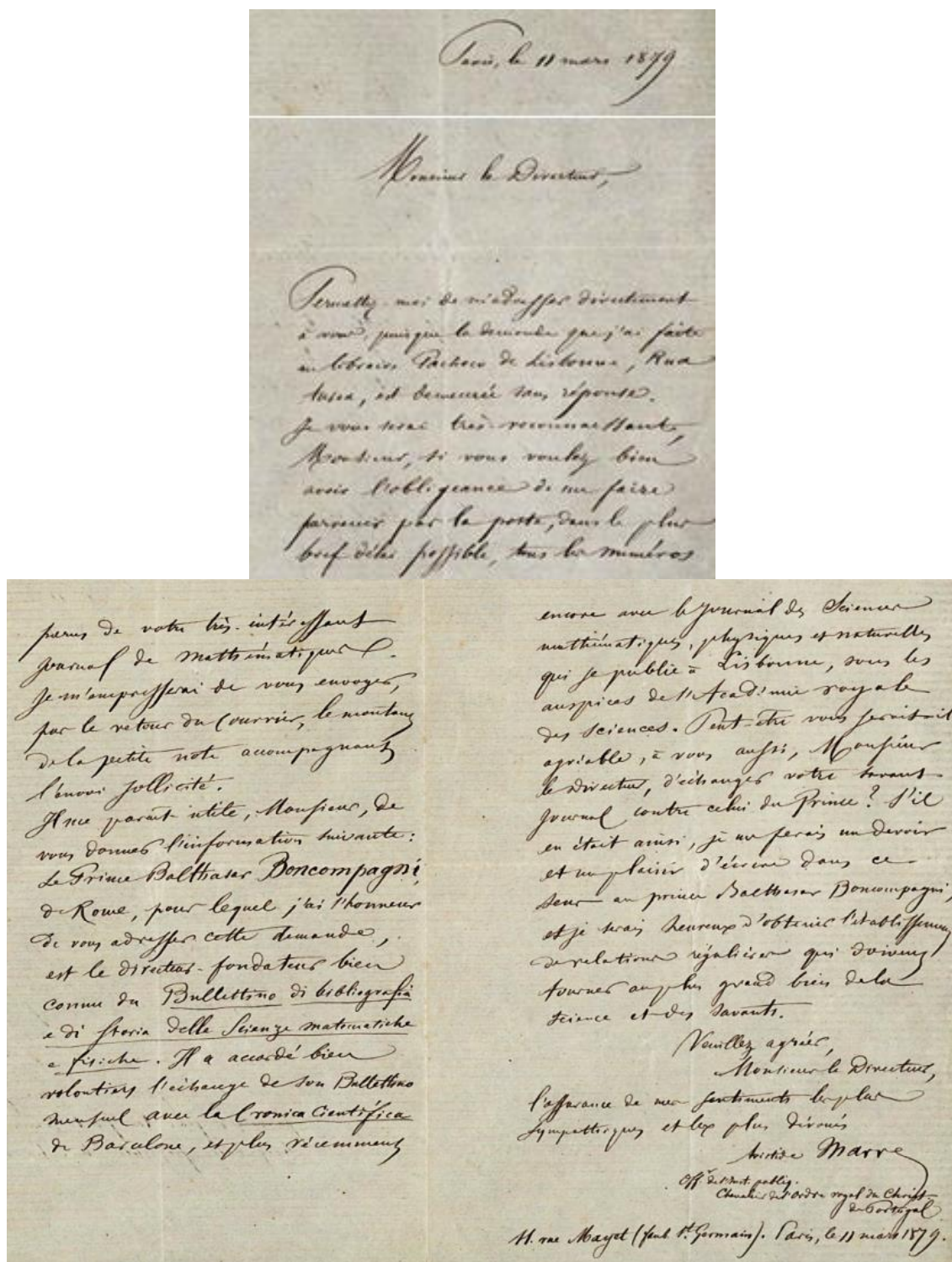


Ilustração 117 - Carta nº 803 - Carta de A. Marre sobre a troca do *Jornal de Teixeira* com o *Bullettino di bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* do príncipe Baldassarre Boncompagni-Ludovisi²⁹⁰. (1879)

²⁹⁰ Boncompagni editou o *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (1868-1887), o

Rome, 29 juin 1881
n.º 100.

Monsieur

J'ai reçu la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire en date de Cornubon, le 18 juin, dans laquelle vous me proposez l'échange de mon Bullettino avec votre excellent Journal de sciences mathématiques et astronomiques. J'accepte volontiers cet échange. Aujourd'hui par conséquent j'ai fait mettre à la poste 1.º un pli adressé à M. l'Arch. de Marm à Paris contenant un exemplaire des cahiers de janvier-août 1880 (dernier publié) de ce recueil; 2.º une lettre dans laquelle je le prie de vous expédier ces cahiers. Je vous prie de vouloir bien m'en accuser réception. Vous verrez que dans les cahiers d'avril (page 224) et août (page 53) 1880 du Bullettino j'ai annoncé les nos. 6, 7, 8, 9 du Vol. II du Journal de votre journal cités ci-dessus. J'ai dû cependant emprunter le no. 8 que je ne trouve plus chez moi. J'ose par conséquent vous prier de vouloir bien m'envoyer un exemplaire de ce n.º 8. Veuillez agréer, Monsieur, les sentiments de haute estime de

Votre très dévoué serviteur
Principe Boncompagni

B. B. P.

Ilustração 118 – Carta nº 100 - Carta do Príncipe B. Boncompagni sobre a troca do *Jornal de Teixeira* com o *Bullettino di bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (1881)

primeiro jornal periodico italiano totalmente dedicado a história de matemática. Ele editou todos os artigos que saiam neste jornal. Ele também preparou e publicou a primeira edição moderna de *Fibonacci Liber Abaci* (Livro de Cálculo).

Novara (Piemonte). 6 de noviembre 1881.

Señor D. Francisco Gomes Teixeira.

Cóimbra



He recibido dos números de su periódico de Matemáticas y me apresuro de mandarle a V. los tres tomos de la Rivista di Matematica que se han publicado en Novara bajo mi dirección—

V. me obligará mucho si al recibir la presente en cambio de ellos querrá enviarme igualmente la colección de su estimado periódico—

Queda sin decirlo que por el porvenir cambiaremos nuestras publicaciones a medida que saldrán; no es verdad?

Reciba pues, querida colega mis memorias

Soy de V. A y S.S.

Prof^{re} Francesco Gastaldi

Ilustração 119 - Carta nº 76, de F. Gastaldi, sobre a troca da sua revista *La Rivista di Matematica* com o *Jornal das Ciências Mathematicase Astronomicas*, (1881).



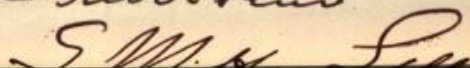
Stockholm
 $\frac{24}{x11} 83$ 
 Monsieur,
Je vous envoie sans band
le n° 1 du Tome I de mon
journal *Acta Mathematica*
Et je sais cette manière de
vous renvoyer du cadeau de
votre propre excellent journal.
Veuillez agréer, illustre
confrère, l'expression de la
haute considération avec
laquelle je suis votre
humble serviteur
S. M. L. 

Ilustração 120 – Carta n° 125, de Mittag-Leffler, anunciando a remessa da *Acta Mathematica* em troca do *JSMA* (Stockholm) (1883)

ACCADEMIA DELLE SCIENZE



DELL' ISTITUTO

DI

BOLONGNA

Bologna 26 Settembre 1884.
(Onore Professore)

Ho avuto l'onore di presentare all'Accademia
il Vol. III del Journal de Sciences etc
pubblicato dalla S. P. Chua e che si piacquero
indovinare. Essa mi ha incaricato di porgervene
in suo nome vivissime grazie e di indirizzarvi
il Rendiconto dell'Accademia per l'anno
corrente. Adempiendo il voto dell'Accade-
mia ho l'onore di spedire per mezzo della
Posta alla S. P. Chua il Rendiconto prein-
dicato mentre la confermo i sentimenti
della mia profonda stima e devozione

All Onore Professore

Il Segretario


D. Francisco Gomes Teixeira

F. R. Ruffini

(Cimbra)

Ilustração 121 - Carta nº 61, de F. Ruffini, secretário da Academia de Bolonha, aceitando a troca entre o *Journal de Teixeira* e o *Rendiconti* desta Academia. (1884).

Monsieur



J'ai reçu, le 14 novembre, avec joie votre envoi et l'offre d'échange de nos journaux, offre que je prends comme signe, que vous voulez soutenir les récentes relations entre les savants du Portugal et de l'Allemagne. J'ai, sur le champ, communiqué cette proposition à mon libraire. Ce n'est qu'aujourd'hui que j'ai reçu sa réponse, qui me fait savoir, qu'il a donné à la poste les 3 premiers cahiers de la nouvelle série adressés à vous; le 4^{ème} cah. devant apparaître en peu de jours.

Si vous voulez m'envoyer directement les tomes suivants de votre honore Journal, j'ai donné à bas mon adresse; mais si vous semble plus convenable de les envoyer par la librairie, voilà l'adresse: „Vorlagsbuchhandlung von C. F. Koch in Leipzig“.

Si vous trouvez, que l'adresse (desus) de

32 ou 152 2)
de cette lettre-ci ou d'un envoi de mon libraire n'est pas exacte*, je vous prie de m'en aviser.

Agrez, Monsieur, l'assurance des sentiments de haute-consideration à

Votre très-humble serviteur

R. Hoppe,
Professor an der Universität
Berlin.

Berlin, le 17. Dec. 1884.
NW Lindenstrasse 89.

Ilustração 122 - Carta nº 96, de Hoppe, professor da Universidade de Berlim, aceitando a troca do *Jornal das Ciências Matemáticas e Astronomicas* com os seus *Arquivos de Matematica*. (1884).

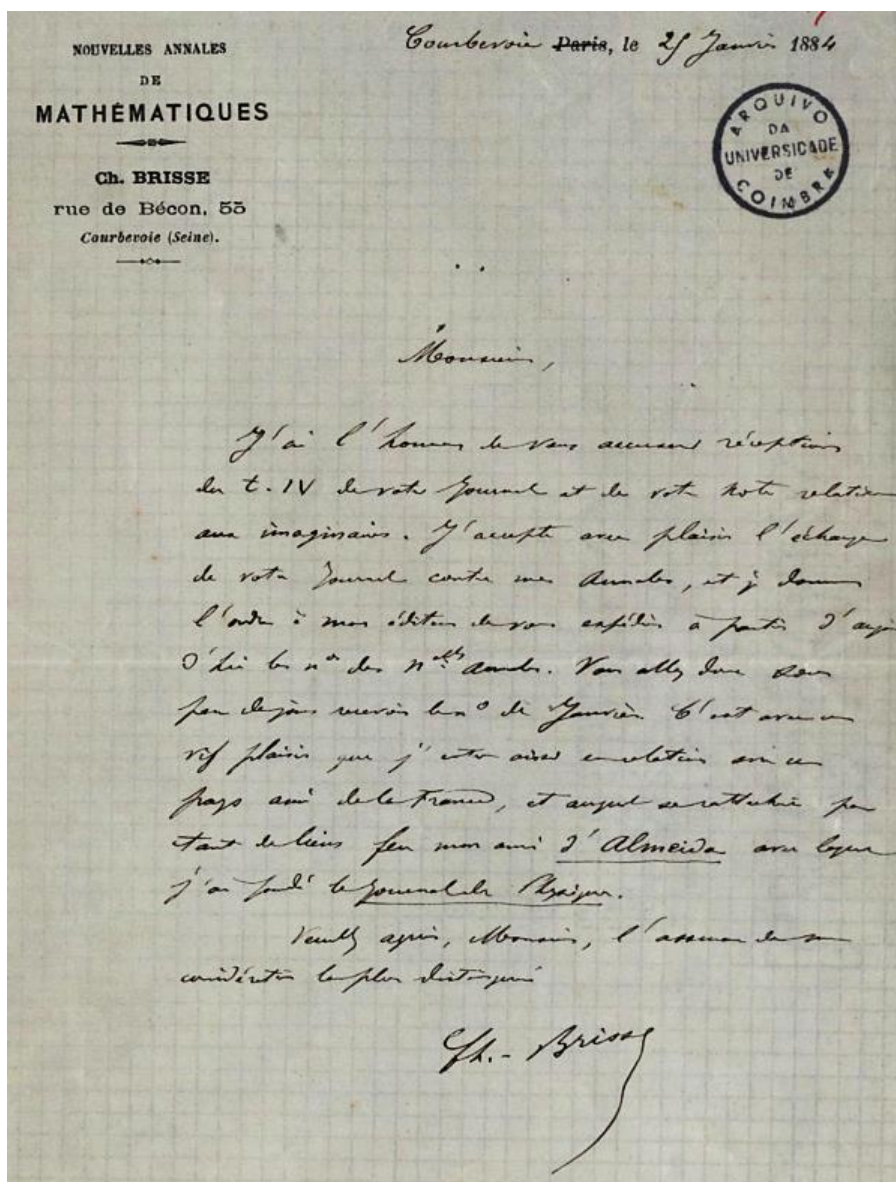


Ilustração 123 - Carta nº 619, de Ch. Brisse, sobre a troca do *Jornal* com as *Nouvelles Annales de Mathématiques*, onde também recorda que fundou com J. Ch. D'Almeida o *Journal de Physique*²⁹¹. (1884).

²⁹¹ Joseph Charles D'Almeida (1822-1880), foi editor do *Journal de Physique Théorique et Appliquée*.

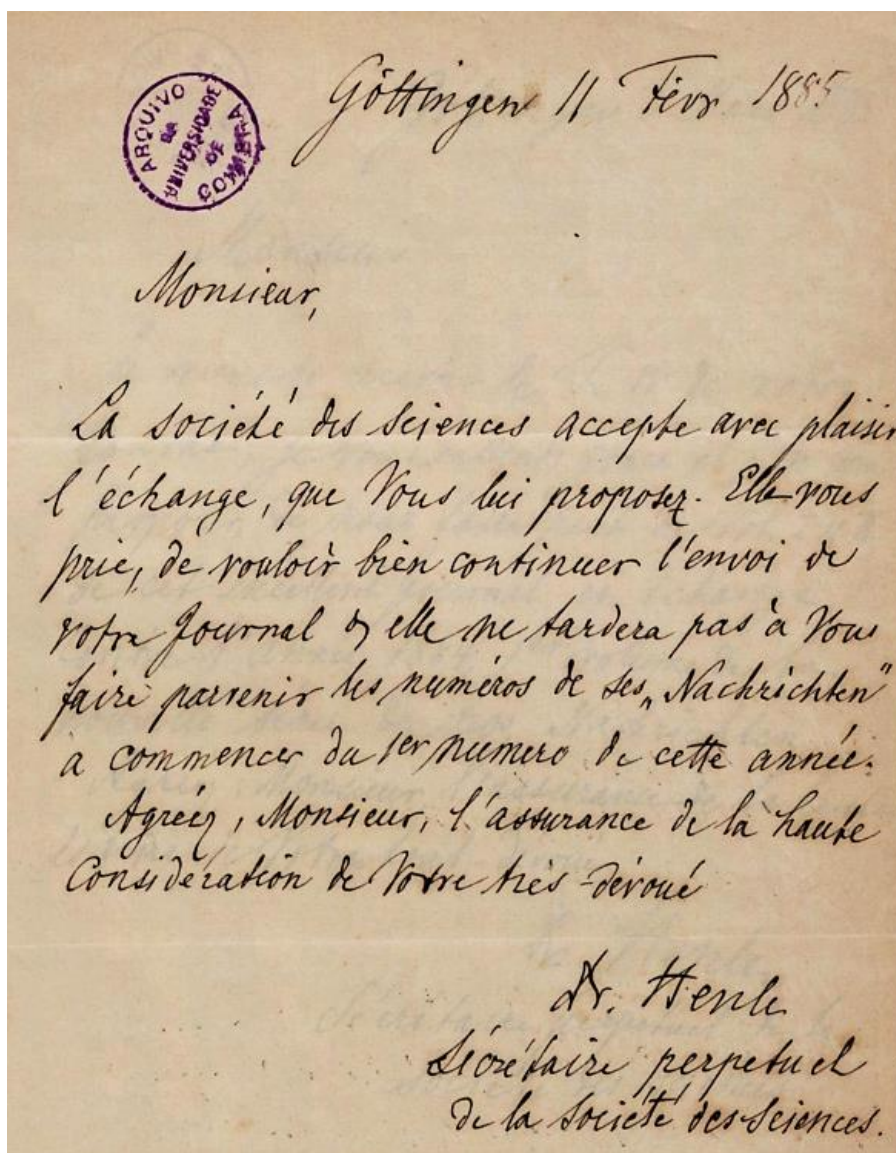


Ilustração 124 - Carta nº 98, do Secretário da Sociedade Real de Ciências de Göttingen, a comunicar que esta sociedade aceita a troca entre *Jornal das Sciencias Mathematicas e Astronomicas* e os seus *Wissenschaftliche Nachrichten*. (1885)

Kharkow 19/31 Mars 1885.



Messieurs

J'ai eu le plaisir de remettre
à notre société mathématique
votre aimable proposition d'échange
des éditions, et de lui présenter
à votre nom le volume de votre
savant journal que vous avez
voulu d'envoyer.

La société accepte avec l'empres-
sement cette proposition, vous
adresse ses remerciements, et
a chargé son secrétaire de
vous envoyer tous les numéros
de son journal ("Communications
de la Soc. Math. de Kharkow") qui
ont été parus jusqu'à présent. (11.)
En même temps elle a exprimé
le vif intérêt de voir les numéros

Ilustração 125 - Carta sobre a troca do JSMA com *Communications de la Société Mathématique de Kharkov* (1885)

ros de votre recueil précédents
à celui qu'elle a reçu. Vous l'ob-
ligeriez infiniment si vous lui
adressiez ces insignes.

Il me reste de vous demander
pardon d'un peu de retard de
ma réponse.

Notre journal vous est expédié
il y a quelque jours et j'espère
que vous l'avez déjà reçu.

Veuillez, monsieur, agréer
l'assurance de ma parfaite
considération et de mon pro-
fond respect.

Const. Andriei.

Kharkov, à l'Université.

Ilustração 126 - Carta sobre a troca do JSMA com *Communications de la Société Mathématique de Kharkov* (1885) (cont.)

Monsieur,

Je viens de recevoir un pli contenant le tome 6 du "Journal de ciencias mathematicas e astronomicas". Ce pli m'étant sans doute remis par vous, je vous prie d'en agréer mes plus vifs remerciements. En échange je me permets de vous adresser aujourd'hui l'année 1885 de ma "Bibliotheca Mathematica", et si vous voulez bien m'envoyer les cahiers du tome 7 de votre "Journal", au fur et à mesure de leur publication, je vous ferai parvenir, de mon côté, tous les numéros de l'année 1886 de la "Bibliotheca Mathematica".

Je serais très intéressé de savoir, s'il y a, parmi vos compatriotes, quelqu'un qui s'est dédié particulièrement à l'étude de l'histoire des mathématiques. En effet, je n'ai rencontré jusqu'ici aucun écrit sur l'histoire des mathématiques publié à Portugal.

Je prends la liberté de mentionner que chaque ouvrage de mathématiques pures dont un exemplaire me sera remis, sera annoncé dans la liste bibliographique de mon journal.

Veuillez agréer, Monsieur, l'expression de ma considération la plus distinguée.

Stockholm le 4 Août 1886
Kommendörsgatan 21. G. Eneström

Ilustração 127 - Carta nº 268 - Bilhete de G. Eneström a aceitar a troca da sua *Bibliotheca Mathematica* com o *Jornal de Teixeira* e a pedir informação de trabalhos portugueses sobre a História da Matemática (1886).

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES
ET SPÉCIALES
— 2005 —
diriger les communications
à M. G. de LONGCHAMPS
DIRECTEUR-GÉNÉRAL
15, rue de l'Éstrapade, 15
PARIS

Librairie Ch. DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, Paris.

Paris, le 23 Jan 88.

Cher Monsieur,

J'ai reçu aujourd'hui l'exemplaire
de votre Curso de Análise
Infinitesimal. Bien qu'ignorant
votre langue, j'ai pu arriver
à lire, tout au moins, les
principaux passages de votre
important ouvrage. Je vous
adresse, à titre de réciprocité,
quelques brochures et le dernier
n° de mes ouvrages, le supplément
au Cours de Mathématiques spéciales
Si, parmi les autres, vous

en détache quelques uns,
je me ferai grand plaisir de
vous les adresser à titre d'hommage.
J'annoncerai votre ouvrage
dans le Journal de Mathématiques spéciales
et je vous en suis très obligé de
vouloir bien consacrer quelques
lignes à mes ouvrages dans
votre publication.

Dans le cas où il vous
serait agréable de faire l'échange
de votre journal contre le
Journal de Mathématiques spéciales, je tiens
à vous dire que je suis, sur
ce point, tout à votre disposition.
En attendant votre

réponse, je vous prie d'agréer,
Cher Monsieur, l'assurance
de sentiments de haute estime
sans lesquels je n'ai vu
personne de mon temps.

G. de Longchamps

Ilustração 128 - Carta nº 133, de G. de Longchamps, a agradecer a Gomes Teixeira pelo envio do seu *Curso de Análise*, e a anunciar a receção de algumas das obras de Gomes Teixeira e a propor a troca entre o *Jornal de Ciências Mathemáticas e Astronomicas* e o *Journal de Mathématiques Spéciales* (jornal de G. de Longchamps) (1888)

Secrétariat
ACADEMIE DES SCIENCES, ARTS ET BELLES-LETTRES
DE CAEN
Caen, le 27 Juin 1889

MONSIEUR,

Vous avez vu le Journal de Sciences Mathématiques que vous avez bien voulu nous envoyer. L'Académie lui a fait l'honneur d'échanger ses publications avec celle du journal que vous dirigez. — Je vous envoie les deux volumes années de nos Mémoires 1883 — & 1884. —

Ces deux volumes vous parviendront par la voie de l'échange international.

(Je Bureau du Secrétariat, Ministère de l'Instruction Publique, Paris. —

Pour vous éviter le frais de port

Je vous prie de verser les
deux volumes de nos Mémoires au
Ministère de l'Instruction Publique, & de
nous envoyer vos papiers par
le Ministère de l'Instruction Publique,
qui les remettra au Ministère
français, & ainsi les papiers
nous arriveront francs.

Après, Monsieur,
l'assurance de mon profond
très distingué

Armand Gaultier

P. S. Les papiers doivent être
adressés à :

M. le Président de
l'Académie des Sciences
Arts & Belles-Lettres de
Caen (Calvados)

Le 27 Juin 1889

de votre Cours de Analyse
Infinitesimal. Vous qu'igniez
que la langue, depuis l'antiquité
à l'époque, tout au moins, les
principaux passages de votre
important ouvrage. Je vous
adresse, à l'Académie de Caen, par
quelques brochures et le dernier
de mes ouvrages, le supplément
au Cours de Mathématiques spéciales

Ilustração 129 - Carta nº 132, do Secretário da Academia de Ciências de Caen, aceitando a troca entre as Memórias desta Academia e o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (1889)

Wien 18. XI. 89

Hochverehrter Herr College!

Empfangen Sie meinen besten
Dank für den mir freundlichst
zugeschickten 1. Band Ihres
ausgezeichneten „Cours de Analyse
infinitesimal“, der mir bei meinen
Vorlesungen an der hiesigen
Universität gewiss die besten
Dienste leisten wird.
Nun wende ich mich an Sie mit
der nachfolgenden Bitte:

Würden Sie nicht geneigt uns das von
Ihnen redigirte mathematische
Journal im Austausch gegen
unsere „Monatshefte für Mathe-
matik und Physik“ zu überlassen?
Das erste (Januar 1890) Heft ist
bereits erschienen, und hoffe ich, dass
Sie es erhalten haben.
Es wäre uns sehr angenehm wenn
Sie der dem 1. Heft beiliegenden
Einladung zur Mitarbeiterschaft
Folge leisten, und uns bald
einen Aufsatz aus Ihrer Feder
schicken wollten, derselbe könnte
ohne weiteres portugiesisch ver-
fasst sein, wir werden die Über-
setzung schon besorgen.
Es wird mich sehr freuen bald
etwas über meine beiden Anträge
von Ihnen zu erfahren.
Nochmals dankend, verbleibe
ich
Ihr ergebener
Emil Weyr
Wien, III. Hauptstrasse 109
P.S. Wäre Ihnen eine französische
Zuschrift angenehmer?
Préférez-vous recevoir les lettres
en français?

Ilustração 130 - Carta nº 489, de Emilio Weyr (irmão de Eduardo Weyr), professor na Universidade de Viena, a agradecer um livro e a propor a troca da sua revista, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, com o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. (1889)

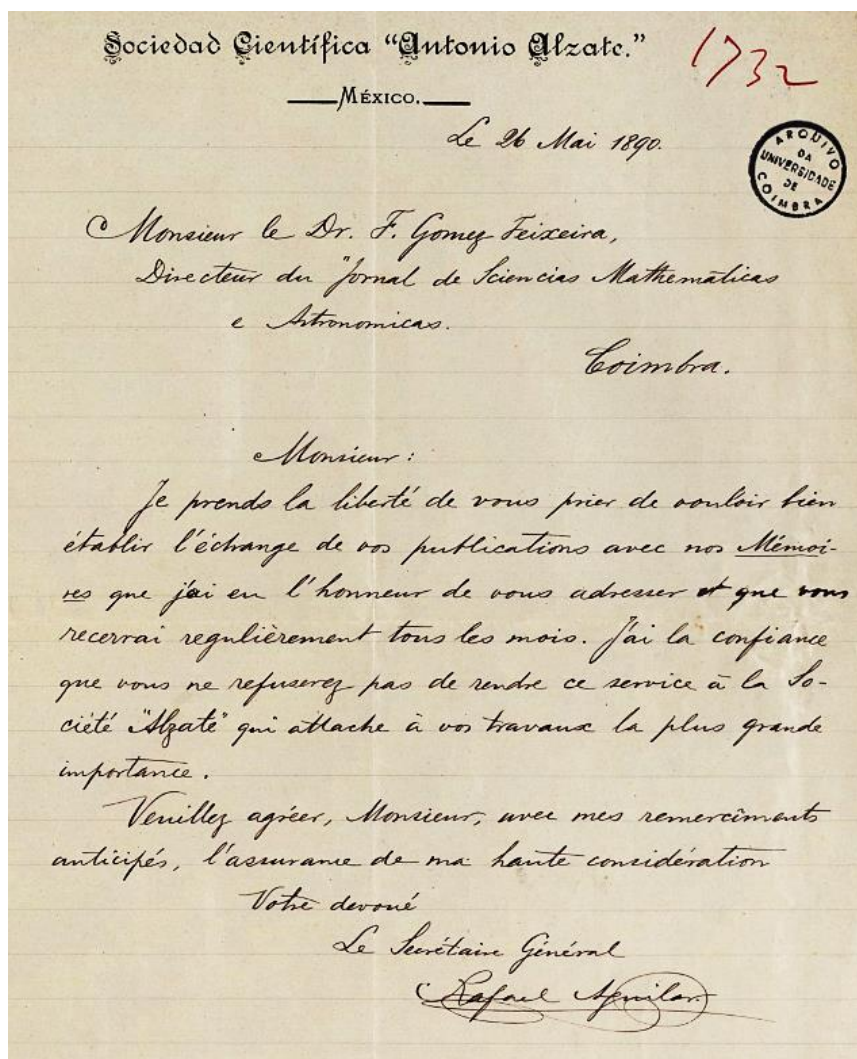


Ilustração 131 - Carta nº 1732, de R. Aguilar sobre a troca do JSMA com as *Mémoires* da Sociedade Científica "Antonio Alzate", México (1890).

3 Octobre 1891, Amsterdam,

LIBRARY
DA
MUSEUM
DE
COMPTON

Cher monsieur et collègue,

Il y a quelques temps vous nous avez fait l'honneur de proposer à notre société mathématique d'Amsterdam d'enter avec vous un échange de publications. Cette offre a été acceptée par nous; mais à mon grand regret j'ai dû constater que cette promesse a été très mal remplie de notre part.

La faute en est en partie due à la paresse et à l'incapacité de notre éditeur, qui a fini par faire banqueroute.

Maintenant nous nous sommes procurés d'un autre éditeur qui donne tous les garanties souhaitables de solidité et de responsabilité.

D'ailleurs si la régularité de nos envois laisse encore à désirer, je ne manquerai pas en en recevant l'avis de vous en remercier personnellement et d'obliger notre éditeur à faire son devoir. Déjà vous avez dû recevoir un de nos envois, car après avoir pris sur moi il y a quelque mois, la charge de notre bibliothèque, j'ai fait placer votre nom sur la liste de nos envois réguliers.

J'espère donc, monsieur, que vous voudrez bien, dès ce moment, renouer les relations avec notre société. En recevant de vous l'avis de l'envoi de fascicules qui vous manquent, je m'efforcerai d'ailleurs de remédier au défaut.


Quant à nous, nous avons reçu de votre journal très estimé les Vol. I, II, ~~III~~ les fascicules 3-6 du Vol. III, le Volume IV et les fascicules 1-3 du Vol. V. Il nous manque donc les fasc. 1 et 2 du Vol. III et nous vous en sommes très reconnaissant si vous voudriez combler cette lacune et nous envoyer ce qui a paru depuis le Vol. II fasc. 3.

Recevez, mon cher collègue, l'assurance de ma considération la plus distinguée.

D^r Korteweg.
Professeur à l'Université
d'Amsterdam.

Ilustração 132 - Carta nº 128, de Korteweg, professor da Universidade de Amesterdão sobre a troca do *Jornal de Ciencias Mathematicas e Astronomicas* com a *Revista da Sociedade Matemática de Amesterdão*.

(1891)

566
 Kjöbenhavn den 15^{de} Marts 91.

 Hochgeehrter Hr. Professor!
 Hiermit habe ich die Ehre Ihnen
 meinen wärmsten Dank auszusprechen für die Zusendung Ihres
 umfangreichen und werthvollen
 Curso de Analyse infinitesimal t.II.
 In einer von mir im nächsten Semester (als Privatdocent) zu haltenden
 Vorlesung über exacte Beweise
 freie ich mich in wesentlichen

Theilen auf Ihre Darstellung
 bauen zu dürfen.

Noch einen Dank habe ich eines
 zu sprechen, nämlich als Tit.
 -redacteur des „Tidsskrift f. Ma-
 thematik“, in dessen Redaction
 ich, nach dem Abtreten meines
 hochverehrten Lehrers Prof. H.
 G. Zeuthen, seit Jan. 90 einge-
 treten bin, und welche sich
 des Umtausches mit dem
 „Jornal de sciencias mathematicas
 e astronomicas“ erpeut.

Einige von mir herrührenden
 kleinen Arbeiten erlaube ich mich
 mit zu senden.

Hochachtungsvoll
 und dankbar
 S. Juel.

Ilustração 133 - Carta nº 566, de Juel²⁹², professor na Escola Politécnica de Copenhague, a agradecer o Curso de Analyse Infinitesimal do Gomes Teixeira, e mencionando a troca do Jornal com o seu Tidsskrift for Mathematik. (1891).

²⁹² Juel, Sophus Christian (1855 – 1935), de 1889 até 1915 era o editor de Matematisk Tidsskrift

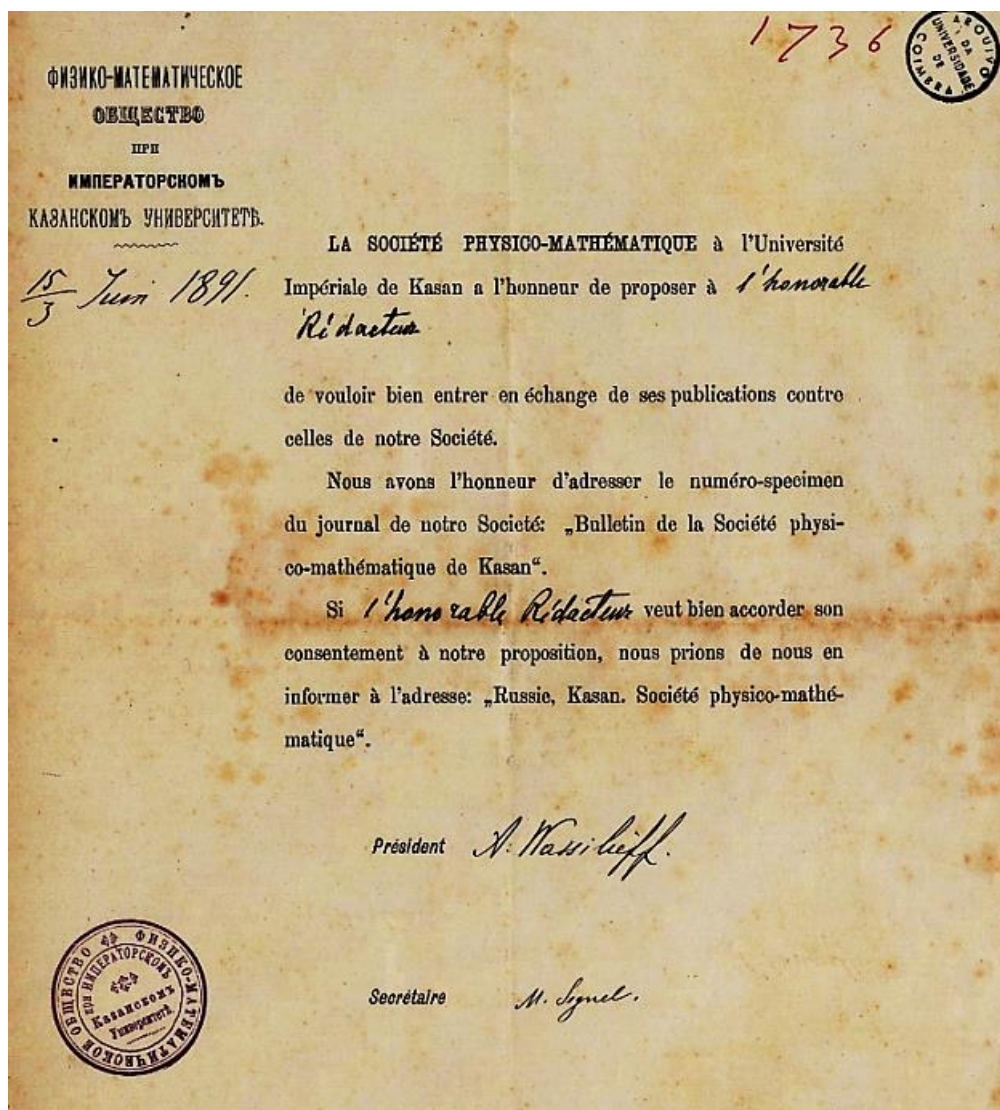


Ilustração 134 – Carta nº 1736. Ofício de Vassilieff (Vasiliev) sobre troca de publicações com a *Bulletin de la Société physico-mathématique de Kazan*. (1891)

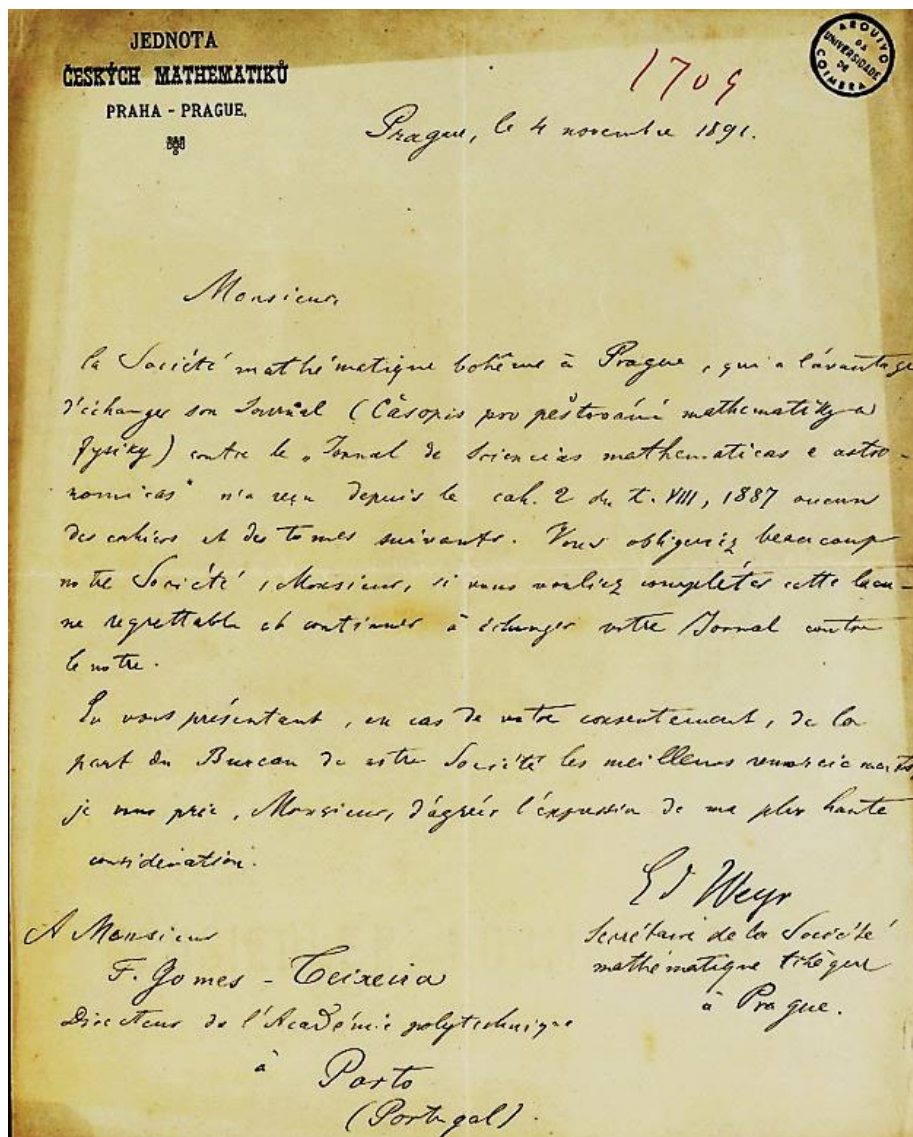


Ilustração 135 – Carta nº 1709, de E. Weyr²⁹³, sobre troca de publicações com as *Casopis Mathematicky a Fysiky* (revista de Sociedade Matemática de Praga). (1891)

²⁹³ Emil Weyr (Praga, 1 de julho de 1848 — Viena, 25 de janeiro de 1894), matemático austro-húngaro.

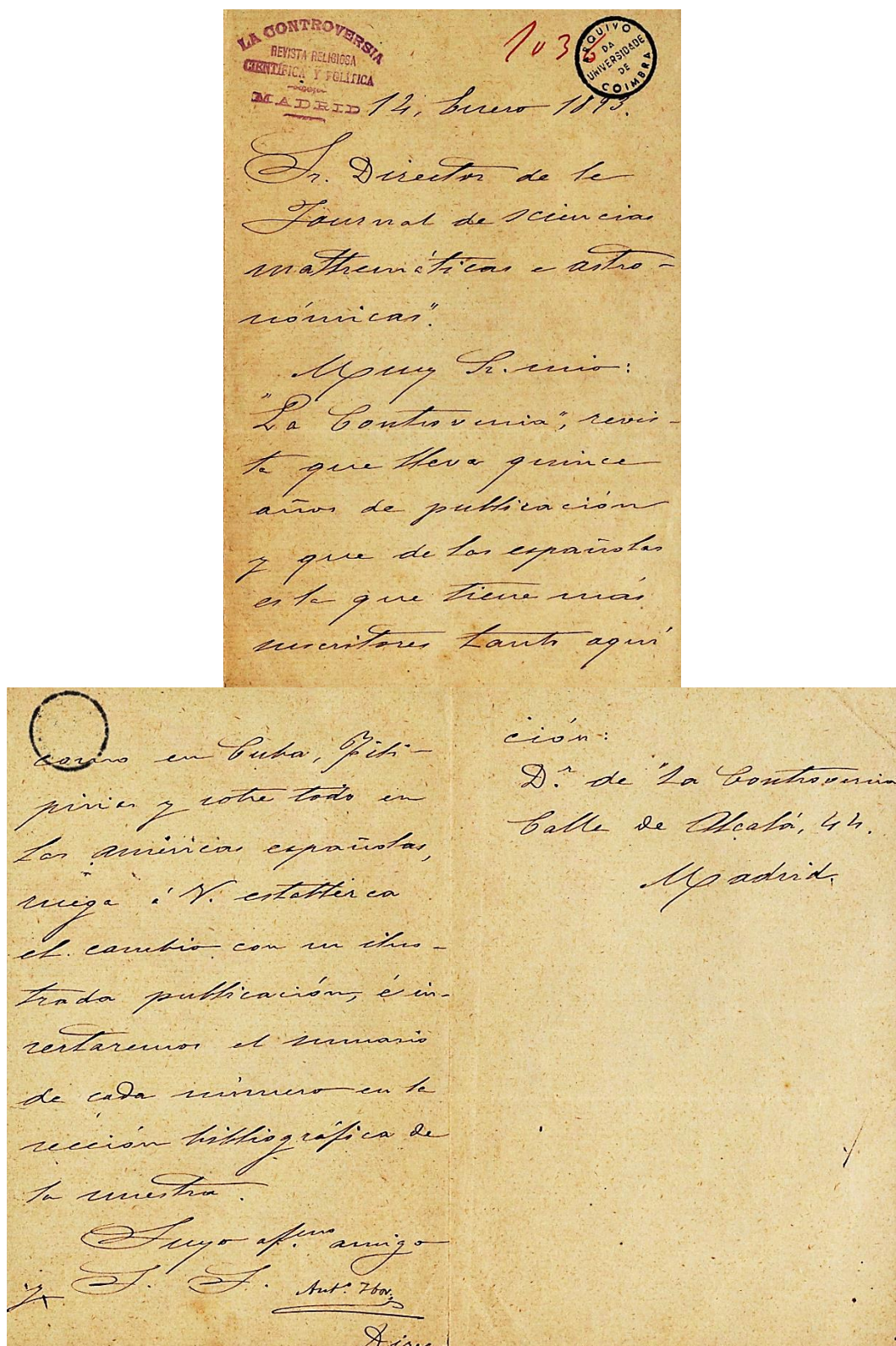


Ilustração 136 – Carta nº 1036. Carta do editor da Revista Religiosa Científica y Política, Madrid, solicitando a troca entre a sua revista e o Jornal de Ciencias Mathemáticas. (1893)

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous annoncer, que
je vais, de ce 1^{er} janvier 1897, être le directeur du
Periodico di matematica per l'insegnamento secondario,
que feu M^r le professeur Lugli et M^r le professeur
Fiattini ont dirigé jusqu'ici. Je vous serai fort
obligé si vous voulez continuer à l'échanger
contre votre très réputé journal.

La nouvelle adresse de mon periodico
c'est : 2 Via del Porticciolo, Livorno, Toscana.

Agitez, Monsieur, mes compliments

Livorno 20/12/96

Votre D^{év}oté
D^r Giulio Lazzeri
prof. d'analyse à la R. Académie nationale




Ilustração 137 - Bilhete de Lazzeri solicitando a troca do *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas* com o seu *Periódico di Matematica*. (1896)

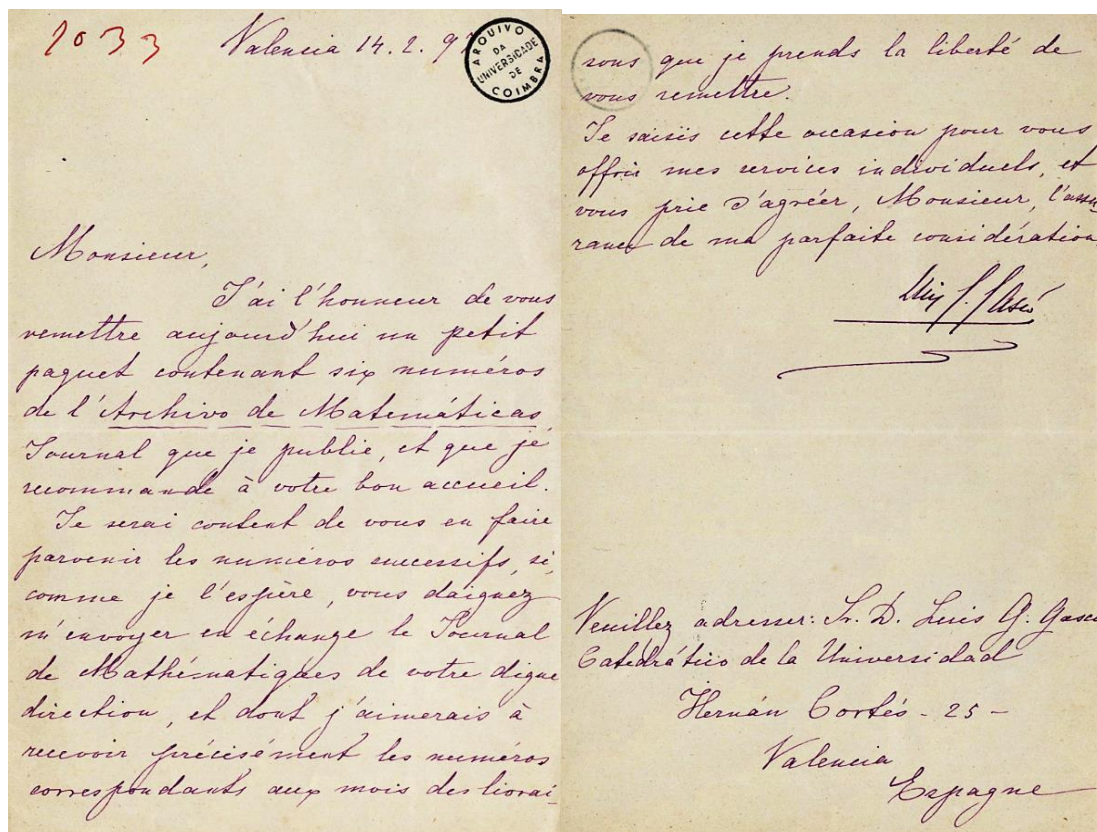


Ilustração 138 – Carta nº 1033, de Gascó, professor na Universidade de Valencia, sobre troca da sua revista *Archivo de Matemáticas* com o *Jornal de Ciências Mathemáticas* (1897)

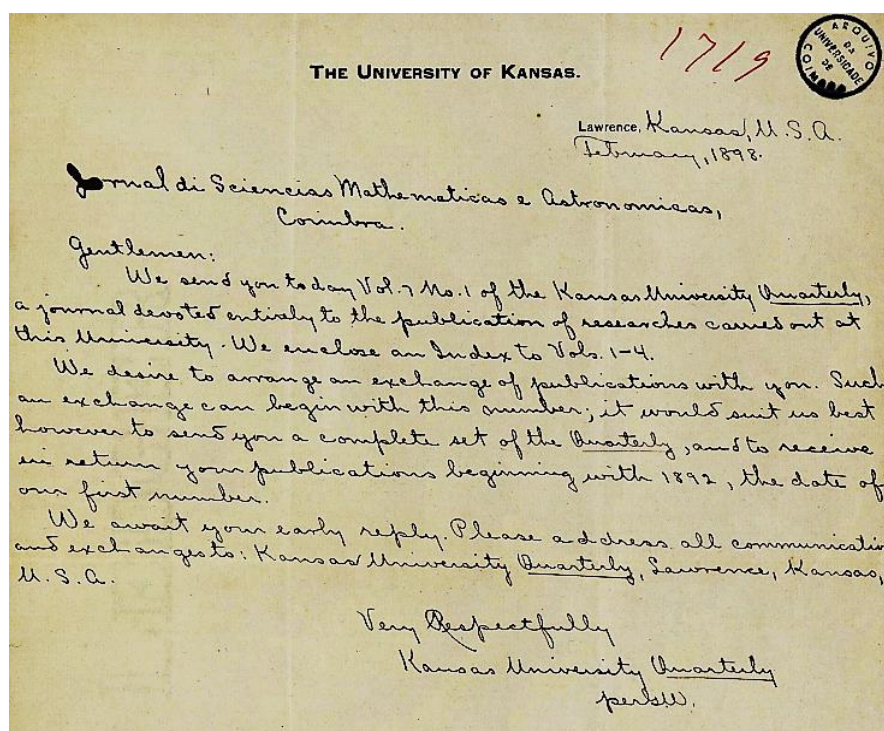


Ilustração 139 – Carta nº 1719. Carta do secretário da Universidade de Kansas sobre troca do *JSMA* com a *The Kansas University Quarterly* (1898)

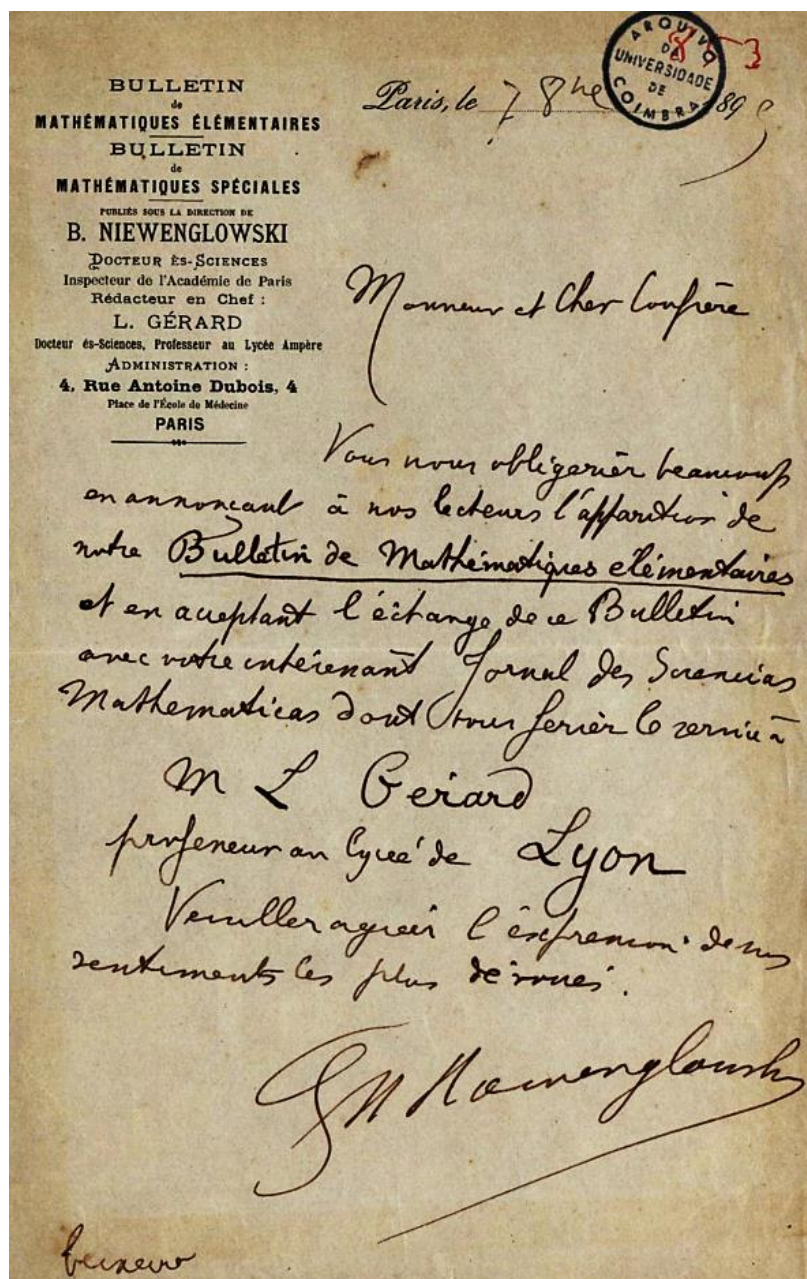


Ilustração 140 - Carta nº 853, de B. Niewenglowski sobre a troca da *Bulletin de Mathématiques Élémentaires* com o *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas* (1899)

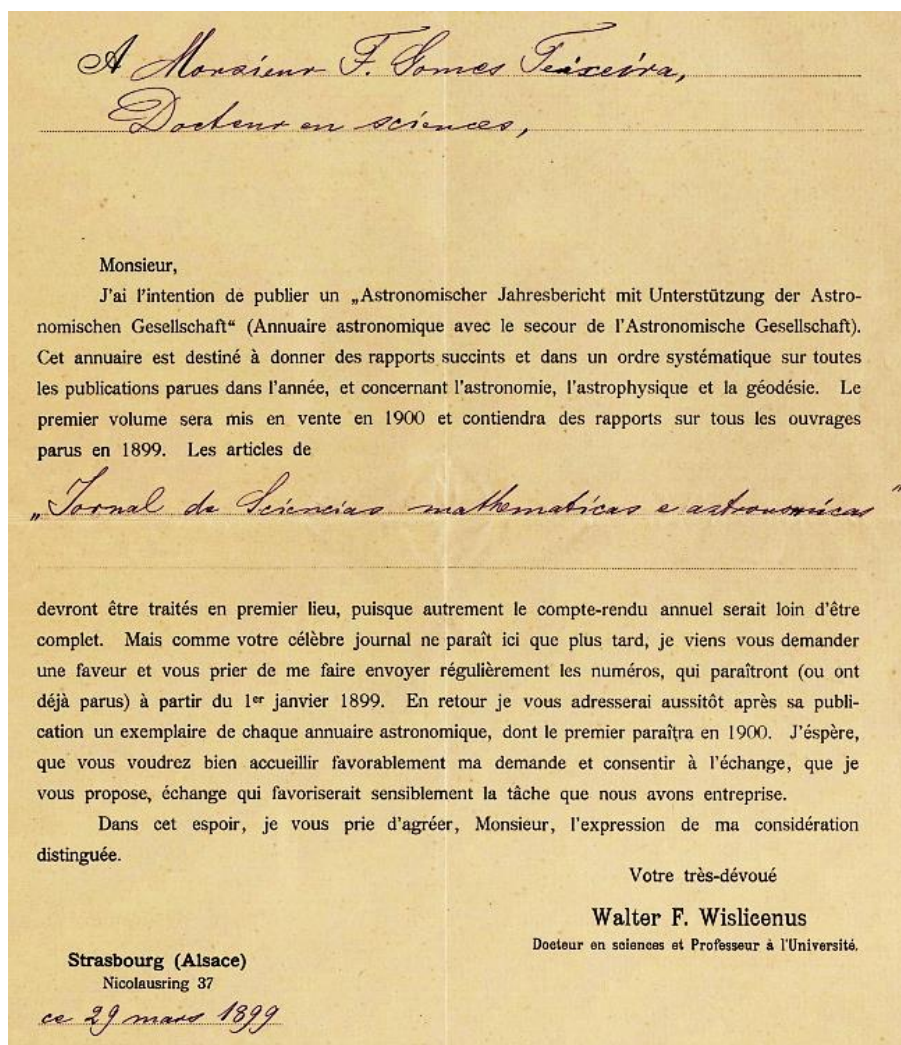


Ilustração 141 – Carta nº 424, do Dr. Walter F. Wislicenus solicitando a troca do seu *Astronomischer Jahresbericht mit Unterstützung de Astronomischen Gesellschaft* com o *Jornal de Sciências Mathemáticas e Astronomicas*. (1899)

Cartas sobre a troca do *Jornal de Teixeira* com publicações de algumas Sociedades e Academias

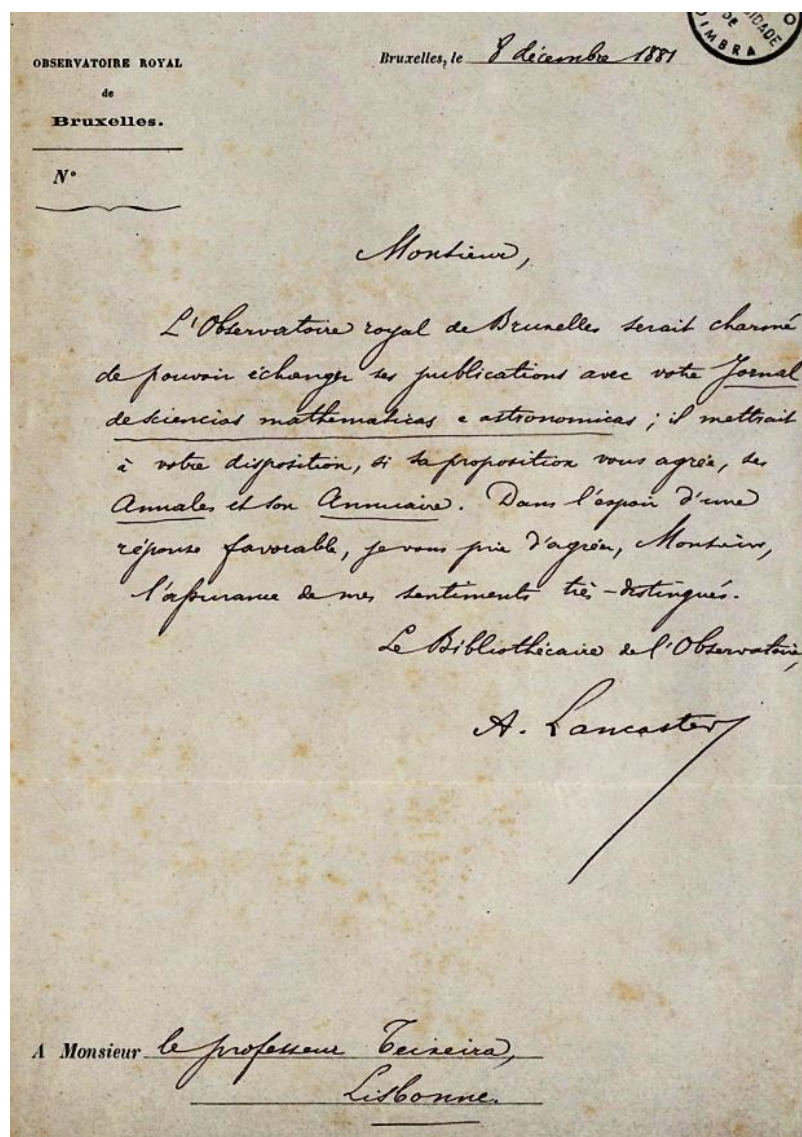


Ilustração 142 - Carta nº 515, de A. Lancaster, astrónomo do Observatório de Bruxelas, solicitando a troca do *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas* com as publicações do Observatório (1881)

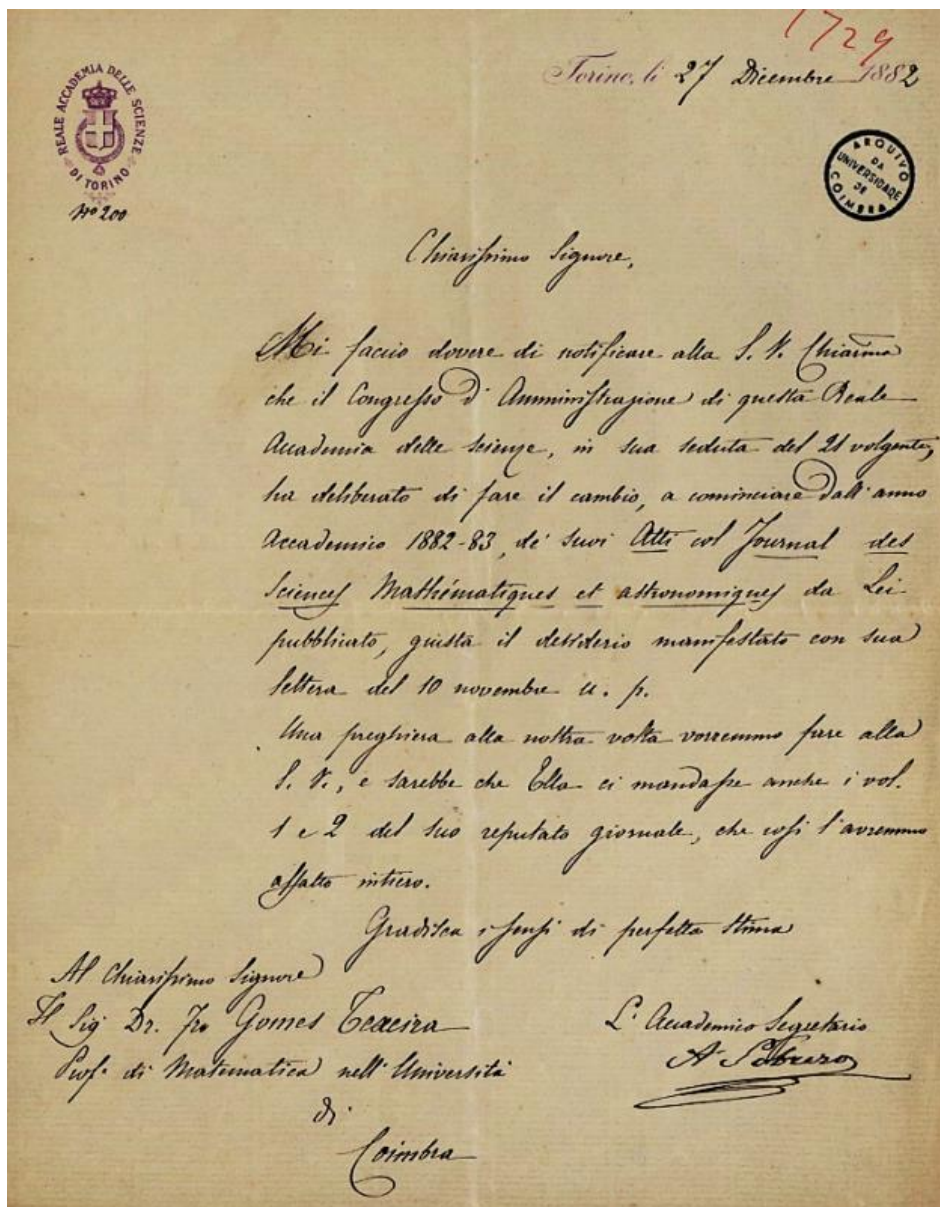


Ilustração 143 – Carta nº 1729. Carta do secretário da Academia das Ciências de Torino sobre troca de publicações (1882)

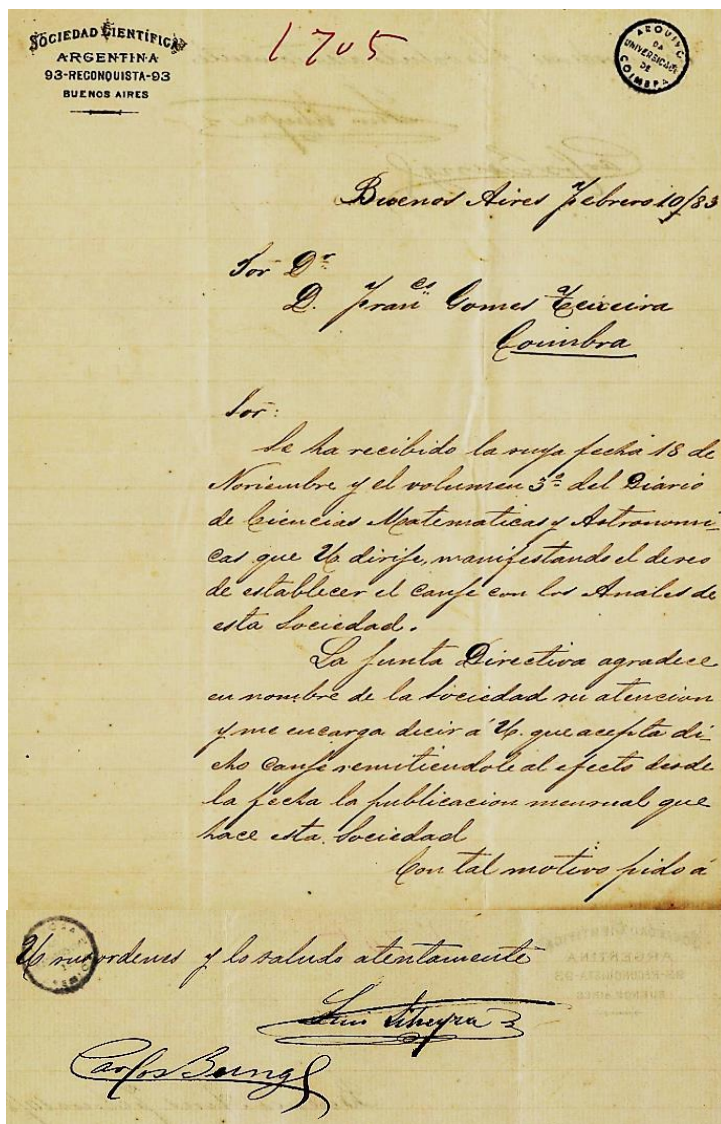


Ilustração 144 - Carta nº 1705. Carta do Presidente da Sociedade Científica de Argentina sobre troca de publicações (1883)

537 Liège, le 16 Janvier 1883.

Monsieur et honore collègue,

Dans la séance de ce jour, la Société Royale des Sciences de Liège a, sur ma proposition, accepté l'échange de ses mémoires avec votre Journal.

Elle m'a chargé de vous adresser, en échange de trois volumes que vous m'avez envoyés, ceux de mémoires de la 2^e série qui contiennent des travaux de Mathématiques, à savoir les tomes I-IX. Le tome X est en cours de publication.

Vous recevrez demain les mémoires de la 1^{re} série et je vous prie de bien vouloir m'adresser la suite de votre Journal.

Je suis et à mesur des publications.

L'envoi que vous m'avez fait d'ici à peu de jours : il est tardé trop à mes personnes, surtout avec l'obligation de m'en occuper.

Je me suis aussi parlé d'un article intéressant mes recherches que je rédigerai pour votre Journal, mais j'ai hésité de vous demander de combien de pages environ je pourrais disposer afin de me régler en conséquence.

Je m'adresse également de vous adresser, pour l'Académie Royale des Sciences de Liège, dont vous êtes membre, la série avec complétude que j'envoie de mes travaux : 2^e série. Elle est en état que pourrions vous intéresser, surtout en le faisant savoir, je vous en enverrai un exemplaire pour vous personnellement.

Dans l'attente de vos nouvelles, je suis, Monsieur et honore collègue, de recevoir l'honneur de vous saluer très distingué.

D. Le Peige.

Ilustração 145 - Carta nº 537, de C. Le Peige sobre a troca do *Jornal de Teixeira* com as publicações da Sociedade Real das Ciências de Liège (1883).



Hamburg le 11. Novembre 1884

Monsieur,

Votre Honoré du 27. Octobre dernier pour
le IV Volume du Jurnal de Sciences mathématiques etc
est dans ma possession. Je l'ai présenté à notre
société et elle m'a chargé de vous dire qu'elle
est charmée d'entrer en échange avec vous.

J'ai donc l'honneur de vous envoyer
par la poste les Mittheilungen N° 1-4 espérant
que vous y trouverez quelque chose d'intéressant.
Je prends la liberté de vous prier d'envoyer
aussi les Volumes I-III de votre Jurnal
pour que notre société les possède complètes.

Ayez Monsieur l'assurance de la
parfaite considération de

notre très Digne

Hugo Krüger
p. t. Président.

Ilustração 146 - Carta nº 115. Carta do Presidente da Sociedade da Matemática de Hamburgo aceitando a troca das publicações desta Sociedade com o *Jornal de Ciências Mathematicas*. (1884)

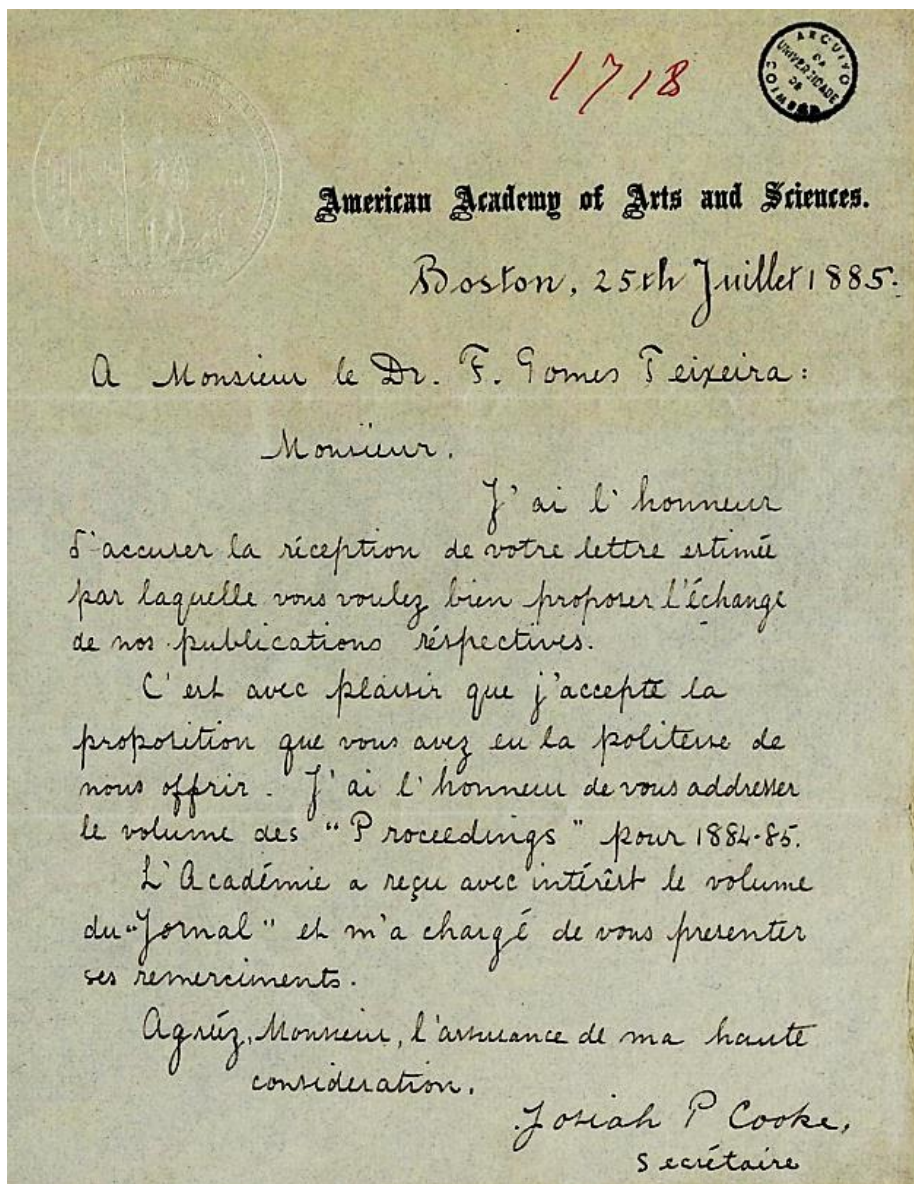


Ilustração 147 – Carta nº 1718, de J. P. Cooke, secretário da Academia Americana de Artes e Ciências sobre troca de publicações (1885).

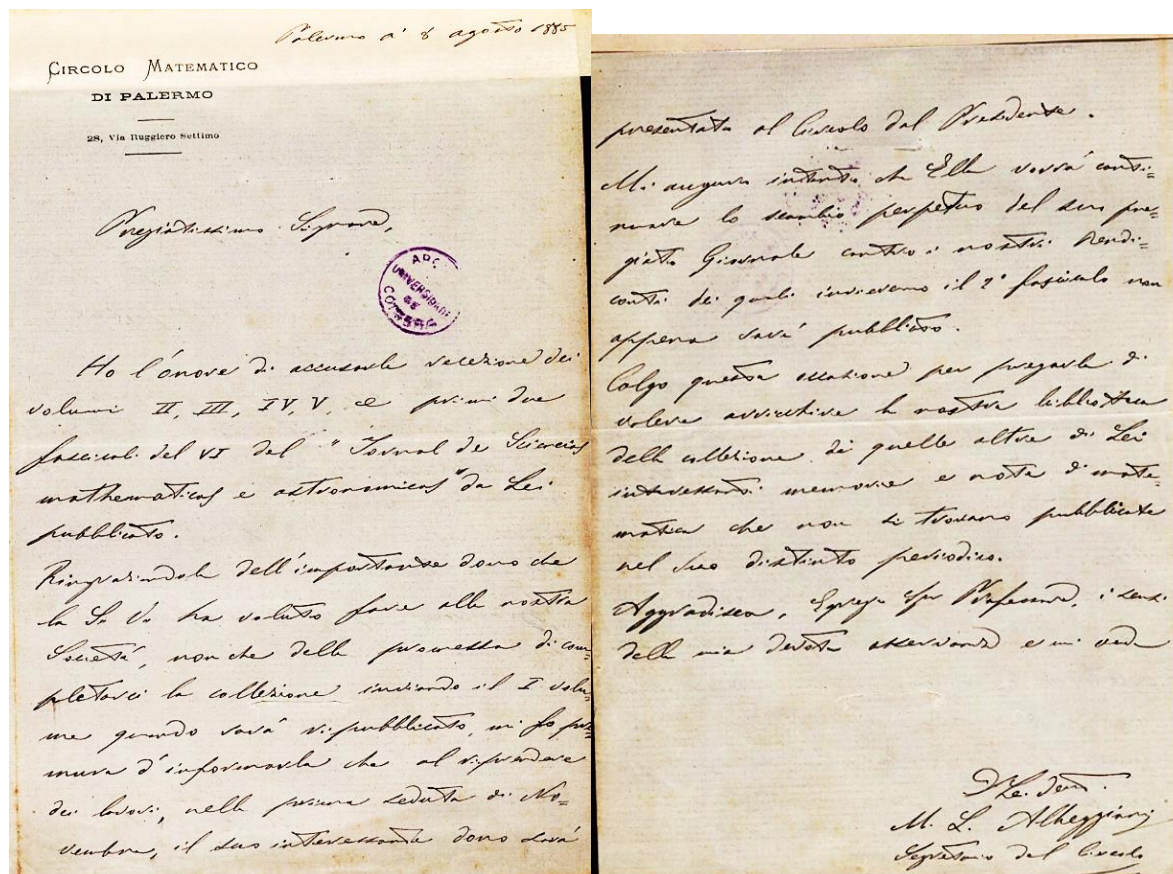


Ilustração 148 - Carta nº 54, de Albeggiani, professor em Palermo e secretário do Circolo Matematico di Palermo, sobre a troca do Jornal de Ciências Mathemáticas e Astronómicas com as publicações desse centro. (1885)

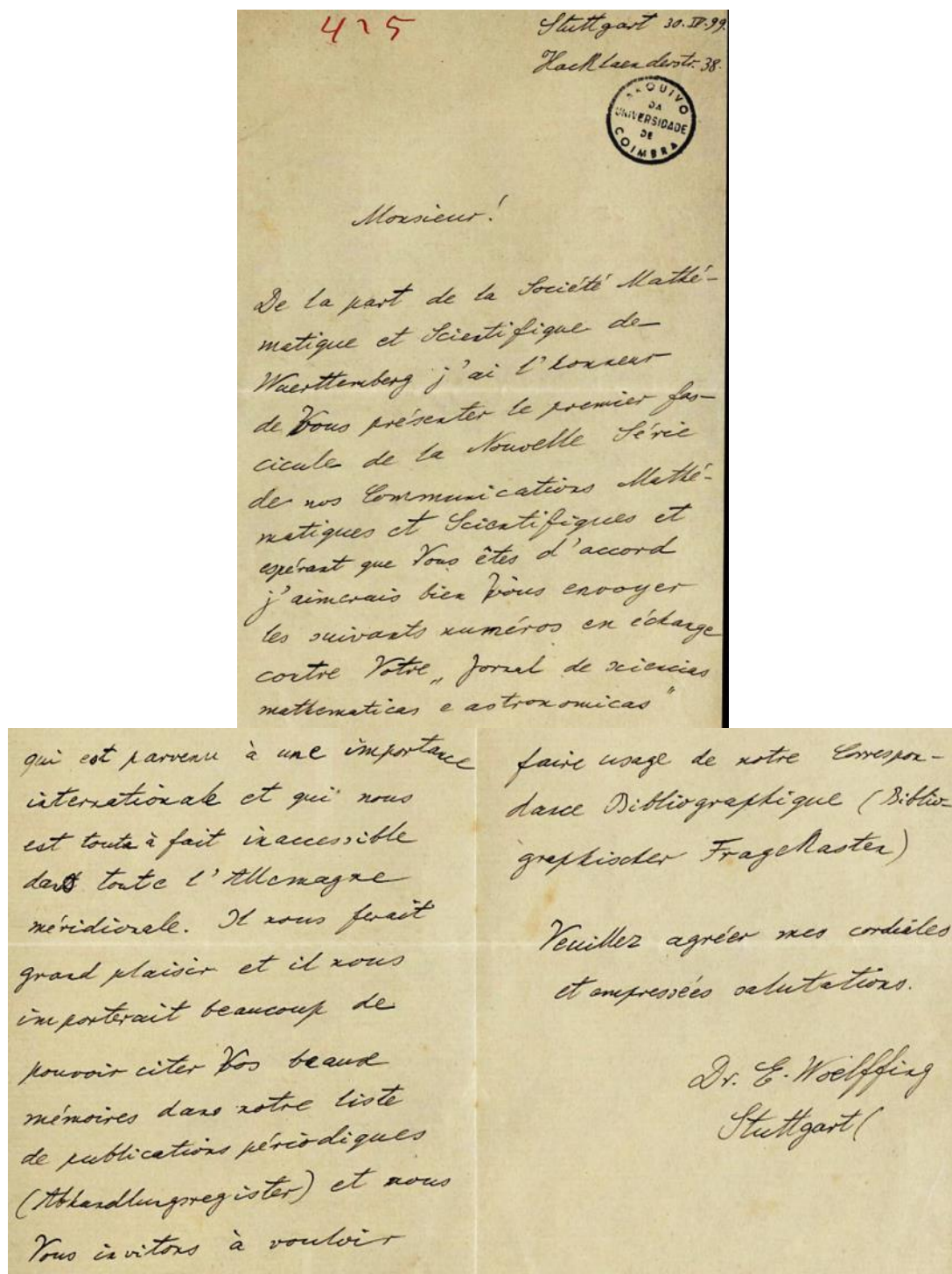


Ilustração 149 – Carta nº 425, de E. Woelffling, professor na Escola Superior Técnica de Stuttgart, solicitando a troca do *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronomicas* com as publicações da *Sociedade Matematica de Wuertemberg* (1889).

Cartas sobre contactos internacionais relacionados ao *Jornal de Teixeira* e o *Curso de Cálculo Infinitesimal*

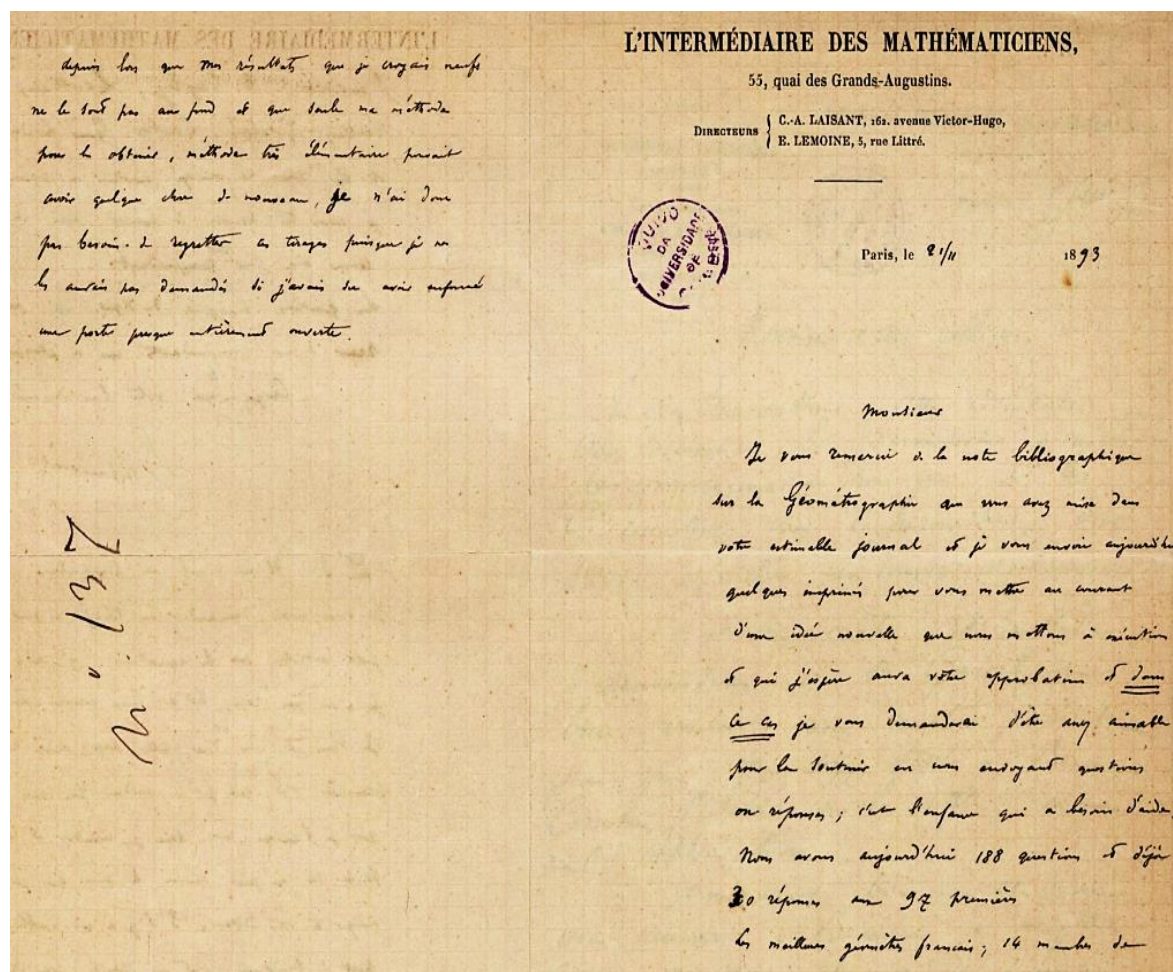
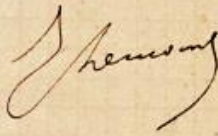


Ilustração 150 - Carta nº 137, de Lemoine, a agradecer uma notícia sobre a sua Geometrografia no *JSM* e a informar sobre a fundação do *Intermédiaire des Mathématiciens*, solicitando a colaboração neste jornal.

l'institut; A. Cayley, Leutheu, Paterson
 Neuberg, Catalan, Cantor, Gino Loria, Stolz et
 etc, etc, nous ont écrits qu'on ne s'occupe et
 je serai très honoré de pouvoir ainsi vous servir
 comme un bon correspondant.
 Les questions marquées du signe + ont déjà
 reçu de nos correspondants une ou plusieurs solutions.
 Croyez-moi votre bien dévoué


L. J. Il me vient un scrupule.
 Je vous avais demandé un tirage à part de mon
 petit article sur les équations $y^4 - x^2 = \pm 1$, mais
 je n'ai rien reçu. Est-ce une erreur de la part ?
 Je tiens à vous dire cela pour deux raisons la
 première est que je ne voudrais pas que vos abonnés
 que je pourrais vous en y répondre et sans vous
 prier de ne faire savoir le prix que je vous
 envoie à votre égard. S'il y a un oubli de la
 part de l'éditeur c'est un détail car j'ai appris

Ilustração 151 - Carta nº 137, de Lemoine, a agradecer uma notícia sobre a sua Geometrografia no *JSMA* e a informar sobre a fundação do *Intermédiaire des Mathématiciens*, solicitando a colaboração neste jornal.

(cont.)

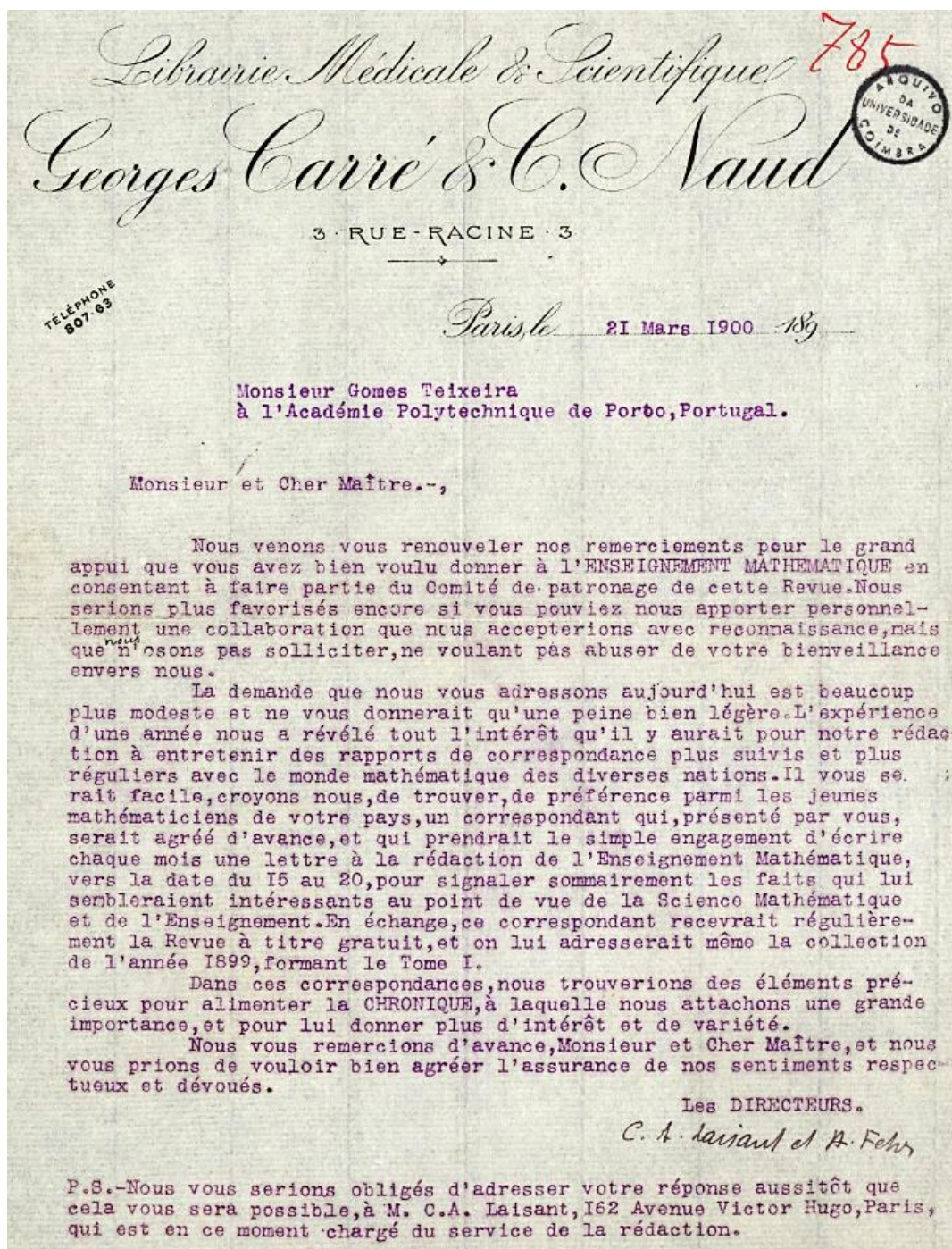


Ilustração 152 - Carta nº 785, de Laisant, solicitando que Gomes Teixeira lhe indique um colaborador para dar notícias sobre a vida matemática em Portugal no *L'Enseignement Mathématique* (1900).

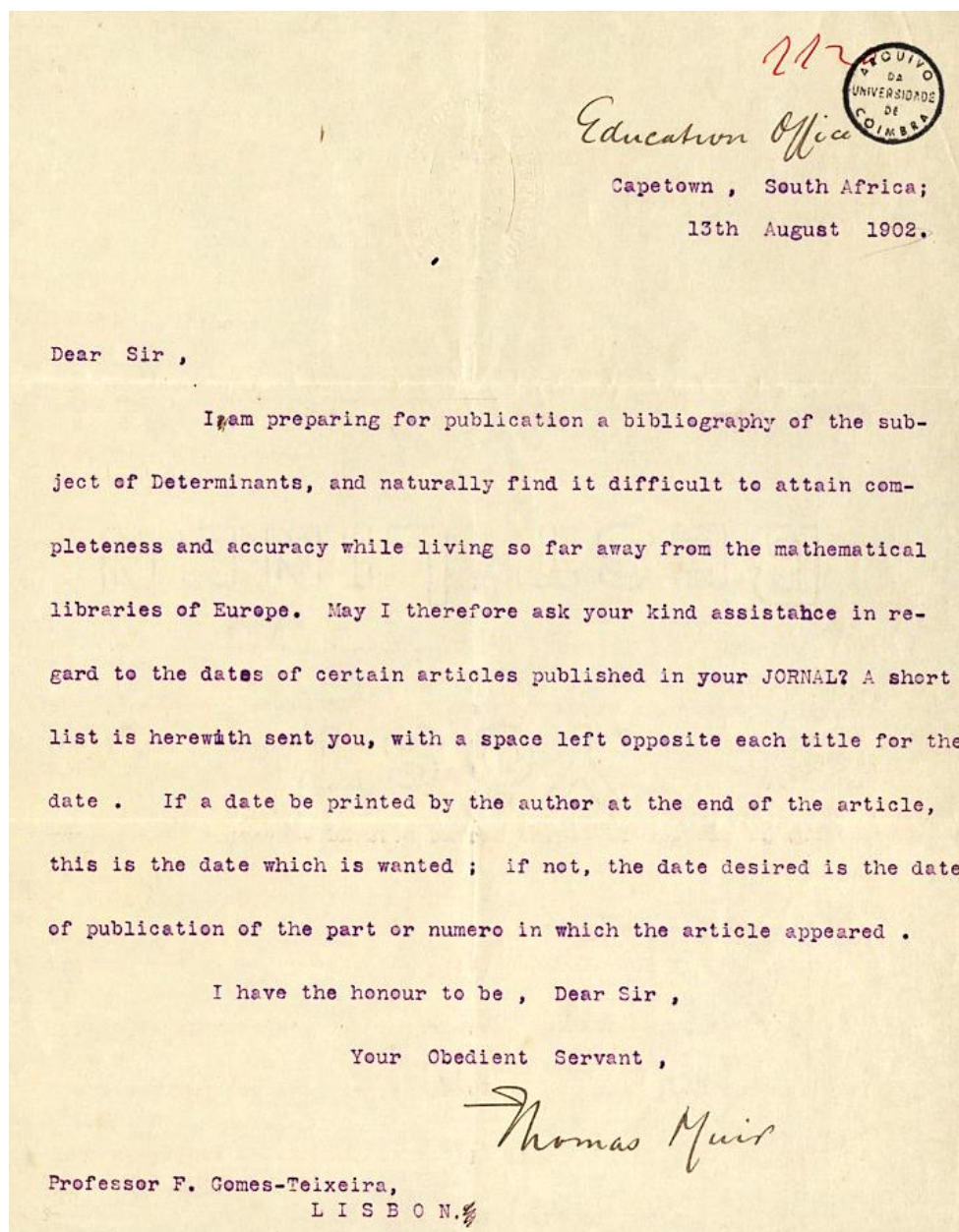


Ilustração 153 - Carta nº 1120, de Thomas Muir (África do Sul), solicitando informação sobre publicações portuguesas relativas a determinantes. (1902)


1
n.º 360
Freiburg i. B., Schwarzwaldstrasse
g III
le 15 avril 1906.
ARQUIVO
DA
UNIVERSIDADE
DE
COIMBRA

À l'Editeur du Journal de
Sciencias Mathematicas e Astronomicas
Porto

Monsieur,

Je viens de lire
dans la Revue Semestrielle des
Publications Mathematiques,
qu'une revue de mon livre
"Lectures on the Calculus of
Variations" a été publiée

Ilustração 154 – Carta nº 360, de O. Bolza, professor na Universidade de Chicago, solicitando um número do *JSMA* (1906)



dans le dernier cahier de
notre journal. Comme le "Journal
de Sciences Mathématiques" ne
se trouve pas dans la bibliothèque
de Freiburg, où je suis domicilié
pour quelque temps, je vous serais
bien obligé si vous voulez avoir
la bonté de m'envoyer une
copie de la revue de mon
livre.

Et vous remerciant d'avance,
je puis
Votre tout dévoué

O. Bolza.

Ilustração 155 - Carta nº 360, de O. Bolza, professor na Universidade de Chicago, solicitando um número do *JSM*A (1906) (cont.)

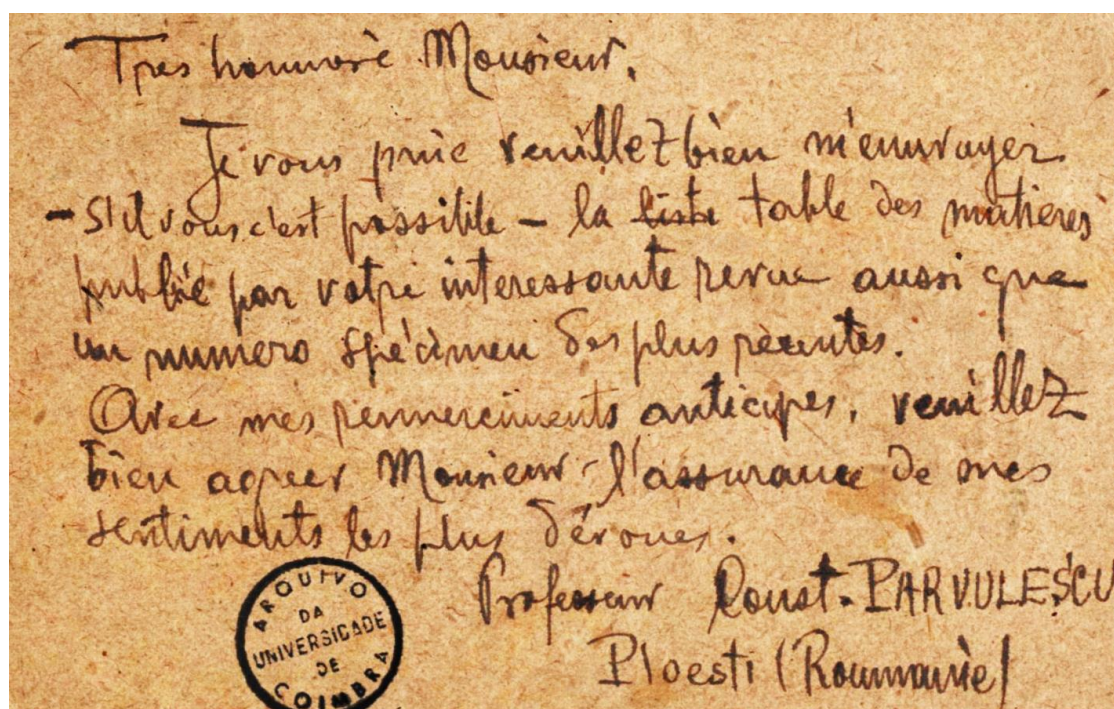


Ilustração 156 – Carta nº 1776, do Professor C. Parvulesco (Romenia), solicitando informação sobre o JSMA.

Aachen, 29.10.1910>



Monsieur,

vous me comblez tellement de vos bienfaits que j'en reste tout confus. J'ai été très content de pouvoir vous faire faire le tour du propriétaire à notre Ecole, et je suis heureux que vous nous gardiez un bon souvenir. Je vous remercie cordialement de votre magnifique envoi, et je vous prie aussi de vouloir bien transmettre mes respectueux remerciements à l'Académie pour l'exemplaire des Annaes que vous avez si généreusement mis à ma disposition. Je ~~XXXX~~ tâcherai de m'en rendre digne par ma collaboration. Malheureusement, pour le moment, je n'ai rien de prêt.

J'ai bien reçu les tomes 4 et 5 de vos Oeuvres qui sont arrivés sous bande. Pour le coloi postal il ne tardera sans doute pas à arriver. Les communications me frappent par leur rapidité: votre lettre n'a mis que 5 jours pour couvrir cette distance énorme. J'ai feuilleté avec un vif intérêt votre mémoire couronné. J'admire votre érudition, je ne crois pas qu'il y a sur cette terre, à l'exception peut-être de Gino Loria, un seul mathématicien qui connaisse aussi bien que vous cette littérature complexe et horriblement dispersée des courbes spéciales.

Je me suis rappelé à ce propos que, moi aussi, j'ai étudié dans le temps quelques courbes qui vous intéres-

seront peut-être par la grande variété et la beauté de leurs formes. Je vous adresse par le même courrier un tirage à part de cette Note, j'ai joint ceux de mes écrits dont il me reste des exemplaires disponibles. Je vous prie de vouloir bien les accepter en signe de mon respect et de ma sincère reconnaissance.

Veillez croire, monsieur, à mes sentiments très dévoués.

S. Blumenthal.

Ilustração 157 – Carta nº 358, de Blumenthal, professor na Escola Superior Técnica de Aix-la-Chapelle, a referir-se à visita de Gomes Teixeira a esta cidade e a agradecer e apreciar algumas obras que Gomes Teixeira ofereceu. (1910)

Cartas enviadas à Gomes Teixeira por matemáticos espanhóis e gregos

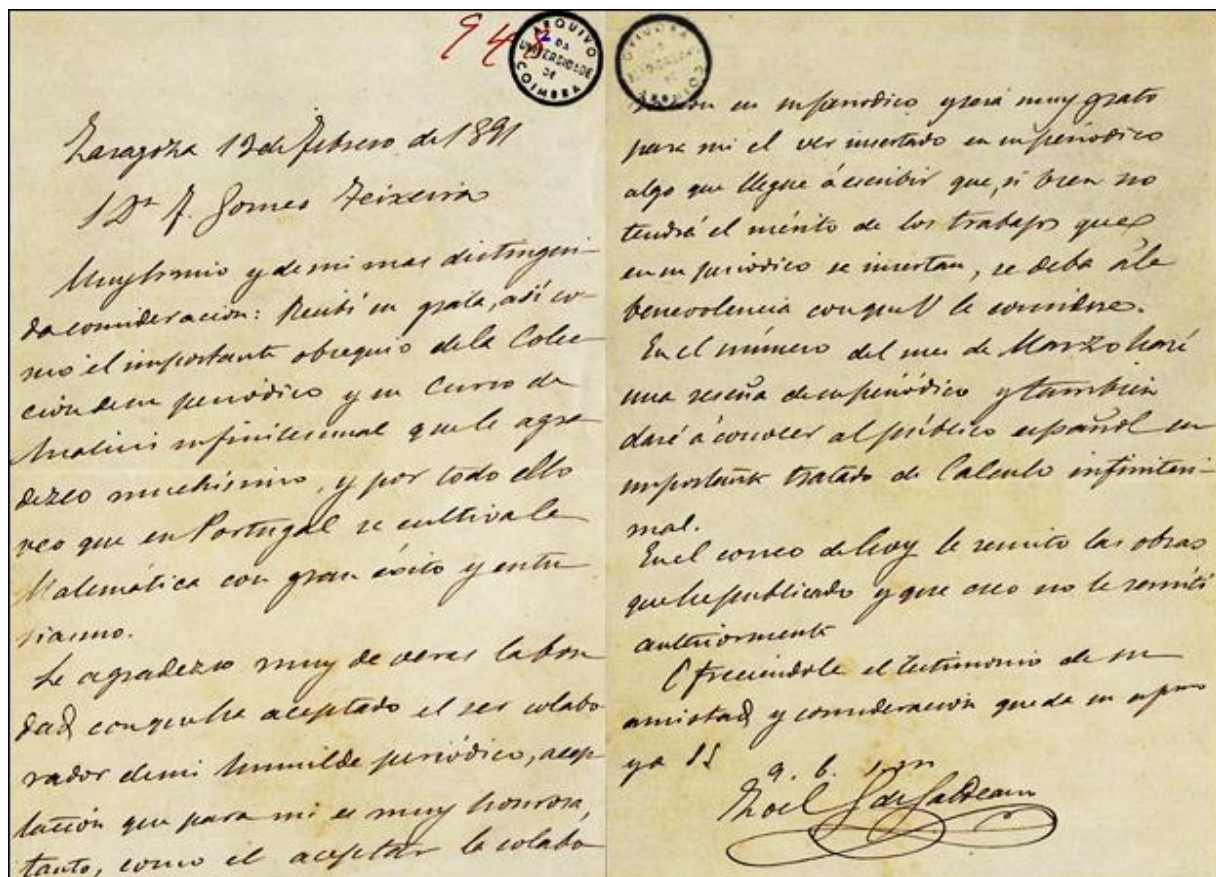


Ilustração 158 - Carta nº 948, de G. de Galdeano a Gomes Teixeira. (1891).

897 Athènes le 11/15 Octobre 1896.

ARQUIVO
DA
UNIVERSIDADE
DE
COIMBRA

Cher Collègue,

Mille remerciements pour
l'envoi obligeant de votre Mé-
moire "sur le développement de".

Faute de pouvoir reproduire
votre aimable présent par
l'envoi de quelque travail récent,
je me borne, pour le moment, à
vous prier d'accepter ma photogra-
phie. Je serai fort heureux
si vous m'en offrez bien aussi un souvenir de votre.

Avec mes meilleures salutations
Votre tout dévoué
Prof. Eup. Stephanos.

Ilustração 159 – Carta nº 897, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, a agradecer um livro e solicitando um retrato. (1896)

898

Athènes le 23 Juin / 5 Juillet 1898



Très honoré collègue,

Mes remerciements cordiaux pour l'envoi de votre nouvel et si remarquable travail sur le développement des fonctions en série.

Le volume du calcul différentiel, que vous avez bien voulu m'envoyer précédemment, a fait mes devoirs et a charmé certains jeunes mathématiciens d'ici, auxquels je l'ai prêté. Vous avez réussi à y rencontrer un beau choix de faits importants, très aptes à faire aimer la science aux jeunes travailleurs.

Avec mes félicitations pour votre nouveau travail, et en attendant d'autres un peu importants, je reste

votre tout dévoué


Cyp. Stephanou.

P.S. Cijoint un petit nombre de
Hautepostes grecs pour M^{lle} Teixeira

C. S.

Ilustração 160 - Carta nº 898, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, a apreciar o *Curso de Análise*. (1898)

899 Athènes le 15/28 Juin 1906.



Monsieur,

J'ai reçu avec un grand plaisir
votre lettre, ainsi que les deux fasci-
cules des Annales de l'École
Polytechnique de Porto, et j'en
remercie cordialement.

Je suis aussi très touché de
votre demande si obligeante de
m'envoyer quelque article pour
vos Annales. C'est avec plaisir
que je le ferai aussitôt que je trou-
verai un peu de loisir.

Veuillez agréer, Monsieur le cher col-
lègue, l'assurance de mon dévouement cordial

Cyp. Stéphanos

Ilustração 161 – Carta nº 899, de Stephanos, professor na Universidade de Atenas, sobre a sua
colaboração nos *Anais*. (1906)

901
Athènes le 11 d/br 1912

Mon cher, Monsieur Teixeira

Je ne pouvais recevoir, Monsieur, une plus agréable lettre que celle qui venait d'un ami si-précieux et si-aimable comme m. Teixeira.

Je vous suis extrêmement obligé pour la bonté que vous avez-eu de m'envoyer vos ouvrages tant estimés et je serais heureux si je réussissais de composer quelque article intéressant digne pour votre journal.

Encore si me les ai payés. cela arrive certainement de la part de la poste - et votre lettre d'ailleurs est arrivée ici assez-tard.

ARQUIVO DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Ilustração 162 – Carta nº 901, de Panaiotis Zervos, professor na Universidade de Atenas, sobre o seu encontro com Gomes Teixeira em Cambridge. (1912)

Je n'oublierai jamais les beaux-jours
 que nous avons passés au congrès.
 J'espère que parfois vous aller dépenser
 quelques minutes pour écrire à quelques
 mots à un ami qui a un grand
 estime et une grande sympathie pour
 vous. —
 Il était impossible de laisser insen-
 sible la cause de M. Teixeira
 une guerre n'ayant pour but de donner
 la liberté à un peuple, sans laquelle
 ni l'agriculture ne peut pas faire de
 progrès dans un pays.
 Je vous adresse tous mes remerciements
 pour vos souhaits pour moi et ma fa-

mille et je vous prie de bien vouloir
 d'accepter l'expression de mes meilleurs
 sentiments pour vous et votre famille.
 Permettre à moi de vous prier de
 saluer de ma part votre fille
 devant laquelle vous m'avez fait
 l'honneur de me présenter à l'é-
 poque du congrès.
 Veuillez agréer Monsieur et très cher-ami
 l'hommage des sentiments respectueux
 avec lesquels j'ai l'honneur d'être
 votre dévoué
 Pan. Zervos.
 (Athènes, Rue Acharnon 40.)

Ilustração 163 - Carta nº 901, de Panaiotis Zervos, professor na Universidade de Atenas, sobre o seu
 encontro com Gomes Teixeira em Cambridge. (1912) (cont.)

Cartas – artigos publicados no *Jornal de Teixeira*

141

deputé,

Vous m'avez demandé, en commençant la publication
de votre Journal des sciences mathématiques et
astronomiques, de me donner une collaboration; je
vous remplis l'engagement que j'ai pris envers vous
à vous adressant le note ci-jointe, concernant un
point élémentaire de calcul différentiel.

Veillez agréer, député, l'assurance
de mes sentiments les plus distingués

Ch. Hermite

Paris 17 juillet 1872.

Ilustração 164 - Carta nº 141, de Hermite, que resultou num artigo no primeiro volume do *Jornal de Gomes Teixeira*, pp. 65-70.

Sur les formules de M^r Frenet
par M^r Hermite

Une courb. dans l'espace étant représentée par les
équations:

$$x = \phi(t), \quad y = \psi(t), \quad z = \theta(t),$$

je pose pour abréger:

$$A = y'z'' - z'y''$$

$$B = z'x'' - x'z''$$

$$C = x'y'' - y'x''$$

et: $D^2 = A^2 + B^2 + C^2.$

Les ρ étant, les angles, $(\rho, \beta, \gamma), (\rho, \mu, \nu), (\beta, \gamma, \zeta),$
de la tangente, de l'axe du plan osculateur, et de la
normale principale avec les axes coordonnées. Sont
déterminés par les relations suivantes:

Ilustração 165 - Carta nº 141, de Hermite, que resultou num artigo no primeiro volume do *Jornal de Gomes Teixeira*, pp. 65-70 (cont.).

SECÇÃO I

SUR LES FORMULES DE MR. FRENET

PAR

CH. HERMITE

Une courbe dans l'espace étant représentée par les équations :

$$x = \varphi(t), y = \psi(t), z = \theta(t),$$

je pose pour abréger :

$$A = y' z'' - z' y''$$

$$B = z' x'' - x' z''$$


$$C = x' y'' - y' x''$$

et :

$$D^2 = A^2 + B^2 + C^2.$$

Mr. Hermite, um dos primeiros mathematicos francezes, dignou-se illustrar o nosso Jornal, enviando-nos o presente artigo para n'elle ser publicado.

Ilustração 166 – Artigo baseado na carta nº 141 de Hermite publicada no primeiro volume do *Jornal de Gomes Teixeira*, pp. 65-70 (carta nº 141).


 Sur l'intégral, $\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x) dx$, par M. Ch. Hermite

Je suppose que que $f(\sin x, \cos x)$ soit une fraction rationnelle
 en quantités $\sin x$ et $\cos x$, & soit qu'on ait eu soin de noter en
 la même fraction, l'expression suivante :

$$f(\sin x, \cos x) = \Pi(x) + \Phi(x)$$

ou $\Pi(x)$ représente la partie entière, et $\Phi(x)$ une somme de
 termes de la forme $D_x^n \cot \frac{1}{2}(x-d)$. Cette somme de termes
 sur une ligne d'écrit, page 321, fait dépendre l'intégral
 proposée de celui-ci : $\int_0^{2\pi} \cot \frac{1}{2}(x-d) dx$, & en recourant à
 une construction géométrique, j'ai montré qu'elle a pour valeur
 $\pm 2\pi$; c'est à savoir que je m'en étais aidé en faisant une
 méthode difficile qui est entièrement élémentaire. La partie
 est offert de la relation :

$$n \cot nx = \cot x + \cot \left(x + \frac{\pi}{n}\right) + \dots + \cot \left[x + \frac{(n-1)\pi}{n}\right]$$

ou n désigne un nombre entier et qu'on tire les premiers
 principes de la trigonométrie. Changeons d'abord x en $x-d$,
 on aura :

$$n \cot n(x-d) = \cot(x-d) + \cot \left(x-d + \frac{\pi}{n}\right) + \dots + \cot \left[x-d + \frac{(n-1)\pi}{n}\right];$$

soit ensuite $\frac{\pi}{n} = dx$, & elle prendra cette nouvelle forme :

Ilustração 167 - Carta nº 142, de Hermite, que resultou no artigo publicado no *Jornal* no vol. 2, pp.65-

SUR L'INTÉGRALE $\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x) dx$

PAR

M. CH. HERMITE

Je supposerai que $f(\sin x, \cos x)$ soit une fonction rationnelle des quantités $\sin x$ et $\cos x$, de sorte qu'on ait en décomposant en éléments simples, l'expression suivante:

$$f(\sin x, \cos x) = \Pi(x) + \Phi(x)$$

où $\Pi(x)$ représente la partie entière, et $\Phi(x)$ une somme de termes de la forme $D^n x \cot \frac{1}{2}(x - \alpha)$. Cette formule donnée dans mon *Cours d'Analyse*, page 321, fait dépendre l'intégrale proposée de celle-ci: $\int_0^{2\pi} \cot \frac{1}{2}(x - \alpha) dx$, et en recourant à une construction géométrique, j'ai montré qu'elle a pour valeur $\pm 2i\pi$; c'est ce résultat que je vais établir en suivant une méthode différente qu'est entièrement élémentaire. Je parts à cet effet de la relation:

$$n \cot nx = \cot x + \cot \left(x + \frac{\pi}{n} \right) + \dots + \cot \left(x + \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

où n désigne un nombre entier et qu'on tire des premiers principes de la trigonométrie. Changeons d'abord x en $x - \alpha$, ou aura:

$$\begin{aligned} n \cot n(x - \alpha) &= \cot(x - \alpha) + \cot \left(x - \alpha + \frac{\pi}{n} \right) + \dots \\ &+ \cot \left(x - \alpha + \frac{(n-1)\pi}{n} \right); \end{aligned}$$

Ilustração 168 – Artigo de Hermite publicado no *Jornal de Teixeira* no vol. 2, pp.65- 67, baseado na carta nº 142

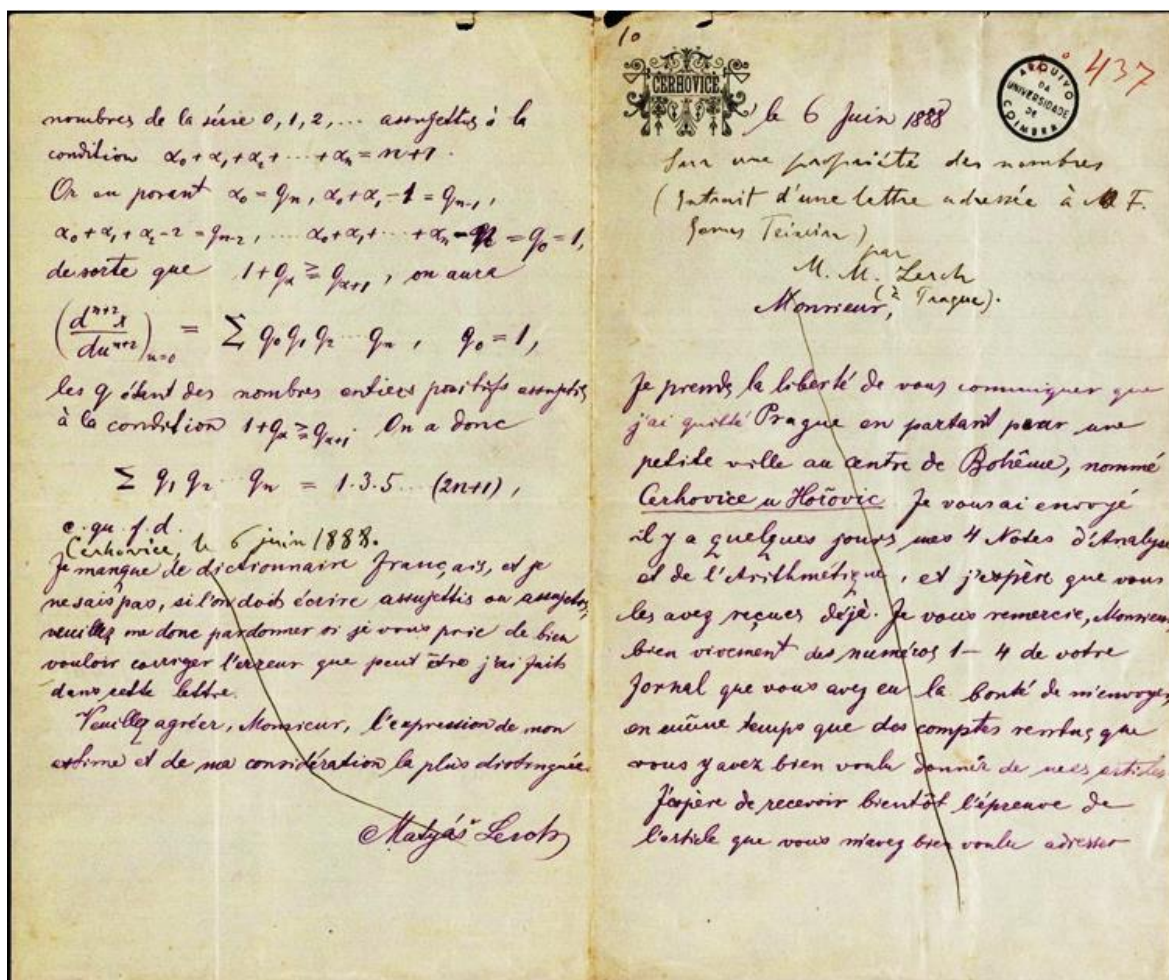


Ilustração 169 - Carta nº 437, de M. Lerch, a comunicar um resultado a que chegou sobre uma questão de aritmética superior. Foi publicado um extrato desta carta no *Jornal de Sciencias Mathematicas*, volume 8, página 161

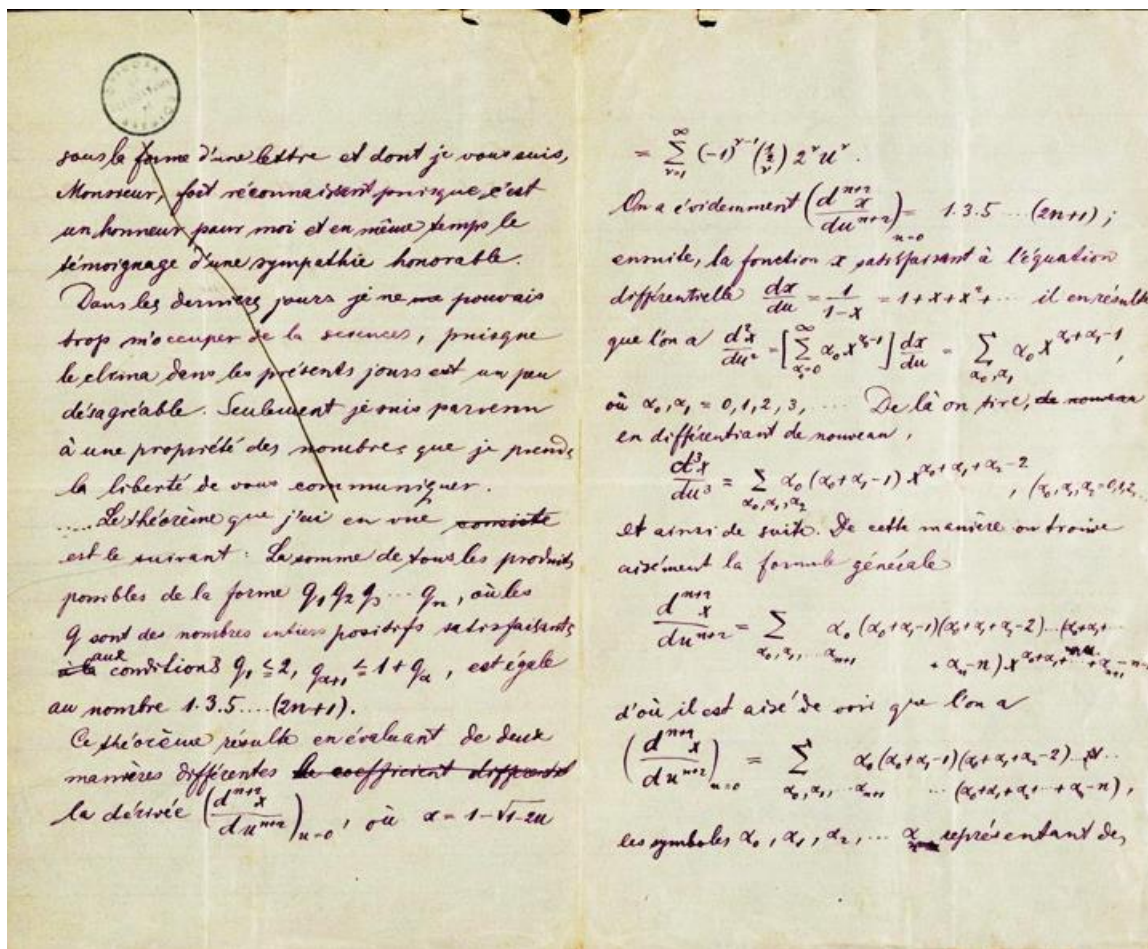


Ilustração 170 - Carta nº 437, de M. Lerch, a comunicar um resultado a que chegou sobre uma questão de aritmética superior. Foi publicado um extrato desta carta no *Jornal de Sciencias Mathematicas*, volume 8, página 161 (cont.)

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES NOMBRES

(Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira)

PAR

M. LERCH

(à Prague)

... Le théorème que j'ai en vue est le suivant: La somme de tous les produits possibles de la forme $q_1 q_2 q_3 \dots q_n$, où les q sont des nombres entiers positifs satisfaisant aux conditions

$$q_1 \leq 2, q_{s+1} \leq 1 + q_s,$$

est égale au nombre $1.3.5 \dots (2n+1)$.

Ce théorème résulte en évaluant de deux manières différentes la dérivée

$$\left(\frac{d^{n+2} x}{du^{n+2}} \right)_{u=0},$$

où

$$x = 1 - \sqrt{1-2u} = \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s-1} \left(\frac{1}{2} \right)_{s-1} 2^s u^s.$$

On a évidemment

$$\left(\frac{d^{n+2} x}{du^{n+2}} \right)_{u=0} = 1.3.5 \dots (2n+1);$$

ensuite, la fonction x satisfaisant à l'équation différentielle

$$\frac{dx}{du} = \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$$

Ilustração 171 – Artigo de Lerch publicado no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*, volume 8, p. 161, baseado na carta 437

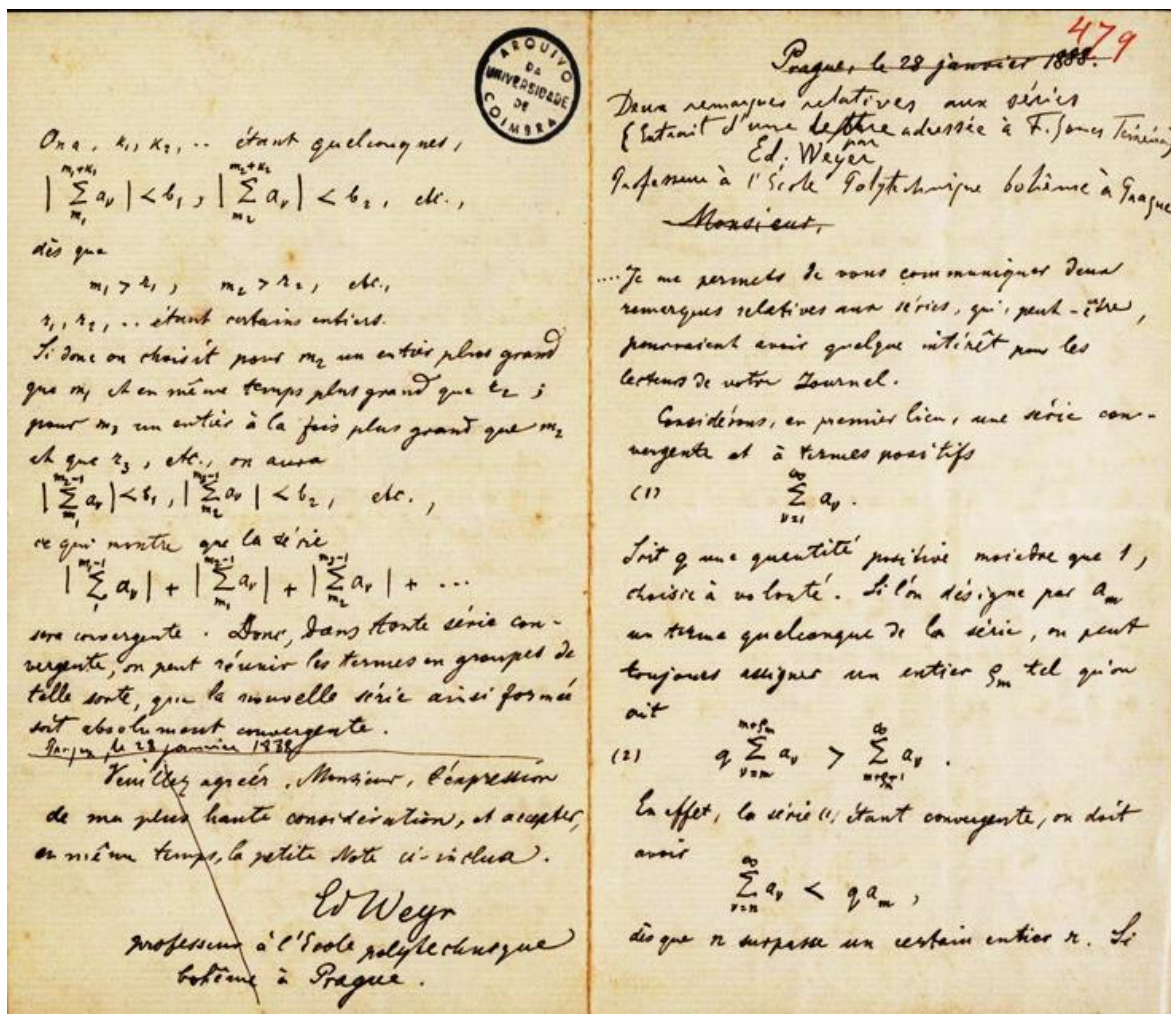


Ilustração 172 - Carta 479, de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries. Foi publicada no JSMA no volume 8, p 97

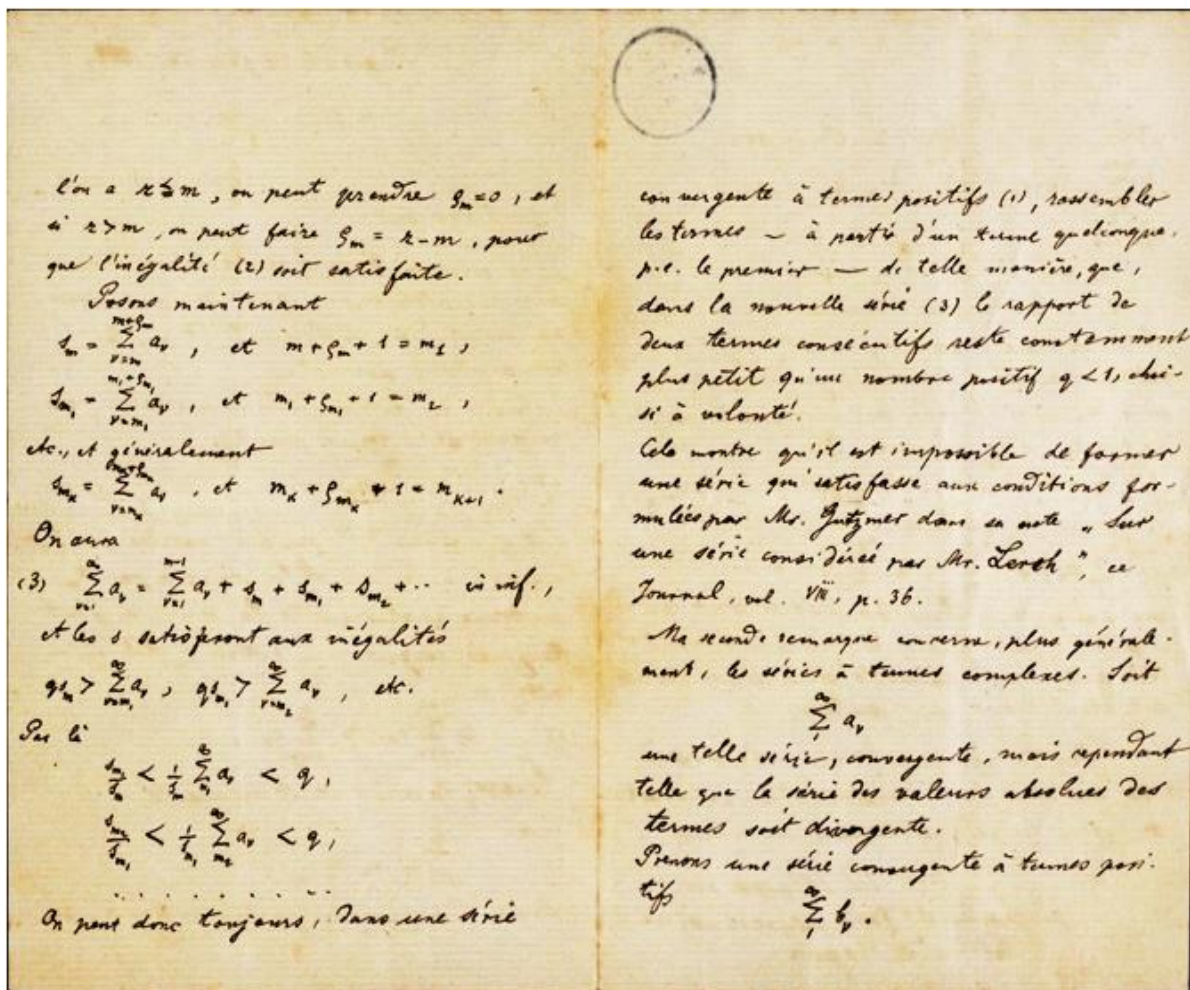


Ilustração 173 - Carta 479, de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries. Foi publicada no JSMA no volume 8, p 97 (cont.)

DEUX REMARQUES RELATIVES AUX SÉRIES

(Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira)

PAR

M. ED. WEYR

Professeur à l'École Polytechnique bohème à Prague

... Je me permets de vous communiquer deux remarques relatives aux séries, qui, peut-être, pourraient avoir quelque intérêt pour les lecteurs de votre journal.

Considérons, en premier lieu, une série convergente et à termes positifs

$$(1) \quad \sum_{v=1}^{\infty} a_v.$$

Soit q une quantité positive moindre que 1, choisie à volonté. Si l'on désigne par a_m un terme quelconque de la série, on peut toujours assigner un entier p_m tel qu'on ait

$$(2) \quad q \sum_{v=m}^{m+p_m} a_v > \sum_{v=m+p_m+1}^{\infty} a_v.$$

En effet, la série (1) étant convergente, on doit avoir

$$\sum_{v=m}^{\infty} a_v < q a_m.$$

dès que n surpasse un certain entier r . Si l'on a $r \leq m$, on peut prendre $p_m = 0$, et si $r > m$, on peut faire $p_m = r - m$, pour que l'inégalité (2) soit satisfaite.

Ilustração 174 – Artigo de Eduardo Weyr, professor na Escola Técnica de Praga, comunicando resultados obtidos sobre séries publicado no *JSMA* no volume 8, p 97 baseado na carta nº 479

Cartas solicitando trabalhos matemáticos publicados em Portugal para o *Jahrbuch*

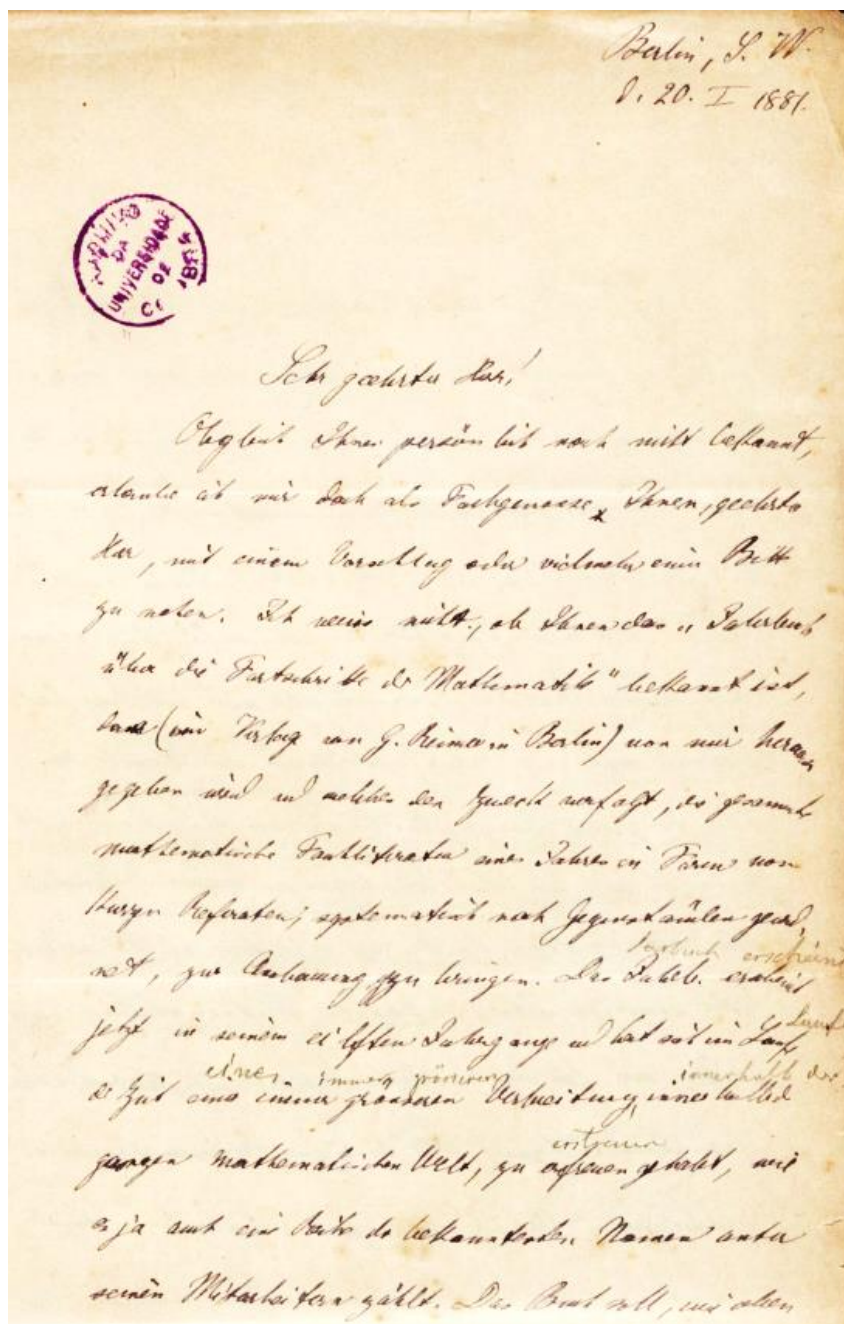


Ilustração 175 – Carta nº 116, do Ohrtmann, Director do *Jahrbuch (JFM)* solicitando a Gomes Teixeira que fique responsável pelo envio das notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal e Espanha. (1881)

gesagt, die gesammte mathematische Literatur zu
 Bearbeitung bringen. In diesem Sinne auch bemüht,
 die in portugiesischer Sprache erschienenen Werke den Lesern
 bekannt zu machen. Ich denke daher vornehmlich an die in der
 dem geachteten Journal: "Journal de Trévise" unter
 der Aufschrift "Journal de Trévise" unter
 verschiedenen Aufsätzen. Einerseits aber sind mir diese
 Journale nicht zugänglich, andererseits würde auch dann,
 wenn die große Schwierigkeit der Sprache hinweggenommen,
 dass es mir bei dieser Sache liegen würde. Ich möchte
 mir nun bei Ihnen die Aufgabe erlauben, ob Sie selbst
 oder sonst ein Ihnen bekannter Mathematiker geneigt
 wäre, mir das Jahrbuch der Mathematik (in deutscher oder
 französischer Sprache) die in jenem Journal erschienenen
 verschiedenen Aufsätze zu übersetzen. Ich glaube, es würde
 damit nicht nur mir, sondern auch den Lesern sehr

ein Dienst geleistet werden. Es würde auch gerade
 mit der in dem Journal erschienenen Aufsätze und
 nicht selbstständig Werke handeln, daher selbst die
 Befürchtung im Sinne sehr wohl der Sache nicht
 stehen.

Hochachtungsvoll ergeben
 Dr. C. Ohrtmann
 Herausgeber des Jahrbuchs der
 der Mathematik
 Berlin, L. W.
 März 1881.

Ilustração 176 - Carta nº 116, do Ohrtmann, Director do *Jahrbuch (JFM)* solicitando a Gomes Teixeira
 que fique responsável pelo envio das notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal e
 Espanha. (1881) (cont.)

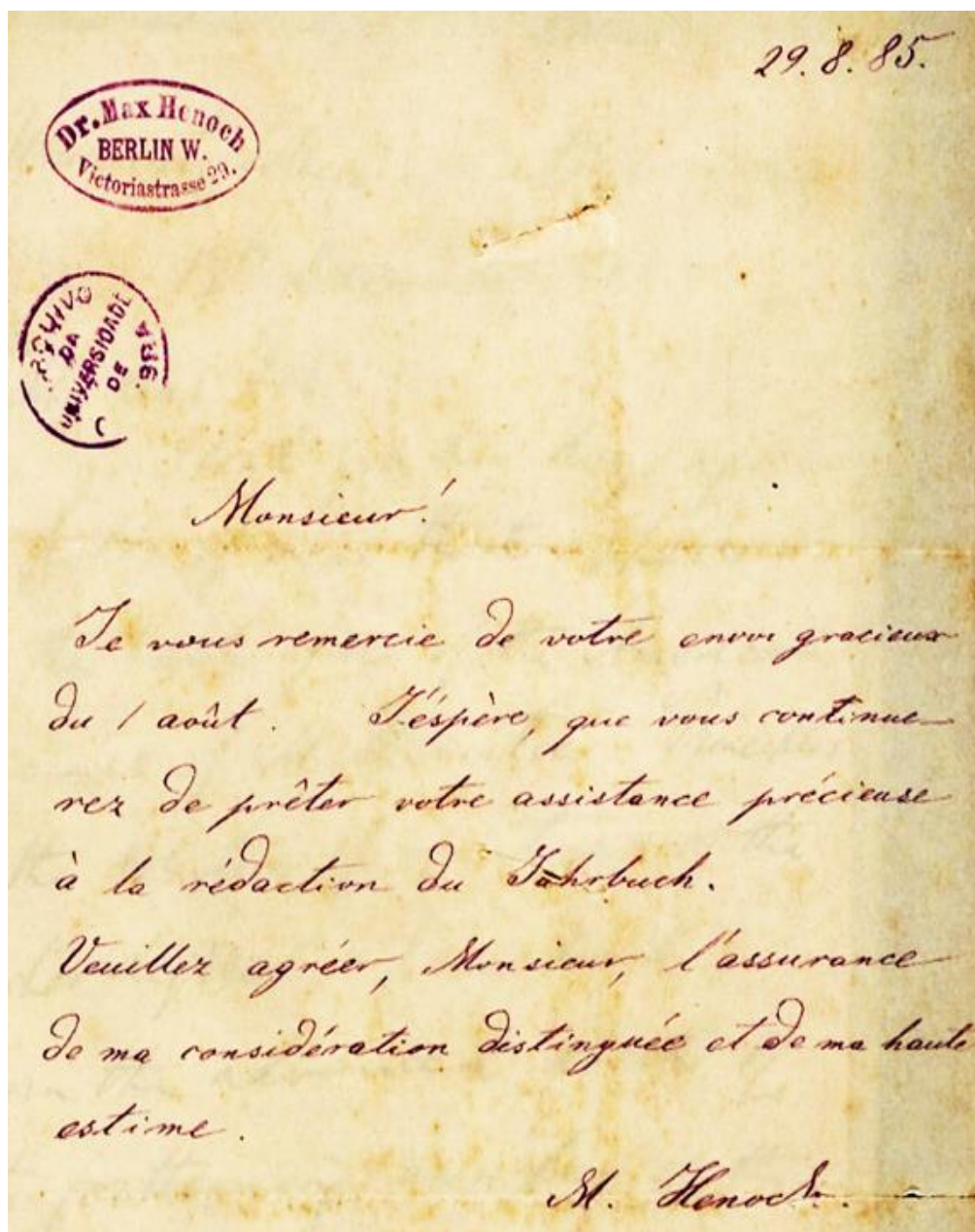


Ilustração 177 – Carta nº118, de Max Henoch, a agradecer as notícias sobre os trabalhos matemáticos portugueses para o *Jahrbuch* (1885)

Berlinst., 17/10.00
Kurfürstenstrasse 139

Mon cher collègue,

Cette fois j'espère atteindre l'impression du tome
qui est en cours de publication avant la fin de l'an.
Il me faut donc les analyses pour le tome 30
(année 1899) jusqu'à la fin du mois de décembre,
et j'appelle de nouveau à votre affection pour
notre œuvre, pour vous engager à me les envoyer
comme vous aviez toujours la bonté de le faire.
En vain j'avais espéré vous trouver à Paris
à l'occasion du Congrès international des Mathé-
maticiens; ce n'était que M. Guimarães de votre
pays que j'ai eu l'honneur de voir. Cependant,
pour dire la vérité, vous n'avez pas perdu grand'chose.
Les arrangements laissent beaucoup à désirer.
Veuillez agréer, mon cher compère, l'expression
de mes sentiments de haute estime

Lampe

Ilustração 178 – Carta nº 274. Bilhete de Lampe, a pedir as notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal em 1899 para o seu *Jahrbuch* (1900)

Paris, le 24 octobre 1898

Mon cher collègue,

Je suppose que vous aurez reçu le 2^e cahier de mon *Jarbuch* pour 1896, et vous comprendrez donc qu'il faut déjà penser à l'année 1897. Vous m'obligerez bien si vous voulez avoir la bonté de rédiger les analyses des travaux de 1897 et de me les envoyer jusqu'à la première moitié du janvier 1899. En même je profite de cette occasion pour vous remercier des services excellents que vous rendez à notre entreprise.

Veuillez agréer, mon cher collègue, l'expression de mes sentiments de gratitude et mes salutations cordiales.

Professor Dr Lampe
Berlin, W.
Kurfürstenstr. 139. II.

ARQUIVO DA
UNIVERSIDADE
DE COIMBRA

Lampe

Ilustração 179 – Carta nº 297. Bilhete de Lampe, professor na Escola Superior Técnica de Charlottenburg a pedir as notícias sobre os trabalhos matemáticos publicados em Portugal em 1897 para o seu *Jarbuch* (1898).

Documentos relacionados com os Congressos Internacionais dos Matemáticos

Der Versand dieser wie auch der nachfolgenden Cirkulare wurde in der Art ausgeführt, daß in jedem der größeren Staaten je ein Vertreter es übernahm, eine geeignete Anzahl der in Zürich gedruckten Exemplare in seinem Lande, oder zugleich auch in den Nachbarländern, zu verteilen. Dieser Aufgabe sich zu unterziehen, hatten die Freundlichkeit die Herren:

Greenhill-Woolwich, Guccia-Palermo, Gutzmer-Halle, Hill-West-Nyack, Klein-Göttingen, Laisant-Paris, Mansion-Gent, Markoff-Petersburg, Mertens-Wien, Mittag-Leffler-Stockholm, Schoute-Groningen, Stéphanos-Athen und Teixeira-Porto.

Ilustração 180 – Extrato dos *ICM Proceedings 1897 Zurich*²⁹⁴ (Rudio, 1898)

Tradução para o português:

O envio desta circular, bem como das subsequentes, foi levado a cabo de modo que, em cada um dos estados maiores, um representante distribuisse no seu país, ou também nos países vizinhos, um número adequado dos exemplares impressos em Zurique. Os seguintes senhores tiveram a amabilidade de aceitar esta tarefa:

Greenhill-Woolwich, Guccia-Palermo, Gutzmer-Halle, Hill-West-Nyack, Klein-Göttingen, Laisant-Paris, Mansion-Gent, Markoff-Petersburg, Mertens-Wien, Mittag-Leffler-Stockholm, Schoute-Groningen, Stéphanos-Athen und Teixeira-Porto.

²⁹⁴ <http://www.mathunion.org/ICM/>

n^o 390



Marburg, den 1 Mai
1804

Hochgeachteter Herr Kollege.

Nehmen Sie meinen herzlichsten
Dank für das schöne Geschenk, das
Sie mir mit dem ersten Bande
Ihre gesammelten Abhandlungen
gemacht haben. Indessen fehlt
das Fünftes, beganne konnte ich,
um doch die Freunde nicht zu ver-
setzen, viel von dem schönen
und so schön ausgestatteten Werke
zu lesen, wenn, für immer, wenn
ich Ihre Abhandlungen lese habe ich, große
Freude und neuen Nutzen an

der Lektüre gehabt.

Mit besonderer Freude ist es
auch die von schönen Abhandlungen
aus dem Brillischen Journalen,
in denen ich mir bereits selbst
plebheinen durfte. Hoffentlich
durfte unser Journal noch oft
ein Werk im Ansehen Hoffentlich,
es wird mir immer eine ganz
bekannte Freude sein.

Darf ich wohl auf die Freude
hoffen, Sie, verehrter Herr Kollege
in diesem Sommer auf dem
interimistischen Congress in Göttingen
bey begründen des Körpers. Es be-
spricht sich interessent zu
werden, und man kann sich

keinen schöneren Ort für eine solche
Versammlung denken.

Mit vorzüglichen verbindlichen
Grußen und dem besten Kußfertigen
bin ich

Ich ganz ergeben.

Prof. K. Hensel
Redacteur des Brillischen
Journalen.

Ilustração 181 - Carta n° 390, de K. Hensel (Marburg)

Transcrição (em alemão)	Tradução para o português
<p>Marburg, den 1. Mai 1904</p> <p>Hochgeehrter Herr Kollege</p> <p>Nehmen Sie meinen herzlichsten Dank für das schöne Geschenk, dass Sie mir mit dem ersten Band Ihrer gesammelten Abhandlungen gemacht haben.</p> <p>Trotzdem jetzt das Semester begann konnte ich mir doch die Freude nicht versagen, schon viel in dem schönen und so schön ausgestatteten Werke zu lesen, und, wie immer, wenn ich Ihre Arbeiten lese habe ich grosse Freude und reichen Nutzen an der Lektüre gehabt.</p> <p>Mit besonderer Freude seh ich auch die vier schönen Abhandlungen aus dem Crelleschen Journale, von denen ich zwei bereits selbstpublizieren durfte.</p> <p>Hoffentlich darf unser Journal noch oft ein Werk von Ihnen veröffentlichen, es wird mir immer eine ganz besondere Freude sein.</p> <p>Darf ich wohl auf die Freude hoffen, Sie, verehrter Herr Kollege, in diesem Sommer auf dem internationalen Congress in Heidelberg begrüßen zu dürfen? Er verspricht sehr interessant zu werden, und man kann sich keinen schöneren Ort für eine Zusammenkunft vorstellen.</p> <p>Mit nochmaligem verbindlichen Dank und den besten Empfehlungen</p> <p>bin ich Ihr ganz ergebener</p> <p>Prof. K.Hensel,</p> <p>Redacteur des Crelleschen Journales</p>	<p>Marburg, 1 Maio 1904</p> <p>Prezado colega</p> <p>Aceite os meus mais calorosos agradecimentos pelo belo presente que me deu com o primeiro volume da coletânea das suas obras.</p> <p>Apesar de o semestre ter agora começado, não me pude negar o prazer de ler imediatamente grande parte do belo trabalho, de tão boa qualidade tipográfica. Como acontece sempre que leio o seu trabalho, tive um grande prazer e retirei grandes benefícios desta leitura.</p> <p>É com particular prazer que vejo os seus quatro belos no <i>Jornal de Crelle</i>, dois dos quais eu próprio tive a honra de publicar.</p> <p>Esperemos que o nosso jornal possa publicar ainda muitas vezes um trabalho seu, o que será para mim sempre um especial prazer.</p> <p>Posso esperar, caro colega, ter o prazer de o cumprimentar este Verão no Congresso Internacional em Heidelberg? O Congresso promete ser muito interessante, e não se pode imaginar melhor lugar para um encontro destes.</p> <p>Com repetidos agradecimentos e melhores desejos,</p> <p>permaneço muito dedicado</p> <p>Prof K.Hensel,</p> <p>Editor da Journal de Crelle</p>

Ilustração 182 - Transcrição e tradução da carta apresentada na Ilustração anterior.

PROF. DR. A. GUTZMER

3



JENA, 9 April 1904.
CHAEFFERSTR. 4

Monsieur et cher Collègue,

J'ai reçu votre carte-postale du 28 mars et le tome I de vos ouvrages, et je m'empresse de vous^{en} exprimer mes remerciements les plus cordiaux. Je vous félicite de ce que votre Gouvernement vous a fait l'honneur de publier vos ouvrages, mesure qui honore en même temps le gouvernement lui-même et les hautes mathématiques. C'est avec le plus grand plaisir que je publierai aussitôt que possible une notice du tome I dans mon Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.

J'espère pouvoir vous presser la main au

congrès de Heidelberg et je vous prie de me croire

votre tout dévoué

A. Gutzmer.

Ilustração 183 – Carta nº 385, de Gutzmer a Gomes Teixeira, agradecendo o envio do tomo I das Obras. Nesta carta Gutzmer exprime a esperança de encontrar Gomes Teixeira no III Congresso Internacional de Matemáticos em Heidelberg.

Cartas enviadas a Gomes Teixeira por A.V. Vasiliev (Sociedade Físico-Matemática de Kazan)

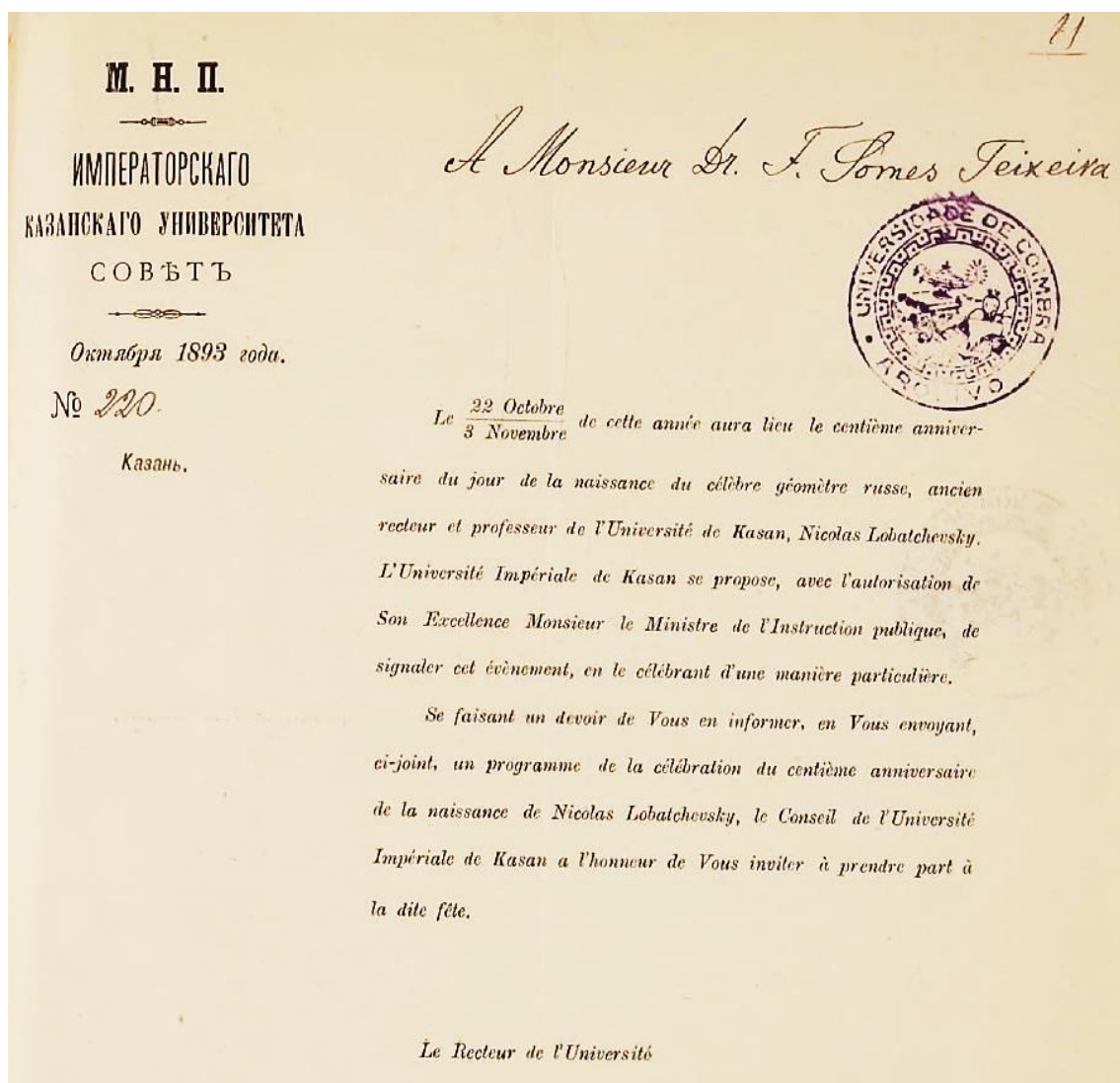


Ilustração 184 - Carta nº 11, escrita por Vassilieff (Vasiliev) a convidar o Gomes Teixeira para a celebração do centenário de N. Lobachevsky.

PROGRAMME

de la fête, organisée par l'Université Impériale de Kasan, à l'occasion du centième anniversaire du jour de la naissance du célèbre géomètre russe, Nicolas Ivanovitch Lobatchevsky.

LE 22 OCTOBRE 1893.

Après l'office divin et requiem pour le défunt Nicolas Ivanovitch Lobatchevsky, dans la salle des séances de l'Université, à 1 heure de l'après-midi, aura lieu une assemblée solennelle du Conseil de l'Université, où seront prononcés par les professeurs ordinaires Th. M. Souvoroff et A. V. Vassilieff des discours, consacrés à la commémoration de la vie et des travaux scientifiques de Nicolas Ivanovitch Lobatchevsky.

LE 23 OCTOBRE.

A 8 heures du soir, dans la salle des séances de l'Université, aura lieu une séance publique de la Société Physico-mathématique, consacrée aux communications concernant les questions relatives aux travaux scientifiques de N. I. Lobatchevsky.

LE 24 OCTOBRE.

A 1 heure de l'après-midi, en présence des membres du Conseil de l'Université, des membres du Conseil de la ville de Kasan et des personnes qui voudront bien prendre part à la fête, un marbre sera fixé au mur de la maison, qu'a habitée Nicolas Ivanovitch Lobatchevsky, en mémoire de ce célèbre géomètre russe.

Après quoi un requiem sera chanté sur la tombe de Nicolas Ivanovitch Lobatchevsky, au cimetière de la ville (Courtino).

Le même jour à 8 heures du soir, dans la salle des séances de l'Université aura lieu une seconde séance publique de la Société Physico-mathématique, où seront lus:

- 1) compte rendu des travaux du Comité de la Société touchant la constitution du capital du nom de N. I. Lobatchevsky et
- 2) discours des professeurs A. I. Smirnoff: „sur les axiomes de la géométrie“ et A. V. Vassilieff: „sur la géométrie de plusieurs dimensions“.



Ilustração 185 – Carta nº 11, escrita por Vassilieff (Vasiliev) a convidar o Gomes Teixeira para a celebração do centenário de N. Lobachevsky (cont.).

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
ОБЩЕСТВО
ПРИ
ИМПЕРАТОРСКОМЪ
КАЗАНСКОМЪ УНИВЕРСИТЕТѢ.

7 Avril 1893.
№

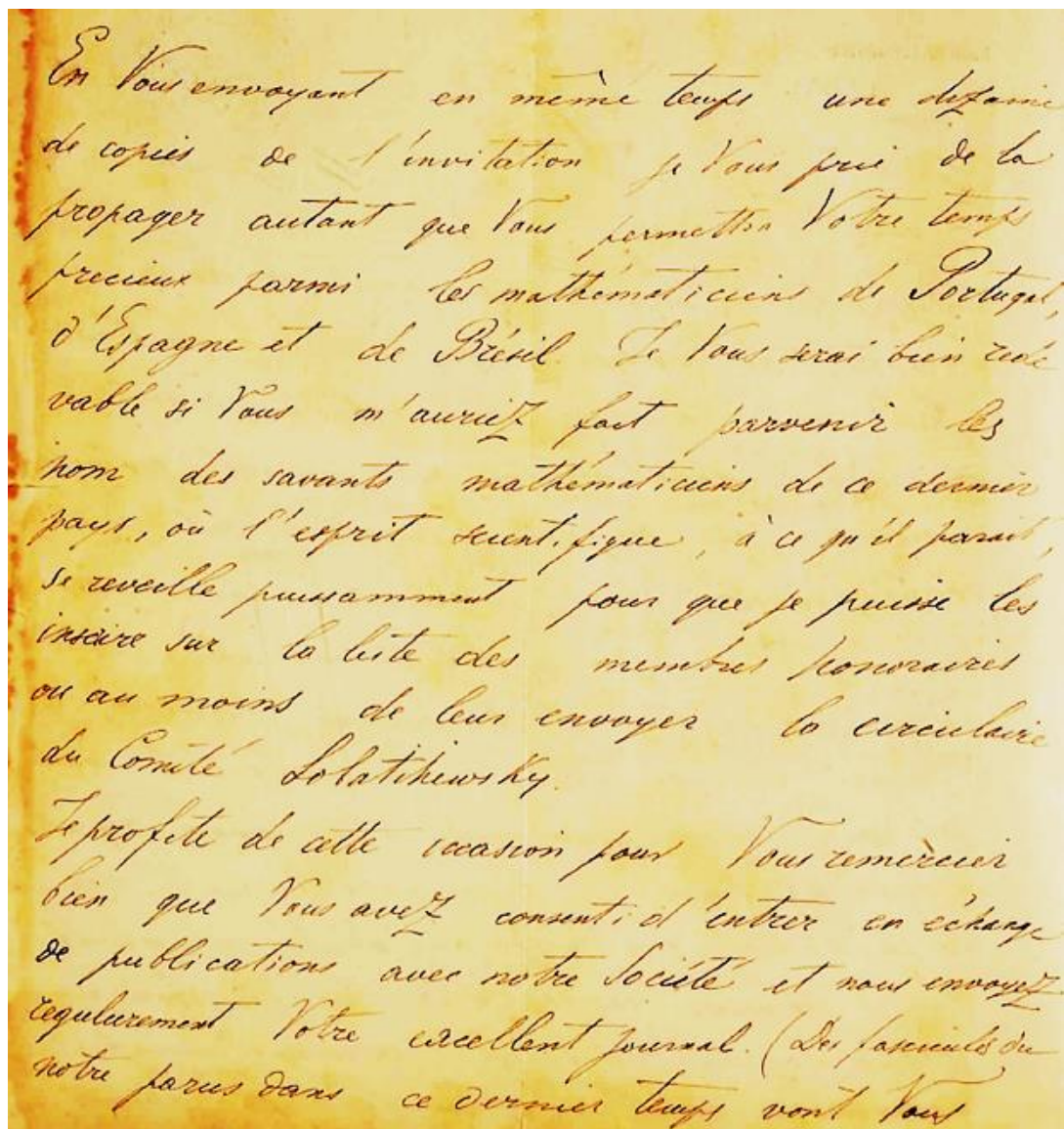
г. Казань.



Monsieur

La Société Physico-mathématique de Kazan
a résolu de célébrer dignement le centenaire
du jour de naissance de l'illustre géomètre
russe N. I. Lobatchewsky. Des éminents géomètres
de presque tous les pays d'Europe ont bien
voulu prendre part au Comité organisé pour
la fondation d'un capital du nom de Lobatchewsky.
Je ne mentionnerai que M. Sylvester, Helmholtz, Poy-
Poincaré, Darboux, Klein. Mais notre liste des membres
honoraires sera incomplète d'une façon regrettable
si l'on n'y trouve pas le nom de l'illustre représentant
de la science mathématique en Portugal. En conséquence
j'ai l'honneur de Vous prier de nous faire un
grand honneur d'entrer comme membre
honoraire dans le Comité Lobatchewsky.

Ilustração 186 – Carta nº 20, da Sociedade Físico-Matemática de Kazan, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do Comité desta celebração.



En Vous envoyant en même temps une dizaine
de copies de l'invitation je Vous prie de la
propager autant que Vous permettra Votre temps
précieux parmi les mathématiciens de Portugal,
d'Espagne et de Brésil. Je Vous serai bien obli-
vable si Vous m'auriez fait parvenir le
nom des savants mathématiciens de ce dernier
pays, où l'esprit scientifique, à ce qu'il paraît,
se réveille puissamment pour que je puisse les
insérer sur la liste des membres honoraires
ou au moins de leur envoyer la circulaire
du Comité Solatikiensky.

Je profite de cette occasion pour Vous remercier
bien que Vous ayez consenti d'entrer en échange
de publications avec notre Société et nous envoyez
régulièrement Votre excellent journal. (Les fascicules de
notre parus dans ce dernier temps vont Vous

Ilustração 187 – Carta nº 20, da Sociedade Físico-Matemática de Kazan, enviada por Vassiliev
(Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando
Gomes Teixeira como o membro honorário do Comité desta celebração (cont.).

Ils envoyés dans ces jours-mêmes.)
Agreez, Monsieur, l'assurance de
la haute considération avec laquelle
l'honneur d'être Votre serviteur dévoué
A. Vassilief,
Président de la Société physico-mathématique de
Kazan.

Ilustração 188 – Carta nº 20, da *Sociedade Físico-Matemática de Kazan*, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do *Comité* desta celebração (cont.).



Ilustração 189 – Carta nº 20, da *Sociedade Físico-Matemática de Kazan*, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do *Comité* desta celebração (cont.).

La géométrie de Lobatchefsky et, en général, la géométrie non euclidienne forme une nouvelle branche des mathématiques possédant déjà une riche littérature à laquelle se rattachent les recherches sur les hyperespaces. Celles-ci, tout en jetant une vive lumière sur plusieurs questions de géométrie, sont un auxiliaire qu'on ne peut remplacer que difficilement dans maintes questions difficiles d'analyse.

À la haute valeur scientifique des découvertes de Lobatchefsky correspond leur importance philosophique qui n'est pas moins grande; d'une part, elles permettent d'étudier plus à fond les propriétés de l'espace; d'autre part, elles jettent une vive lumière sur la question de l'origine et de la signification de nos axiomes géométriques et ont, en conséquence, une grande valeur pour la théorie de la connaissance.

La noble vie de Lobatchefsky est étroitement et inséparablement liée à l'histoire de l'Université Impériale de Kasan; il fut le premier de ses élèves qui y ait occupé la chaire de professeur; il y remplit pendant presque vingt ans les fonctions de recteur.

Aussi la Société Physico-mathématique de l'Université Impériale de Kasan ne pouvait-elle s'empêcher de prêter une attention toute particulière à ce que l'anniversaire du jour de naissance du grand mathématicien fût dignement célébré. Ayant obtenu l'Auguste autorisation à l'ouverture d'une souscription pour composer un fonds dans le but d'éterniser la mémoire de N. I. Lobatchefsky, elle a organisé pour mieux atteindre ce but un Comité, qui s'adresse maintenant aux savants et aux nombreux amis de la science de tous les pays, en sollicitant leur concours généreux.

Le premier et principal but de ce capital sera la fondation d'un prix digne du nom du grand penseur et mathématicien et qui sera décerné aux savants de tous les pays pour les travaux mathématiques (spécialement pour ceux qui ont trait à la géométrie non euclidienne). Puisse ce prix «Lobatchefsky», tout en procurant aux jeunes savants, qui consacreront leurs labeurs à la science aimée du savant russe, un secours et un encouragement, présenter en même temps un nouveau témoignage de l'unanimité de toutes les nations civilisées dans leurs élan vers la Vérité scientifique!

On prie d'envoyer les souscriptions jusqu'au 2 Mai 1894 à l'adresse suivante: *Kasan, Société Physico-mathématique.*

Membres d'honneur du Comité.

Alexeïef, V. G., Agrégé de l'Université, Moscou.
Andreïef, K. A., Professeur à l'Université, Président de la Société mathématique, Kharkov.
Anissimof, V. A., Professeur à l'Université, Varsovie.
Battaglini, G., Professeur à l'Université, Vice-président de la Société Royale de Naples, Naples.
Beltrami, E., Professeur à l'Université, membre de l'«Accademia dei Lincei», Rome.
Bobylin, V. V., Agrégé de l'Université, rédacteur du journal «Физико-математический Журнал», Moscou.
Boucreïef, B. I., Professeur à l'Université de St Vladimir, Kiev.
Bougaleïef, N. W., Professeur émérite à l'Université, Président de la Société mathématique, Moscou.
Cayley, A., Professeur à l'Université, membre de la Société Royale, Cambridge.
Cesaro, E., Professeur à l'Université, Naples.
Darboux, G., Membre de l'Institut, doyen de la Faculté des sciences, Paris.
Dolbnia, I. P., Professeur au corps des cadets, Nijni-Novgorod.
Durège, H., Professeur à l'Université, Prague.
Dyck, W., Professeur à l'École Polytechnique, membre de l'Académie des Sciences de Bavière, Munich.
Engelhardt, W. P., docteur honoraire de l'astronomie, Dresde.
Erdmann, B., Professeur à l'Université, Italie.
Escherich, G., Professeur à l'Université, Vienne.
Fedorof, E. S., Professeur au Corps des mines, St. Petersbourg.
Flye de St. Marie, C., répétiteur à l'École Polytechnique, Paris.
Frischauf, I., Professeur à l'Université, Gratz.
Galdeano, Z. G., Professeur à l'Université, Saragosse.
Gescheus, N., Vice-Directeur de l'Institut Technologique, St. Pétersbourg.
Groth, N. I., Professeur à l'Université, Président de la Société psychologique, Moscou.
Guccia, I. B., Professeur à l'Université, Palermo.
Günther, S., Professeur à l'École Polytechnique, Munich.

Ilustração 190 – Carta nº 20, da *Sociedade Físico-Matemática de Kazan*, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do *Comité* desta celebração (cont.).

Halsted, G. B., Professeur à l'Université de Texas, Austin.
 Helmholtz, H., von, Directeur de l'Institut physico-technique Imperial, Charlottenbourg.
 Hermite, Ch., Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences.
 Ianichefsky, E. P., Professeur émérite de l'Université, Kasan.
 Iarochenko, S. P., Professeur à l'Université, Odessa.
 Joukowski, N. E., Professeur à l'Université, Moscou.
 Killing, W., Professeur à l'Académie, Münster.
 Kirpitchenko, W. L., Directeur de l'Institut technologique, Kharkov.
 Klein, F., Professeur à l'Université, Göttingen.
 Kneser, A., Professeur à l'Université, Derpt (Jurjev).
 Korkine, A. N., Professeur à l'Université, St. Pétersbourg.
 Kovalsky, M. F., Professeur à l'Université, Kharkov.
 Lachline, L. H., Professeur à l'Université, Derpt (Jurjev).
 Lampe, E., Professeur à l'Ecole Polytechnique et à l'Académie militaire, Berlin.
 Liapunov, A. M., Professeur à l'Université, Kharkov.
 Lie, S., Professeur à l'Université, Leipsig.
 Liebmann, O., Professeur à l'Université, Bonn.
 Liguine, W. N., Professeur à l'Université, Odessa.
 Lindemann, Ed., Secrétaire savant de l'Observatoire Impérial de Pulkovo.
 Lindemann, F., Professeur à l'Université, Königsberg.
 Lipschitz, R., Professeur à l'Université, Bonn.
 Loria, G., Professeur à l'Université, Gènes.
 Lüroth, J., Professeur à l'Université, Freyburg.
 Macfarlane, A., Professeur à l'Université de Texas, Austin.
 Makarof, A. N., Gen.-Major, directeur du Musée pédagogique des écoles militaires, St. Pétersbourg.
 Mansion, P., Membre de l'Académie R. de Belgique, Professeur à l'Université, Gent.
 Markof, A. A., Membre de l'Académie, St. Pétersbourg.
 Mehmke, R., Professeur à l'Ecole Polytechnique, Darmstadt.
 Mittag-Leffler, G., Professeur et recteur de l'Université, Stockholm.
 Miodziowski, B. K., Professeur à l'Université, Moscou.
 Moore, E. H., Professeur à l'Université, Chicago.
 Neovius, E. R., Professeur à l'Université, Helsingfors.
 Newcomb, S., Professeur à l'Université de John Hopkins, Baltimore.
 d'Ovidio, E., Professeur à l'Université, Turin.
 Pasch, M., Professeur à l'Université, Giessen.
 Peano, G., Professeur à l'Université, Turin.
 Perott, I., Professeur à l'Université de Clark, Worcester (Mass.).
 Pervouchine, I. M., Prêtre, district de Chadrinsk (gouvern. de Perm).
 Poincaré, H., Membre de l'Institut, ingénieur des mines, Professeur à la Faculté des Sciences, Paris.
 Pokrovsky, P. M., Professeur à l'Université, Kiev.
 Poretsky, P. S., Docteur de l'astronomie, Gorodnia (gouvernement de Tchernigov).
 Posse, H. A., Professeur à l'Université, St. Pétersbourg.
 Potapof, N. G., conseiller privé, Curateur, Kasan.
 Pouchta, A., Professeur à l'Université, Tchernovitz (Boucovine).
 Preobragensky, P. W., Secrétaire de la Section des Sciences physiques de la Société des Sciences naturelles, Moscou.
 Ptaschitzky, L., Professeur à l'Université, St. Pétersbourg.
 Rakhmaninov, I. I., Professeur émer. de l'Université, Kiev.
 Reye, Th., Professeur à l'Université, Strassburg.
 Schapira, H., Professeur à l'Université, Heidelberg.
 Schering, E., Professeur à l'Université, Göttingen.
 Schiff, P. A., Professeur à l'Académie d'Artillerie, Secrétaire de la Société mathématique, St. Pétersbourg.
 Schiff, V. I., Madame, Professeur à l'Ecole supérieure de femmes, St. Pétersbourg.
 Schiller, N. N., Professeur à l'Université, Président de la Société Physico-mathématique, Kiev.

Ilustração 191 – Carta nº 20, da *Sociedade Físico-Matemática de Kazan*, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do *Comité* desta celebração (cont.).

Schlegel, V., Dr., Professeur, Hagen.
 Schoute, P. H., Professeur à l'Université, Groningue.
 Schur, F., Professeur à l'Ecole Polytechnique, Aachen.
 Segre, C., Professeur à l'Université, Turin.
 Selivanof, D. F., Professeur à l'Ecole polytechnique, St. Petersbourg.
 Siehstel, V. A., Professeur au Corps des cadets, Orenbourg.
 Slechinski, I. V., Professeur à l'Université, Odessa.
 Sloudsky, F. A., Professeur émérite à l'Université, Moscou.
 Sokhotzki, I. W., Professeur à l'Université, Président de la Société mathématique, St. Petersbourg.
 Sonin, N. I., Professeur à l'Université, Varsovie.
 Souslof, G. H., Professeur à l'Université, Kiev.
 Stebnitsky, J. I., Général, Chef de section géodasique de l'Etat Général, St. Petersbourg.
 Stoletof, A. G., Professeur à l'Université, Moscou.
 Stringham, I., Professeur à l'Université, Berkeley (Californie).
 Sylvester, J. J., Savilian Professeur à l'Université, Oxford.
 Tchebychef, P. L., Conseiller actuel privé, Académicien, associé étranger de l'Académie de sciences de Paris, St. Petersbourg.
 Tchenhovitch, H. A., Inspecteur, Orenbourg.
 Teixeira, G., Professeur émérite de l'Université de Coïmbra, Directeur de l'Académie Polytechnique, Oporto.
 Tikhomandritsky, M. A., Professeur à l'Université, Kharkov.
 Tillo, A. A., Gen., Président de la Section mathém. de la Soc. Impér. de Géogr., St. Petersbourg.
 de Tilly, I. M., Commandant de l'Ecole Militaire, membre de l'Académie Royale, Bruxelles.
 Timé, I. A., Professeur au Corps des mines, St. Petersbourg.
 Veröngse, G., Professeur à l'Université, Padoue.
 Vorochilof, H. V., Professeur et recteur à l'Université, Kasan.
 Weyr, Ed., Professeur à l'Ecole Polytechnique, Secrétaire de la Société des mathématiciens tchèques, Prague.
 Wwedensky, A. I., Professeur à l'Université, St. Petersbourg.
 Zinger, V. I., Professeur émérite à l'Université, Moscou.
 Zinine, N. N., Professeur à l'Université, Varsovie.

Bureau du Comité.

Président de la Société Physico-mathématique à l'Université Impériale de Kasan **A. V. Vassilief**, Professeur.
 Vice-Président de la Société Physico-mathématique **F. M. Souvorof**, Professeur.
 Bechteref, V. M., Professeur à l'Université, Président de la Société Nevropathologique,
 Goldhammer, D. A., Professeur à l'Université.
 Imchenin, I. A., Directeur de Gymnase.
 Isnoskof, I. A., Directeur de l'Ecole Réale.
 Ibinofsky, A. K., Dr., Professeur émérite du Gymnase.
 Hotelnikof, A. P., Agrégé de l'Université.
 Nasimof, P. S., Professeur à l'Université.
 Porfirief, N. I., Agrégé de l'Université.
 Sintzof, D. M., Mag. de mathém.
 Slouginof, N. P., Professeur à l'Université.
 Smirnof, A. I., Professeur à l'Université.

Печатано по опредѣленію Сибѣта Физико-Математическаго Общества при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ.
 Предсѣдатель **А. Васильевъ**.

Казань. Типографія В. М. Камчинкова.
 1893 г.

Ilustração 192 – Carta nº 20, da *Sociedade Fisico-Matemática de Kazan*, enviada por Vassilieff (Vasiliev) a Gomes Teixeira, convidando-o para a celebração do centenário de N. Lobachevsky e destacando Gomes Teixeira como o membro honorário do *Comité* desta celebração (cont.).

Algumas notícias de jornais sobre Gomes Teixeira

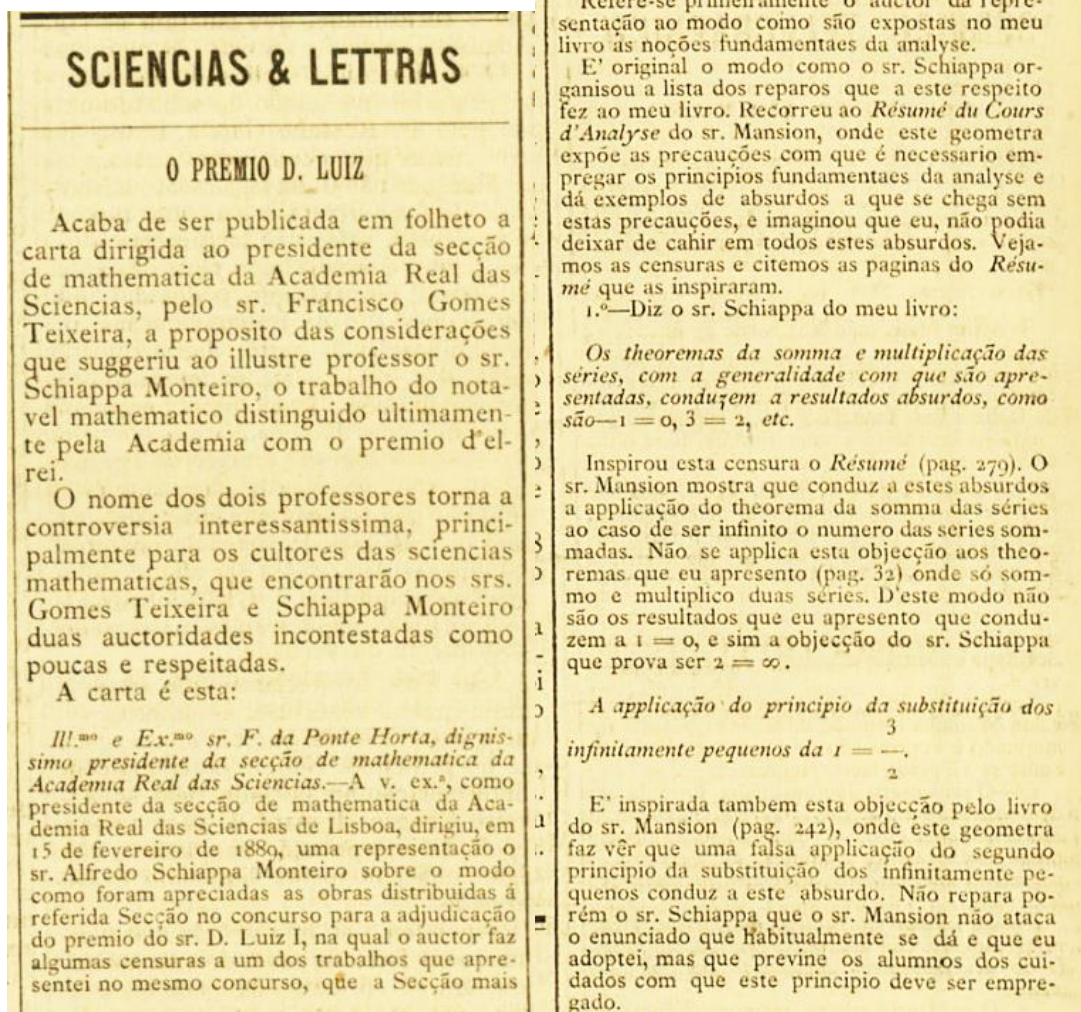


Ilustração 193 - Resposta de Gomes Teixeira, em *Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa*, na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matemáticos. (*O Tempo*, 02.05.1889).

3.º—Diz o sr. Schiappa:

O theorema de Rolle como se acha formulado e demonstrado é falso. Bastaria para chegar a esta conclusão recorrer ao exemplo bem simples $x-1$.

Objecção inspirada pelo *Résumé* (pag. 80). Diz o sr. Mansion que o theorema de Rolle não se applica á funcção $f(x) = x-1$ e eu digo o mesmo no meu livro, pois que supponho a funcção $f(x)$ finita e determinada entre x_0 e X e a derivada $x-2$ nem é finita nem determinada no ponto 0.

4.º—Diz o sr. Schiappa que eu supponho o theorema da derivação das funcções compostas verdadeiro, quando pôde deixar de o ser.

Foi o prefacio da obra do sr. Mansion a origem d'este reparo, e n'este ponto poderia o sr. Schiappa ter acertado se soubesse expol-o. No meu livro não supponho o theorema da derivação das funcções compostas completamente verdadeiro, visto que imponho uma condição á funcção, todavia a analyse que adopto, que foi classica por muito tempo na sciencia, e que o sr. Jordan tambem adoptou, dá origem a duvidas. Se este reparo pôde dar honra a alguem, sobre o sr. Schiappa tenho eu a prioridade, visto que já d'elle me occupei no meu jornal (tomo VIII, pag. 120).

5.º—Diz o sr. Schiappa:

O theorema da inversão das derivações, que considera inteiramente verdadeiro, conduz $a+1 = -1$.

É tirada do livro do sr. Mansion (pag. 64) esta objecção.

Aqui acertaria o sr. Schiappa se soubesse expor a censura, porque n'esta doutrina ha um

erro que corrigirei nas erratas, visto que se reduz á mudança de uma palavra.

Mas dizer que eu considero o theorema como inteiramente verdadeiro! Onde?

6.º—Diz o sr. Schiappa:

O theorema da derivação de funcções de funcções deixa de existir quando uma das funcções não tem derivação.

Esta objecção é interessante. Parece que o sr. Schiappa queria que eu prevenisse os leitores do meu livro de que não procurassem a derivada das funcções quando as funcções a não tivessem.

7.º—Diz o sr. Schiappa que é viciosa a definição da funcção implicita. Pelo estudo do exemplo, que cita, cheguei a convencer-me de que o sr. Schiappa queria que eu juntasse ao que digo estas palavras: quando y não é funcção de x tambem não é funcção implicita de x .

8.º—Diz o auctor da representação:

Na demonstração da formula de Taylor encontro uma petitio principii, e portanto pouca segurança se pôde ter nas doutrinas da pag. 204 a 207.

Se assim fosse, não era pouca segurança que se devia ter n'estas doutrinas, mas sim nenhuma. Mas como pôde haver *petitio principii* n'um raciocinio que se reduz á applicação do theorema de Rolle a uma funcção a que é applicavel?

9.º—Referindo-se a uma formula para o desenvolvimento das funcções implicitas que publiquei no *Jornal da Academia*, e em seguida no *Jornal de Liouville*, e sobre a qual venho de publicar no fasciculo 1.º do anno corrente do mesmo jornal um artigo para estudar as condições da sua convergencia, diz o sr. Schiappa, que é talvez um caso particular da série de Lagrange em lugar de ser uma generalisação da mesma série. A esta observação responderei quando o sr. Schiappa substituir a palavra *talvez* pela palavra *é*.

Como o fim do sr. Schiappa é amesquinhar o valor da minha formula, direi ainda que ella tem merecido a approvação de geometras distinctos, como se vê pelos factos seguintes:

1.º—O sr. Cesáro deu da minha formula uma demonstração nova nos *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1885) e referindo-se a ella emprega as expressões seguintes: *M. Teixeira est parvenu à une formule extrêmement remarquable.*

Ilustração 194 - Resposta de Gomes Teixeira, em *Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa*, na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matemáticos. (*O Tempo*, 02.05.1889) (cont.)

2.º—M. Laisant no *Bulletin de Darboux* (1887) referindo-se a ella diz: *une remarquable formule de développement découverte par M. Teixeira*.

3.º—O sr. David n'uma memoria importante publicada no *Journal de l'Ecole Polytechnique de Paris* referindo-se ao meu trabalho, considera-o como a unica publicação em que a solução geral do problema do desenvolvimento das funções implicitas foi considerado, dá uma outra demonstração da minha formula, e emprega-a para demonstrar uma proposição de que fez uso na sua memoria.

10.º—Diz o sr. Schiappa:

Na interpolação apresenta como sua uma formula que é do sr. Hermite (sem a forma do resto), muito embora a obtenha por um processo differente.

Nem a formula considerada nem a analyse que emprego coincidem com a do sr. Hermite: (*Cours de la Sorbonne*, pag. 107).

A que proposito virá fallar de *resto* quando se trata de polynomios? O que o sr. Schiappa queria, era referir-se por certo ao caso (de que eu não me occupo) de ser infinito o numero de dados, o qual foi estudado pelo sr. Hermite por meios não elementares, n'uma bella memoria publicada no *Jornal de Crelle* (tomo 84), e em seguida por mim n'uma memoria publicada no tomo 100 do mesmo jornal.

11.º—Censura-me o sr. Schiappa por eu ter em algumas questões feito uso da formula de Leibnitz em lugar da minha formula de derivação das funções compostas, como querendo mostrar a falta de importancia d'esta formula.

Queria o sr. Schiappa que eu empregasse, para derivar productos, o theorema das funções compostas?

A utilidade d'ella foi reconhecida pelo sr. Mansion que a transcreveu e elogiou no *Mathesis* (tomo I), logo que eu a publiquei.

12.º—Para demonstrar que é falsa a minha extensão do theorema de Eisenstein cita as equações de Gauss e Bessel.

Nem uma equação nem a outra destroem o theorema. A equação de Bessel, por exemplo, que se póde vêr no *Cours de Jordan* (tomo III, pag. 235), leva a uma série que se encontra na pag. 236 d'este livro. O coefficiente do termo geral não contém, em denominador, factores primos superiores ao expoente $n+2u$.

Devo ainda dizer que os meus trabalhos a respeito d'este theorema mereceram a approvação dos srs. Hermite, Pincherle, que a elles se refere no *Jornal de Crelle*, Lerch, que traduziu parte d'elles em lingua bohemia, etc.

Referindo-se á redacção do meu livro diz que está mal escripto, confuso, prolixo, etc.

A este respeito nada me compete dizer porque seria necessario entrar na apreciação dos trabalhos do sr. Schiappa para reconhecer se tem competencia para censurar a redacção de qualquer obra. Limitar-me-hei a recomendar a leitura da representação em que censura o meu livro.

Poderia continuar a analysar os reparos que o sr. Schiappa fez ao meu livro, mas não vale a pena. V. Ex.ª sabe muito bem que questões tão delicadas como estas não se tratam com a ligeireza com que o sr. Schiappa as trata.

Nada me compete dizer a respeito da importancia do trabalho que o sr. Schiappa apresentou á Academia, visto que o não conheço. Se é tão importante como elle diz, bom serviço fará á sciencia publicando-o com a maior brevidade possivel n'um jornal bem lido por mathematicos.

Terminando esta carta, cumpre-me dizer a V. Ex.ª que defeitos tem o meu livro, e que difficil é deixar de ter defeitos um livro bastante extenso, relativo a um assumpto de que pouca gente está no caso de suspeitar sequer a difficuldade, é escripto n'uma epocha em que os principios fundamentaes da analyse vão passando por uma remodelação tão extensa; mas que virtudes tem por certo tambem, visto ter merecido a alta approvação da 1.ª classe da Academia, e além d'isso elogios da parte de publicações tão importantes como são *Bulletin de Darboux* (Paris), *Casopis* (Praga), *Atheneum* (Praga), *Annals of Mathematics* (E. U. da A.), *Crónica Cientifica* (Barcelona), *Journal des Mathematiques Spéciales* (Paris), *Archiv der Mathematik* (Leipzig), *Revista de Artiglieria* (Roma), etc.

Deus guarde a V. Ex.ª

Porto, 5 de março de 1889.

F. Gomes Teixeira.

Ilustração 195 - Resposta de Gomes Teixeira, em *Carta Dirigida ao Presidente da Secção de Mathematica da Academia Real das Sciencias de Lisboa*, na qual refuta os argumentos de Schiappa Monteiro, contra alguns dos seus conceitos matematicos. (*O Tempo*, 02.05.1889) (cont.)

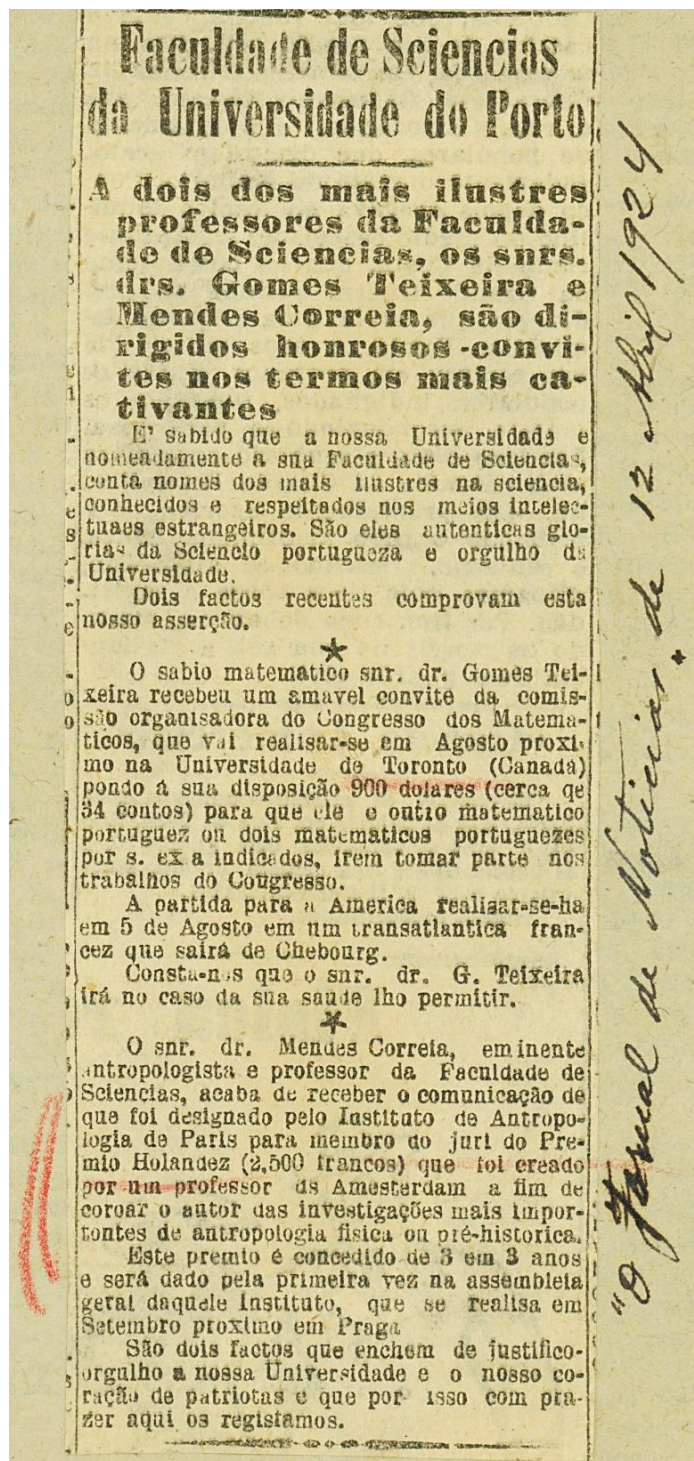


Ilustração 196 – O artigo de *O Jornal de Notícias* de 12 de Abril de 1924 referindo o convite feito a Francisco Gomes Teixeira para participar no Congresso dos Matematicos a realizar em Toronto em 1924.

O insigne matematico dr. Gomes Teixeira vae realisar uma conferencia na Academia Pontificia Romana

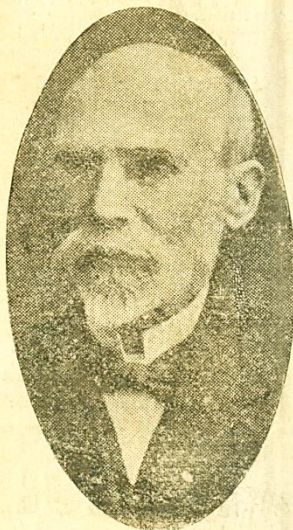
— 206 —

Uma conversa com o illustre sabio

Parte amanhã para Italia o eminente matematico sr. dr. Francisco Gomes Teixeira, venerando reitor honorario da Universidade do Porto, que por honroso convite vai realisar em Roma uma conferencia scientifica.

Acompanham sua ex.^a os srs. coronel de engenharia Antonio Cerdeira Soeiro e dr. Antonio Mendonça Monteiro, distinto assistente da Faculdade de Sciencias.

O sr. dr. Gomes Teixeira foi encarregado pela Universidade do Porto de, na passagem por Toulouse, de que é cidadão honorario e tambem doutor *honoris causa* pela respectiva Universidade, entregar ao grande quimico prof. Paulo Sebatier, decano da Faculdade de Sciencias de Toulouse, o diploma de doutor *honoris causa* pela nossa Universidade, proposto pela Faculdade de Sciencias. Havia-se projectado entregar solenemente esse diploma áquele eminente homem de sciencia; surgiram, porém, difficuldades que o impossibilitaram de vir ao Porto, como era seu desejo.



DR. GOMES TEIXEIRA

O convite dirigido pela alta corporação romana ao dr. Gomes Teixeira representa uma distincção honrosissima que se reflecte no prestigio do nome de Portugal no estrangeiro. Não podia por isso *O Primeiro de Janeiro* deixar passar este facto sem o sublinhar com o mais vivo jubilo e patriotico desvanecimento. Entendemos tambem ser opportuno ouvir o illustre professor, lidima gloria da Sciencia Portuguesa, sobre as condicoes em que lhe fôra endereçado o convite e sobre a colectividade academica de que ele partira.

Informara-nos um amigo que mesmo neste periodo de ferias o sr. dr. Gomes Teixeira la todos os dias de manhã á Faculdade de Sciencias. Assim ontem, pelas 11 1/2 horas, entravamos na velha Academia Politecnica. Minutos antes chegara o venerando Mestre. E' no seu gabinete, um gabinete austero de sabio, onde avulta um belo retrato de sua ex.^a, do pintor J. A. Ribeiro, que nos recebe com a sua gentileza costumada. Trocados os cumprimentos e sabido o fim da nossa visita teve sua ex.^a palavra de cativante amabilidade para *O Primeiro de Janeiro*, amabilidade que, daqui, mais uma vez agradecemos.

A conversa é iniciada num á vontade encantador.

—Existem em Roma duas Academias

de Sciencias: A Academia Real dos Linceos, fundada por Victor Manuel I na occasião da sua entrada naquela cidade, e a Academia Pontificia Romana das Sciencias, fundada ha muitos seculos. Esta ultima está instalada no Vaticano, no meio dos jardins em um edificio denominado Pavilhão Pio IV e é seu patrono S. S.

Fui convidado por esta ultima Academia a tomar parte em uma *semana academica* por ella organizada, composta de seis conferencias sobre sciencias matematicas, fisicas e naturaes, pronunciando eu uma sobre os meus trabalhos de Analise ou de Geometria ou sobre a historia destas sciencias. Preferi um assunto de Historia, por ser mais apropriado a um publico de cultura variada.

—Sabemos que sua ex.^a se tem occupado muito da historia das Matematicas não só com a reconhecida competencia de um erudito mas com brilho literario, recordando, até, que já foi por este motivo premiado pelo Instituto da Franca.

—E' certo, confirma sua ex.^a. A Academia de Paris deu-me ha anos a honra de me conceder o *Premio de Historia e Filosofia das Sciencias*.

—E qual o assunto relativo á historia das Matematicas que escolheu?

—Sou patriota, diz com orgulho e convicção, e tenho sempre satisfacção em fazer conhecer no estrangeiro os trabalhos scientificos portuguezes. Por isso a minha conferencia versará sobre o seguinte tema: *A obra dos Portuguezes nas Sciencias Matematicas até ao fim do seculo XVIII*.

—Sabe v. ex., já, quem são os outros conferentes?

—Não recebi ainda os programas e não posso portanto responder á sua pergunta.

Depois tirando os oculos e tendo nós labios aquele sorriso de bondade, que deixa adivinhar a sua bela alma, acrescenta:

—Posso, porém, informal-o que em Matematicas sou o unico conferente. Sei tambem que as conferencias são seis e

que serão realizadas entre 25 de Abril e 1 de Maio.

O tempo corria. Um continuo entrar e pousou sobre uma grande mesa já pedrada de papéis, livros e revistas, um volumoso masso de correspondencia a sua ex.^a destinado. Não o queriamos massar; mas não estava ainda completo o nosso inquerito. E foi já em pé que perguntamos:

—V. ex.^a é membro da Academia Pontificia ha muitos anos?

—Sou. Fui durante muito tempo membro correspondente e depois subi a occupar um dos quarenta logares de membros ordinarios.

Quizemos, ainda, saber se em Portugal havia mais socios da Academia Pontificia de Sciencias e é ainda o glorioso Mestre que nos diz:

—Fômos durante muitos anos socios, apenas, o eminente quimico e meu saudoso colega dr. Antonio Joaquim Ferreira da Silva e eu. Morto aquelle foi occupar a sua vaga um outro professor illustre da nossa Universidade, o dr. Mendes Correia, o distinto antropologista, que sendo um novo, tem já hoje o seu nome conhecido em todos os centros intellectuaes do estrangeiro.

Estava finda a entrevista. Agradecemos a sua ex.^a a delicada atencção que nos dispensou e apresentamos-lhe os cumprimentos de boa viagem.

Certo de que o sr. dr. Gomes Teixeira mais uma vez prestigiara Portugal, *O Primeiro de Janeiro* renova-lhe os seus agradecimentos e votos de boa viagem.

O Primeiro de Janeiro
18 Maio 1925

Impressões d'um sabio ilustre

Ouvindo o sr. dr. Gomes Teixeira sobre a sua viagem a Roma

No seu gabinete da Faculdade de Sciéncias o sr. dr. Gomes Teixeira acolhe-nos com a sua afabilidade de sempre e, interrogado sobre as suas impressões da viagem á Cidade Eterna e da recepção que teve nos meios sciéntificos e diplomaticos de Roma, logo, sem hesitação, nos responde amavelmente:

—Não desejo por certo que lhe reproduza as condições em que fui convidado a tomar parte na «Semana Académica» da Academia Pontificia dos Novos Linces, fazendo ali uma conferencia, nem lhe dê pormenores que, segundo me informaram, a imprensa portugueza forneceu sobre essa conferencia e sobre as gentilezas de que me cumularam durante a minha estada em Roma.

O que lhe posso dizer é que, a despeito de ser longa e fatigante a viagem, eu entendi que, apesar dos meus 74 anos de idade, era meu dever aceitar o convite tão honroso.

ris e membro do Instituto de França, que fôra também um dos conferentes. Se tive grande satisfação em votar no nome dum sabio ilustre, com o qual tenho ha muitos anos relações sciéntificas e de amizade, não a tive menor ao ser-me feita, noutra sala e perante um auditorio numeroso e distinto, a imposição solene das insignias pelo Cardeal Vanutelli, depois de alocações do presidente da Academia, Padre Geanfranceschi, reitor da Universidade pontificia, e daquele Cardeal.

—Os nossos representantes diplomaticos no Vaticano e no Quirinal ofereceram a V. Ex.^a banquetes, não é verdade?

—E'. Estou-lhes vivamente grato pelas grandes atenções que me dispensaram.

Assisti na basilica de S. Pedro a uma beatificação, vendo a cerimonia da tribuna do corpo diplomatico. Foi impres-



O FORO ROMANO

NO VATIC: Sua Santidade nos jardins do Vaticano

—V. Ex.^a está um joven de corpo e de espirito...

—Pois sim. E' o que os senhores dizem. Mas a verdade é que, conquanto me não sinta decrepito, não é em vão que os anos passam...

Restemos, porém, o que fomos narrando. A viagem correu bem. O frio e a chuva* incomodaram-nos no percurso ao longo dos Pireneus tanto á ida como á volta, mas em compensação gozamos um tempo delicioso na Costa de Azur, o Paraizo da Europa. Como sabe, acompanhavam-me o coronel Antonio Soeiro e o meu sobrinho Antonio Monteiro, assistente na nossa Universidade. Entre Marselha e Roma foram nossos companheiros de viagem um padre Passionista que ia assistir á beatificação dum antigo membro da sua ordem, e uma familia das Filipinas, de raça amarela, com a qual falamos muito, visto saber o castelhano.

Ao chegarmos a Roma, esperava-nos na estação um delegado da Academia que nos conduziu de automovel a um Convento de Irmãos das Escolas Christas, cujo reitor nos acompanhou á casa duma familia excelente, onde ficamos optimamente alojados.

A minha conferencia foi a primeira das cinco realisadas.

—Uma nova distincção para V. Ex.^a...

—Sim, uma deferencia que me penhorou, como me penhorou a assistencia do Cardeal Vanutelli, que presidiu, sentado entre os ministros de Portugal junto do Vaticano e do Quirinal, os srs. drs. Augusto de Castro e Eusebio Leão.

—E ás outras conferencias presidiu também um Cardeal?

—Não, mas é também interessante que, não sendo habitual encontrarem-se nas mesmas cerimoniaes Cardenas e representantes diplomaticos junto do Quirinal, o Cardeal Vanutelli e o dr. Eusebio Leão assistiram ambos á conferencia e o nosso Ministro junto do Rei foi ainda convidado pela Academia a assistir á solemidade da minha investidura nas insignias da comenda da Ordem de S. Gregorio Magno, que o Santo Padre se dignou conceder-me por Breve assinado no dia seguinte ao da minha conferencia. Essa cerimonia foi uma gratissima surpresa que me fez a Academ'a. Tinham-me convidado para uma simples sessão em que de facto tomei parte, como socio ordinario, para votação do novo socio correspondente M. d'Ocagne, professor na Escola Politecnica de Paris, e sionante na sua simplicidade magestosa.

—Foi recebido pelo Pontifice?

—Fui, num pequeno gabinete, junto da biblioteca particular de Sua Santidade, que teve para nós, conferentes da Semana Académica, palavras de elogio e de agradecimento, lançando-nos a benção apostolica.

Organizei o itinerario para a volta de Roma de modo que encontrei em Lourdes a peregrinação portugueza. Foi-me agradável ver tantos portuguezes, e muitos deles meus amigos, depois de tres semanas de ausencia de Portugal. Lourdes parecia nesse dia uma cidade portugueza.

—V. Ex.^a já tinha estado outras vezes em Roma?

—Esta foi a terceira vez que lá estive. Pela terceira vez visitei os seus monumentos, passei sozinho junto das ruínas dos Palacios dos Cezares, no Palatino, e entre as ruínas do «Forum», evocando a antiga Roma e a sua grandeza. Visitei também o Coliseu, na ocasião em que ali entrava em procissão, uma peregrinação hungara. Ao sair, parei diante das ruínas da Basilica de Constantino Magno que atestam que o sangue derramado no circo se transformou em fructos preciosos para a civilização dos povos...

Não queríamos abusar da condescendente bondade do venerando reitor honorario da Universidade do Porto, mas não contivemos uma pergunta que a nossa curiosidade nos estava dictando:

—O que nos diz V. Ex.^a sobre as actuaes relações entre o Vaticano e o Quirinal?

O sr. dr. Gomes Teixeira sorriu, hesitou um momento, e por fim decidiu-se:

—Tenho a impressão de que são menos tensas do que outrora. O facto que lhe contei ha pouco, de terem assistido á minha conferencia e á solemidade da imposição da comenda um cardeal e um representante diplomatico junto do Rei, tem significação, como o têm os convites dirigidos pela Academia ao dr. Eusebio Leão para essas sessões. Embora a Academia não tenha fins religiosos, mas apenas sciéntificos, o facto é significativo.

Despedimo-nos, depois de renovarmos ao eminente mathematico portuguez as nossas felicitações pelos seus triunfos e de lhe exprimirmos os nossos agradecimentos.

O Primeiro de Janeiro
27 Maio 1925

Alguns documentos com referências às obras de Gomes Teixeira

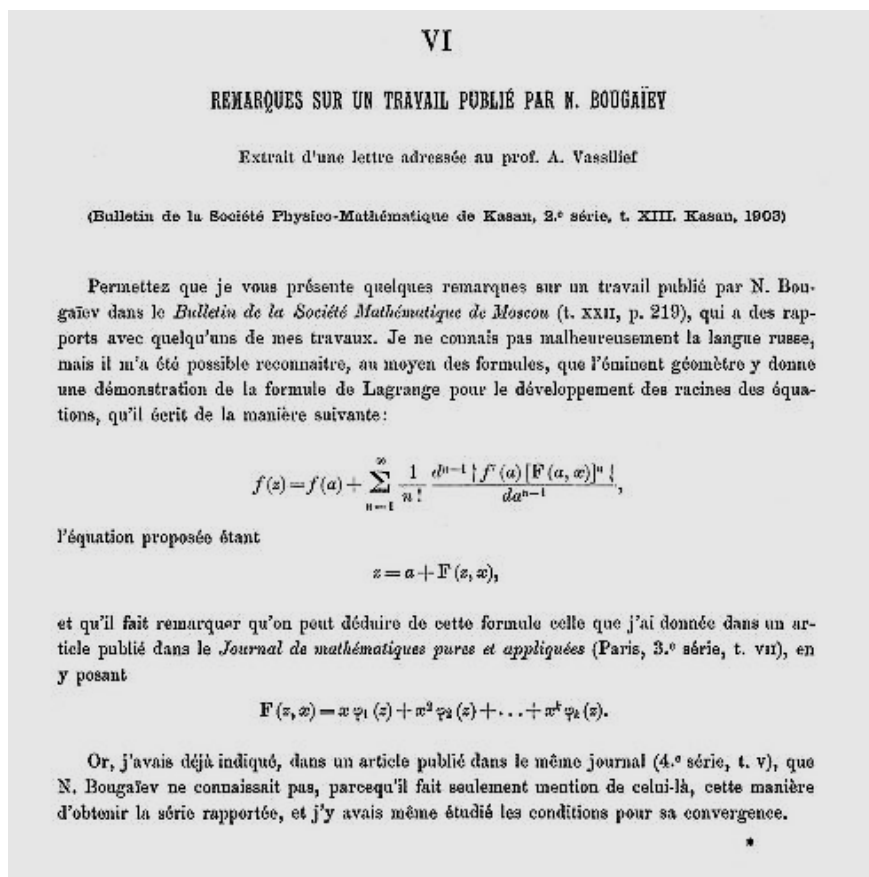


Ilustração 199 - Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kasan*, 1903

Comme dans le travail de N. Bougaïev ne se trouve pas l'analyse au moyen de laquelle on passe de la série de Lagrange pour celle que j'ai considérée dans les travaux rapportés, permettez que je vous la présente, en me plaçant toutefois dans un point de vue plus générale que dans mes articles antérieurs, parceque je vais supposer que la fonction f dépend de x .

Supposons que $f(x, z)$ et $F(x, z)$ soient deux fonctions de z , holomorphes dans une aire A , quand x représente l'affixe d'un point quelconque d'une aire B , que a soit l'affixe d'un point de l'intérieur de A et que l'origine des coordonnées soit à l'intérieur de l'aire B .

On trouve, au moyen de la démonstration classique de la formule de Lagrange, l'égalité

$$f(x, z) = f(x, a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{n-1} \{ f'_x(x, a) [F(x, a)]^n \}}{da^{n-1}} + R_m,$$

où

$$R_m = \frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{[F(x, z)]^{m+1} f'_z(x, z) [1 - F'_z(x, z)]}{(z-a)^{m+2} \left[1 - \frac{F(x, z)}{z-a} \right]} dz,$$

K représentant le contour de l'aire A . Supposons maintenant que M soit la plus grande valeur que prend

$$\left| \frac{F(x, z)}{z-a} \right|$$

pour toutes les valeurs de z représentées par les points du contour de A et pour toutes les valeurs de x représentées par les points de l'aire B , et que M_1 soit la plus grande valeur de

$$\left| \frac{f'_z(x, z)}{z-a} \right| |1 - F'_z(x, z)|$$

pour les mêmes valeurs de z et x .

On a alors

$$|R_m| < \frac{\sigma}{2\pi} \frac{M^{m+1} M_1}{1-M},$$

où σ représente la longueur de K ; et, au moyen de cette inégalité, on voit que $|R_m|$ tend vers zéro, quand m tend vers l'infini, lorsqu'on a $M < 1$. Dans ce cas on peut donc écrire

$$f(x, z) = f(x, a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{n-1} \{ f'_x(x, a) [F(x, a)]^n \}}{da^{n-1}};$$

Ilustração 200 - Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan*, 1903 (cont.).

et, comme le second membre de l'inégalité antérieure ne contient pas x , on voit encore que la série qu'on vient d'obtenir est uniformément convergente dans l'aire B.

Cela posé, soit

$$F(x, z) = x \varphi_1(z) + x^2 \varphi_2(z) + \dots + x^k \varphi_k(z),$$

et supposons que ρ représente le rayon d'un cercle ayant le centre dans l'origine des coordonnées et placé à l'intérieur de l'aire B et que la fonction $f'_a(x, a)$ soit holomorphe dans l'aire de ce cercle.

En employant un théorème bien connu, donné par Weierstrass dans les *Monatsberichte* de l'Académie des Sciences de Berlin, pour 1880, on voit qu'on peut déduire du développement précédente de $f(x, z)$ un autre, ordonné suivant les puissances entières et positives de x , convergent dans le cercle de rayon ρ précédemment indiqué.

Pour obtenir ce développement, remarquons d'abord qu'on a

$$\begin{aligned} [F(x, a)]^n &= [x \varphi_1(a) + x^2 \varphi_2(a) + \dots + x^k \varphi_k(a)]^n \\ &= \sum \frac{n! [\varphi_1(a)]^\alpha [\varphi_2(a)]^\beta \dots [\varphi_k(a)]^\lambda}{\alpha! \beta! \gamma! \dots \lambda!} x^{\alpha + 2\beta + \dots + k\lambda} \end{aligned}$$

où la somme Σ se rapporte à toutes les racines entières, positives et nulles, de l'équation

$$\alpha + \beta + \dots + \lambda = n;$$

et

$$f'_a(x, a) = f'_a(0, a) + u_1 x + \frac{1}{2} u_2 x^2 + \frac{1}{3!} u_3 x^3 + \dots,$$

où u_1, u_2, u_3, \dots représentent les valeurs que prennent les dérivées successives de $f'_a(x, a)$ par rapport à x , quand $x=0$; et ensuite que le coefficient de x^m dans le produit des deux développements qu'on vient d'obtenir est égal à

$$\Sigma' \frac{n! u_i [\varphi_1(a)]^\alpha [\varphi_2(a)]^\beta \dots [\varphi_k(a)]^\lambda}{i! \alpha! \beta! \dots \lambda!},$$

où la somme Σ' se rapporte aux racines entières, positives et nulles, de l'équation

$$i + \alpha + 2\beta + 3\gamma + \dots + k\lambda = m.$$

On en conclut que le coefficient de x^m dans le terme général du développement précédemment écrit est égal à

$$\Sigma' \frac{1}{i! \alpha! \beta! \dots \lambda!} \cdot \frac{a^{m-i} \{ u_i [\varphi_1(a)]^\alpha [\varphi_2(a)]^\beta \dots [\varphi_k(a)]^\lambda \}}{d a^{m-i}}.$$

Ilustração 201 - Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan*, 1903 (cont.).

Donc le développement de $f(x, z)$ en série ordonnée suivant les puissances entières et positives de x est donné par la formule suivante:

$$f(x, z) = f(x, a) + \sum_{n=1}^{\infty} x^n \sum' \frac{1}{i! \alpha! \beta! \dots \lambda!} \cdot \frac{d^{n-1} \{ x_1 [\varphi_1(a)]^\alpha [\varphi_2(a)]^\beta \dots [\varphi_k(a)]^\lambda \}}{da^{n-1}},$$

où la somme Σ' d'étend aux solutions entières, positives et nulles, de l'équation

$$i + \alpha + 2\beta + 3\gamma + \dots + k\lambda = n,$$

et où

$$n = \alpha + \beta + \gamma + \dots + \lambda.$$

Cette formule contient comme cas particulier celle que j'avais donnée dans les deux travaux précédemment rapportés. En effet, si la fonction f ne contient pas x , elle donne

$$f(z) = f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} z^n \sum' \frac{1}{\alpha! \beta! \dots \lambda!} \cdot \frac{d^{n-1} \{ f'(a) [\varphi_1(a)]^\alpha \dots [\varphi_k(a)]^\lambda \}}{da^{n-1}},$$

où la somme Σ' se rapporte à toutes les solutions entières, positives et nulles, de l'équation

$$\alpha + 2\beta + 3\gamma + \dots + k\lambda = n,$$

et où

$$n = \alpha + \beta + \gamma + \dots + \lambda.$$

Ces sont les remarques que je me proposais de vous communiquer. Comme elles ont des rapports avec un travail d'un de plus illustres géomètres de votre pays, je crois qu'elles pourront vous intéresser.

Ilustração 202 – Artigo publicado por A. V. Vasiliev com a carta de Gomes Teixeira em resposta à publicação de N. V. Bugaev no *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kazan*, 1903 (cont.).

A COURSE OF MODERN ANALYSIS

AN INTRODUCTION TO THE GENERAL THEORY OF
INFINITE PROCESSES AND OF ANALYTIC FUNCTIONS;
WITH AN ACCOUNT OF THE PRINCIPAL
TRANSCENDENTAL FUNCTIONS

BY

E. T. WHITTAKER, Sc.D., F.R.S.

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN THE UNIVERSITY OF EDINBURGH

AND

G. N. WATSON, Sc.D., F.R.S.

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN THE UNIVERSITY OF BIRMINGHAM

THIRD EDITION

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS

1920

28381

Ilustração 203 – Capa do *Curso de Análise Moderna* de E. T. Whittaker e G. N. Watson.

7.31. Teixeira's extended form of Bürmann's theorem.

In the last section we have not investigated closely the conditions of convergence of Bürmann's series, for the reason that a much more general form of the theorem will next be stated; this generalisation bears the same relation to the theorem just given that Laurent's theorem bears to Taylor's theorem: viz., in the last paragraph we were concerned only with the expansion of a function in *positive* powers of another function, whereas we shall now discuss the expansion of a function in *positive and negative* powers of the second function.

The general statement of the theorem is due to Teixeira*, whose exposition we shall follow in this section.

Suppose (i) that $f(z)$ is a function of z analytic in a ring-shaped region A , bounded by an outer curve C and an inner curve c ; (ii) that $\theta(z)$ is a function analytic on and inside C , and has only one zero a within this contour, the zero being a simple one; (iii) that x is a given point within A ; (iv) that for all points z of C we have

$$|\theta(x)| < |\theta(z)|,$$

and for all points z of c we have

$$|\theta(x)| > |\theta(z)|.$$

The equation $\theta(z) - \theta(x) = 0$

has, in this case, a single root $z = x$ in the interior of C , as is seen from the equation†

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\theta'(z) dz}{\theta(z) - \theta(x)} &= \frac{1}{2\pi i} \left[\int_C \frac{\theta'(z)}{\theta(z)} dz + \theta(x) \int_C \frac{\theta'(z)}{\{\theta(z)\}^2} dz + \dots \right] \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\theta'(z) dz}{\theta(z)}, \end{aligned}$$

of which the left-hand and right-hand members represent respectively the number of roots of the equation considered (§ 6.31) and the number of the roots of the equation $\theta(z) = 0$ contained within C .

Cauchy's theorem therefore gives

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \left[\int_C \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\theta(z) - \theta(x)} - \int_c \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\theta(z) - \theta(x)} \right].$$

* *Journal für Math.* cxxii. (1900), pp. 97-123.

† The expansion is justified by § 4.7, since $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\theta(x)}{\theta(z)} \right\}^n$ converges uniformly when z is on C .

The integrals in this formula can be expanded, as in Laurent's theorem, in powers of $\theta(x)$, by the formulae

$$\int_C \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\theta(z) - \theta(x)} = \sum_{n=0}^{\infty} \{\theta(x)\}^n \int_C \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\{\theta(z)\}^{n+1}},$$

$$\int_c \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\theta(z) - \theta(x)} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\{\theta(x)\}^n} \int_c f(z) \{\theta(z)\}^{n-1} \theta'(z) dz.$$

We thus have the formula

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \{\theta(x)\}^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\{\theta(x)\}^n},$$

where

$$A_n = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) \theta'(z) dz}{\{\theta(z)\}^{n+1}}, \quad B_n = \frac{1}{2\pi i} \int_c f(z) \{\theta(z)\}^{n-1} \theta'(z) dz.$$

Integrating by parts, we get, if $n \neq 0$,

$$A_n = \frac{1}{2\pi i n} \int_C \frac{f'(z)}{\{\theta(z)\}^n} dz, \quad B_n = \frac{-1}{2\pi i n} \int_c \{\theta(z)\}^n f'(z) dz.$$

This gives a development of $f(x)$ in positive and negative powers of $\theta(x)$, valid for all points x within the ring-shaped space A .

If the zeros and poles of $f(z)$ and $\theta(z)$ inside C are known, A_n and B_n can be evaluated by § 5.22 or by § 6.1.

Example 1. Shew that, if $|x| < 1$, then

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) + \frac{1}{2 \cdot 4} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)^5 + \dots$$

Shew that, when $|x| > 1$, the second member represents x^{-1} .

Example 2. If $S_{2n}^{(m)}$ denote the sum of all combinations of the numbers

$$2^2, 4^2, 6^2, \dots, (2n-2)^2,$$

taken m at a time, shew that

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{\sin z} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{(2n+2)!} \left\{ \frac{1}{2n+3} - \frac{S_{2(n+1)}^{(1)}}{2n+1} + \dots + \frac{(-)^n S_{2(n+1)}^{(n)}}{3} \right\} (\sin z)^{2n+1},$$

the expansion being valid for all values of z represented by points within the oval whose equation is $|\sin z| = 1$ and which contains the point $z=0$. (Teixeira.)

Ilustração 205 - Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no *Curso de Análise* de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).

where B_1, B_2, \dots are Bernoulli's numbers, shew that

$$\phi(1) + \phi(2) + \dots + \phi(n) = C + \frac{1}{2}\phi(n) + \int_0^n \phi(z) dz + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-)^{r-1} B_r}{2r!} \phi^{(2r-1)}(n),$$

(where C is a constant not involving n), provided that the last series converges.

(This important formula is due to Plana, *Mem. della R. Accad. di Torino*, xxv. (1820), pp. 403-418; a proof by means of contour integration was published by Kronecker, *Journal für Math.* cv. (1889), pp. 345-348. For a detailed history, see Lindelöf, *Le Calcul des Résidus*. Some applications of the formula are given in Chapter XII.)

8. Obtain the expansion

$$u = \frac{x}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} (-)^{n-1} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-3)}{n!} \frac{x^n}{2^n}$$

for one root of the equation $x = 2u + u^2$, and shew that it converges so long as $|x| < 1$.

9. If $S_{2n+1}^{(m)}$ denote the sum of all combinations of the numbers

$$1^2, 3^2, 5^2, \dots, (2n-1)^2,$$

taken m at a time, shew that

$$\frac{\cos z}{z} = \frac{1}{\sin z} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{(2n+2)!} \left\{ \frac{2^{2(n+1)}}{2n+3} - S_{2(n+1)}^{(1)} \frac{2^{2n}}{2n+1} + \dots + (-)^n S_{2(n+1)}^{(n)} \frac{2^2}{3} \right\} \sin^{2n+1} z.$$

(Teixeira.)

10. If the function $f(z)$ is analytic in the interior of that one of the ovals whose equation is $|\sin z| = C$ (where $C \leq 1$), which includes the origin, shew that $f(z)$ can, for all points z within this oval, be expanded in the form

$$f(z) = f(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(2n)}(0) + S_{2n}^{(1)} f^{(2n-2)}(0) + \dots + S_{2n}^{(n-1)} f''(0)}{2n!} \sin^{2n} z \\ + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(2n+1)}(0) + S_{2n+1}^{(1)} f^{(2n-1)}(0) + \dots + S_{2n+1}^{(n)} f'(0)}{(2n+1)!} \sin^{2n+1} z,$$

where $S_{2n}^{(m)}$ is the sum of all combinations of the numbers

$$2^2, 4^2, 6^2, \dots, (2n-2)^2,$$

taken m at a time, and $S_{2n+1}^{(m)}$ denotes the sum of all combinations of the numbers

$$1^2, 3^2, 5^2, \dots, (2n-1)^2,$$

taken m at a time.

(Teixeira.)

Ilustração 206 - Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no *Curso de Análise* de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).

- functions in series of (by Neumann), 374, 375, 384, (by Schlömilch), 377; expansion of $(t-z)^{-1}$ in series of, 374, 375, 376; expressible as a confluent form of Legendre functions, 367; expressible as confluent hypergeometric functions, 358; inequality satisfied by, 379; Neumann's function $O_n(z)$ connected with, *see* **Neumann's function**; order of, 356; recurrence formulae for, 359; special case of confluent hypergeometric functions, 358. *See also* **Bessel functions**
- Bessel functions**, 355-385 (Chapter xvii). $J_n(z)$ defined, 358-360; addition formulae for, 380; asymptotic expansion of, 368, 369, 371, 373, 374; expansion of, as an ascending series, 358, 371; expansion of functions in series of, 374, 375, 377, 381; first kind of, 359; Hankel's integral for, 365; integral connecting Legendre functions with, 364, 401; integral properties of, 380, 381, 384, 385; integrals involving products of, 380, 383, 385; notations for, 356, 372, 373; order of, 356; products of, 379, 380, 383, 385, 428; recurrence formulae for, 359, 373, 374; relations between, 360, 371, 372; relation between Gegenbauer's function and, 378; Schlömilch's form of Bessel's integral for, 362, 372; second kind of, $Y_n(z)$ (Hankel), 370; $Y_n^{(u)}(z)$ (Neumann), 372; $Y_n(z)$ (Weber-Schlömilch), 370; second kind of modified, $K_n(z)$, 373; solution of Laplace's equation by, 395; solution of the wave-motion equation by, 397; tabulation of, 378; whose order is large, 368, 385; whose order is half an odd integer, 364; with imaginary argument, $I_n(z)$, $K_n(z)$, 372, 373, 384; zeros of, 361, 367, 378, 381. *See also* **Bessel coefficients** and **Bessel's equation**
- Bessel's equation**, 204, 357, 373; fundamental system of solutions of (when n is not an integer), 359, 372; second solution when n is an integer, 370, 373. *See also* **Bessel functions**
- Binet's integrals for $\log \Gamma(z)$** , 248-251
- Binomial theorem**, 95
- Bôcher's theorem** on linear differential equations with five singularities, 203
- Bolzano's theorem** on limit points, 12
- Bonnet's form** of the second mean value theorem, 66
- Borel's associated function**, 141; integral, 140; integral and analytic continuation, 141; method of 'summing' series, 154; theorem (the modified Heine-Borel theorem), 53
- Boundary**, 44
- Boundary conditions**, 387; and Laplace's equation, 393
- Bounds of continuous functions**, 55
- Branch of a function**, 106
- Branch-point**, 106
- Bürmann's theorem**, 128; extended by Teixeira, 131

Ilustração 207 – Referência ao trabalho do Gomes Teixeira no *Curso de Análise* de E. T. Whittaker e G. N. Watson (cont.).

COMBINATORIC INTERPRETATION OF A FORMULA FOR THE n TH DERIVATIVE OF A FUNCTION OF A FUNCTION

I. OPATOWSKI

Let $f(x) = F(\phi(x))$. The formula of Faa' di Bruno* states that

$$(1) \quad \frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \frac{d^k F}{d\phi^k} \sum_s A_{ks} \prod_r^{(s)} \left(\frac{d^{k_r} \phi}{dx^{k_r}} \right)^{i_r},$$

where $\prod_r^{(s)}$ is taken for a system (s) of positive integral solutions i_r, k_r of the equations $\sum_r i_r = k, \sum_r k_r i_r = n$ and \sum_s is taken for all such systems. The factor A_{ks} is equal to $n! [\prod_r i_r! (k_r!)^{i_r}]^{-1}$. From a recent result of H. S. Wall† we have therefore that the numerical factor A_{ks} in (1) is equal to the number of ways that n different objects can be placed in $k = \sum_r i_r$ compartments, k_r in each of i_r compartments, without regard to the order of arrangement of the compartments.

H. S. Wall expressed the n th derivative of $f(x)$ in terms of logarithmic derivatives of $f(x)$.‡ Putting $F(\phi) = e^\phi, \phi(x) = \log f(x)$ in (1) his formula appears as a particular case of (1).

For functions of many variables $f(x) = F(\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x))$ the formula of F. G. Teixeira§ states that

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \sum_{k=1}^n \sum_{\sigma} \frac{\partial^k F}{\prod_t^{(\sigma)} \partial x_t^{a_t}} \sum_s A_{ks\sigma} \prod_{tr}^{(s)} \left(\frac{d^{k_{tr}} \phi_t}{dx_t^{k_{tr}}} \right)^{i_{tr}},$$

where $\prod_t^{(\sigma)}$ is taken for a system (σ) of nonnegative integral solutions a_t of the equation $\sum_t a_t = k$ and \sum_{σ} is taken for all such systems; $\prod_{tr}^{(s)}$ is taken for a system (s) of positive integral solutions k_{tr}, i_{tr} of the equations $\sum_{tr} i_{tr} = a_t, \sum_{tr} i_{tr} k_{tr} = n$ and \sum_s is taken for all such systems. $A_{ks\sigma}$ is equal to $n! [\prod_{tr} i_{tr}! (k_{tr}!)^{i_{tr}}]^{-1}$. $A_{ks\sigma}$ has therefore the same combinatoric meaning as A_{ks} .

JOHNS HOPKINS UNIVERSITY

* F. Faa' di Bruno, *Sullo sviluppo delle funzioni*, Annali di Scienze Matematiche e Fisiche di Tortolini, vol. 6 (1855), pp. 479–480. For a bibliography on the subject see A. Voss, *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, II A 2, p. 88; E. Pascal, *Esercizi Critici di Calcolo*, Milano, 1921, 3d edition, pp. 111–112. See also L. S. Dederick, *Annals of Mathematics*, (2), vol. 27 (1926), pp. 385–394.

† H. S. Wall, *On the n th derivative of $f(x)$* , this Bulletin, vol. 44 (1938), pp. 395–397; see the theorem p. 395, and formula (13).

‡ Wall, loc. cit., formula (1).

§ F. G. Teixeira, *Sur les dérivées d'ordre quelconque*, Giornale di Matematica di Battaglini, vol. 18 (1880), p. 306.

Ilustração 208 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque* (1880), feita por I. Opatowski no seu artigo *Combinatoric interpretation of a formula for the n th derivative of a function of a function*, 1939.

DERIVATIVES OF COMPOSITE FUNCTIONS

JOHN RIORDAN

1. Introduction. The object of this note is to show the relation of the Y polynomials of E. T. Bell [1],¹ first to the formula of diBruno for the n th derivative of a function of a function, then to the more general case of a function of many functions. The subject belongs to the algebra of analysis in the sense of Menger [4]; all that is asked is the relation of the derivative of the composite function to the derivatives of its component functions when they exist and no questions of analysis are examined.

3. Function of many functions. The essentials of the general case are in the two function case

$$(11) \quad F(x) = f[g(x), h(x)].$$

If we write

$$f_{ij} = \left[\frac{\partial^i}{\partial u^i} \frac{\partial^j}{\partial v^j} f(u, v) \right]_{u=g(x), v=h(x)}$$

the first two derivatives are

$$\begin{aligned} F_1 &= f_{01}g_1 + f_{10}h_1, \\ F_2 &= f_{20}g_1^2 + 2f_{11}g_1h_1 + f_{02}h_1^2 + f_{10}g_2 + f_{01}h_2, \end{aligned}$$

and in general

$$F_n = \sum_i \sum_j f_{ij} F_{n,ij}(g_1 \cdots g_i; h_1 \cdots h_j).$$

Then as before the generating function for coefficients $F_{n,ij}$ is $\exp(-ag+bh)D_x^n \exp(ag+bh)$ and

$$(12) \quad F_n = Y_n(ag_1 + bh_1, \cdots, ag_n + bh_n), \quad a^i b^j = f_{ij},$$

$$(13) \quad \exp tF = \exp [a(\exp tg - g_0) + b(\exp th - h_0)].$$

The last shows that (cf. Bell [1, equations 4.9 and 7.5])

$$(14) \quad F_n = (G + H)^n = \sum \binom{n}{i} G_{n-i} H_i$$

with

$$G_n = Y_n(ag_1, \cdots, ag_n), \quad H_n = Y_n(bh_1, \cdots, bh_n).$$

The numerical coefficients associated with Y_n then reappear here and in the general case, as noted by Opatowski [5], who used the generalization of diBruno's formula given by Teixeira [7]; compare also Dederick [2].

The extension of (12) and (14) to the general case is purely a matter of notation, which should be sufficiently evident.

Ilustração 209 - Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque* (1880), feita por J. Riordan no seu artigo *Derivatives of composite functions* (Riordan, 1946).

BIBLIOGRAPHY

1. E. T. Bell, *Exponential polynomials*, Ann. of Math. vol. 35 (1934) pp. 258–277.
2. L. S. Dederick, *Successive derivatives of a function of several functions*, Ann. of Math. vol. 27 (1925–26) pp. 385–394.
3. A. Dresden, *Derivatives of composite functions*, Amer. Math. Monthly vol. 50 (1943) pp. 9–12.
4. K. Menger, *Algebra of analysis*, Notre Dame Mathematical Lectures, No. 3, Notre Dame, Indiana, 1944.
5. I. Opatowski, *Combinatoric interpretation of a formula for the n th derivative of a function of a function*, Bull. Amer. Math. Soc. vol. 45 (1939) p. 944.
6. O. Schlömilch, *Compendium der höheren analysis*, s. 4, vol. 2, Braunschweig, 1879.
7. F. G. Teixeira, *Sur les dérivées d'ordre quelconque*, Giornale di Matematica di Battaglini vol. 18 (1880) p. 306.
8. H. S. Wall, *On the n th derivative of $f(x)$* , Bull. Amer. Math. Soc. vol. 44 (1938) pp. 395–397.

Ilustração 210 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira na lista de bibliografia de artigo *Derivatives of composite functions*, p. 667 (Riordan, 1946).

118

ADVANCED COMBINATORICS

10. *With the binary number system.* (1) For all $m \geq 1$, we have:

$$(1 + ut)(1 + ut^2) \cdots (1 + ut^{2^m}) = \sum_{n=0}^{2^{m+1}-1} u^{D(n)} t^n.$$

Here, $D(n)$ stands for the number of ones in the binary (=base 2) representation of n . Consequently (generalization in [Ostrowski, 1929]):

$$\prod_{i \geq 0} (1 + ut^{2^i}) = \sum_{n \geq 0} u^{D(n)} t^n.$$

(2) Also prove $t(1-t)^{-1} = \sum_{k \geq 0} 2^k t^{2^k} (1+t^{2^k})^{-1}$ ([Teixeira, 1904]).

Ilustração 211 – O problema proposto por Gomes Teixeira no artigo *Sur la série de Lagrange et ses applications*, (Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences, 1904), publicado em (Comtet, 1974, p. 118).

3.4. SUBSTITUTION OF ONE FORMAL SERIES INTO ANOTHER; FORMULA OF FAÀ DI BRUNO

THEOREM A (Faà di Bruno formula). ([Faà di Bruno, 1855, 1857]. See also [*Bertrand, 1864] I, p. 138, [Cesàro, 1885], [Dederick, 1926], [François, 1815], [Marchand, 1886], [Teixeira, 1880], [Wall, 1938].) Let f and g be two formal (Taylor) series:

$$[4a] \quad f := \sum_{k \geq 0} f_k \frac{u^k}{k!}, \quad g := \sum_{m \geq 0} g_m \frac{t^m}{m!}, \quad \text{with } g_0 = 0,$$

and let h be the formal (Taylor) series of the composition of g by f (Theorem C, p. 40):

$$[4b] \quad h := \sum_{n \geq 0} h_n \frac{t^n}{n!} = f \circ g = f[g].$$

Hence, the coefficients h_n are given by the following expression:

$$[4c] \quad h_0 = f_0, \quad h_n = \sum_{1 \leq k \leq n} f_k B_{n,k}(g_1, g_2, \dots, g_{n-k+1}),$$

where the $B_{n,k}$ are the exponential Bell polynomials ([3d] p. 134).

Ilustração 212 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur les dérivées d'ordre quelconque* (1880) em (Comtet, 1974, p. 137).

29. Expansion of $(\arcsin t)^*$. Use the Cauchy formulas:

$$\begin{aligned} \sin ux &= u \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 1^2)(u^2 - 3^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-1)^2) \frac{\sin^{2n+1} x}{(2n+1)!} \\ \cos ux &= \sum_{n \geq 0} (-1)^n u^2 (u^2 - 2^2)(u^2 - 4^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-2)^2) \frac{\sin^{2n} x}{(2n)!}. \end{aligned}$$

where $x = \arcsin t$ has to be substituted ([Teixeira, 1896]). Use the same formulas to prove:

$$\begin{aligned} \frac{\sin ux}{\cos x} &= u \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 2^2) \dots (u^2 - (2n)^2) \frac{\sin^{2n+1} x}{(2n+1)!} \\ \frac{\cos ux}{\cos x} &= \sum_{n \geq 0} (-1)^n (u^2 - 1^2)(u^2 - 3^2) \dots \\ &\quad \dots (u^2 - (2n-1)^2) \frac{\sin^{2n} x}{(2n)!}. \end{aligned}$$

Ilustração 213 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur le développement de x^k em série ordonnée suivant les puissances de sinus* (1896) em (Comtet, 1974, pp. 167-168).

Tambs, Une formule d'itération, *Bull. S.M. France.*, 55 (1927) 102–13.
Tauber, On multinomial coefficients, *A.M.M.*, 70 (1963) 1058–63.
Teixeira, Sur les dérivées d'ordre quelconque, *Giornale di Matematica di Battaglini*, 18 (1880) 306–16. — Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances de sinus, *Nouvelles Annales*, 15 (1896) 270–4. — Sur la série de Lagrange et ses applications, *Mém. Acad. Roy. de Belgique*, 1904.
Titsworth, Equivalence classes of periodic sequences, *Illinois J.M.*, 8 (1964) 266–70.

Ilustração 214 – Extrato da bibliografia do livro *Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions*. (Comtet, 1974, p. 334), com referência aos três artigos de Gomes Teixeira mencionados no texto.

E. Catalan³⁴ noted that

$$\binom{2n-2p}{n-p} \binom{2p}{p} \div \binom{n}{p} = \text{integer}.$$

F. Gomes Teixeira³⁵ discussed the result due to Weill.²⁶

De Presle³⁶ proved that

$$\frac{(k+1)(k+2)\dots(k+hl)}{l!(h!)^l} = \text{integer},$$

being the product of an evident integer by $(hl)!/\{l!(h!)^l\}$.

E. Catalan³⁷ noted that, if n is prime to 6,

$$\frac{(2n-4)!}{n!(n-2)!} = \text{integer}.$$

H. W. Lloyd Tanner³⁸ proved that

$$\frac{\{(\lambda_1 + \dots + \lambda_h)g\}!}{(\lambda_1! \dots \lambda_h!)^g (g!)^h} = \text{integer}.$$

L. Gegenbauer stated and J. A. Gmeiner³⁹ proved arithmetically that, if $n = \sum_{j=1}^r a_{j1} a_{j2} \dots a_{js}$, the product

$$m(m+k)(m+2k)\dots\{m+(n-1)k\} k^{n-r}$$

is divisible by

$$\prod_{j=1}^r \prod_{\nu=1}^s (a_{j\nu}!)^{a_{j\nu+1} \dots a_{js}},$$

where $m, k, n, a_{11}, \dots, a_{rs}$ are positive integers. This gives Hermite's²⁹ result by taking $r=s=1$. The case $m=k=1, s=2$, is included in the result by Weill.²⁶

Heine^{39a} and A. Thue⁴⁰ proved that a fraction, whose denominator is $k!$ and whose numerator is a product of k consecutive terms of an arithmetical progression, can always be reduced until the new denominator contains only such primes as divide the difference of the progression [a part of Hermite's²⁹ result].

F. Rogel⁴¹ noted that, if P be the product of the primes between $(p-1)/2$ and $p+1$, while n is any integer not divisible by the prime p ,

$$(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)P/p \equiv 0 \pmod{P}.$$

S. Pincherle⁴² noted that, if n is a prime,

$$P = (x+1)(x+2)\dots(x+n-1)$$

is divisible by n and, if x is not divisible by n , by $n!$. If $n = \Pi p^a$, P is divisible

³⁴Nouv. Ann. Math., (3), 4, 1885, 487. Proof by Landau, (4), 1, 1901, 282.

³⁵Archiv Math. Phys., (2), 2, 1885, 265-8.

³⁶Bull. Soc. Math. France, 16, 1887-8, 159.

³⁷Mém. Soc. Roy. Sc. Liège, (2), 15, 1888, 111 (Mélanges Math. III). Mathesis, 9, 1889, 170.

³⁸Proc. London Math. Soc., 20, 1888-9, 287.

³⁹Monatshefte Math. Phys., 1, 1890, 159-162.

^{39a}Jour. für Math., 45, 1853, 287-8. Cf. Math. Quest. Educ. Times, 56, 1892, 62-63.

⁴⁰Archiv for Math. og Natur., Kristiania, 14, 1890, 247-250.

⁴¹Archiv Math. Phys., (2), 10, 1891, 93.

⁴²Rendiconto Sess. Accad. Sc. Istituto di Bologna, 1892-3, 17.

Ilustração 215 – Referência ao artigo de Gomes Teixeira *Ueber einen Satz der Zahlentheorie* (Archiv der Mathematik und Physik, 1885) no livro de Dickson.

$\dots \rho^t$, $P' = \rho^{t+1} \dots \rho^{p-1}$ with $t = (p-1)/2$, when $p = 4k-1$; but $P = \rho \rho^{p-1}$
 $\rho^3 \rho^{p-3} \dots$, $P' = \rho^2 \rho^{p-2} \rho^4 \rho^{p-4} \dots$, when $p = 4k+1$.

G. Oltramare¹³⁰ gave several algebraic series for the reciprocal of the binomial coefficient $\binom{2m}{m}$ and concluded that, if the moduli are primes,

$$1 + (m!)^4 \equiv -2 \left\{ \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 7} \right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 5 \cdot 9}{3 \cdot 7 \cdot 11} \right)^2 + \dots \right\} \pmod{4m+1},$$

$$2^5 + (m!)^4 \equiv -2^6 \left\{ \left(\frac{3}{1} \right)^2 + \left(\frac{3 \cdot 7}{1 \cdot 5} \right)^2 + \left(\frac{3 \cdot 7 \cdot 11}{1 \cdot 5 \cdot 9} \right)^2 + \dots \right\} \pmod{4m+3}.$$

V. Bouniakowsky¹³¹ considered the integers q_1, \dots, q_s , each $< N$ and prime to N , arranged in ascending order of magnitude. If λ is any chosen integer $\leq s$, multiply

$$q_s = N - q_1, \quad q_{s-1} = N - q_2, \dots, \quad q_{s-\lambda+1} = N - q_\lambda$$

together and multiply the resulting equation by $q_1 \dots q_{s-\lambda}$. Apply the generalized Wilson theorem $q_1 \dots q_s + (-1)^s \equiv 0 \pmod{N}$. Hence

$$q_1 q_2 \dots q_\lambda \cdot q_1 q_2 \dots q_{s-\lambda} + (-1)^{s+\lambda} \equiv 0 \pmod{N}.$$

For N a prime, we have $s = N-1$ and

$$\lambda!(N-1-\lambda)! + (-1)^\lambda \equiv 0 \pmod{N} \quad (1 \leq \lambda \leq N-1).$$

C. A. Laisant and E. Beaujeux¹³² gave the last result and

$$\binom{p-1}{k} \equiv (-1)^k \pmod{p}, \quad k = \frac{p-1}{2}.$$

F. G. Teixeira¹³³ proved that if $a = 2^{2p-1}p - \alpha$, $\alpha < 2p-1$,

$$a(a+1) \dots (a+2p-1) \equiv 3^2 \cdot 5^2 \dots (2p-1)^2 p \pmod{a+a+1+a+2+\dots+a+2p-1}.$$

Thus, for $p=3$, $\alpha=1$, $a=95$,

$$95 \cdot 96 \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100 \equiv 3^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \pmod{585 = 95 + \dots + 100}.$$

M. Vecchi¹³⁴ noted that the final formula by Bouniakowsky¹³¹ follows by induction. Taking $\lambda = (N-1)/2$, we get Lagrange's formula (4). From the latter, we get

$$\{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2y-1)\}^2 \left\{ \left(\frac{p-2y-1}{2} \right)! \right\}^2 / 2^{2y} \equiv (-1)^{\frac{p+1}{2}} \pmod{p}.$$

The case $y = (p-1)/2$ gives Arndt's¹¹⁵ result

$$(6) \quad \{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (p-2)\}^2 \equiv (-1)^{\frac{p+1}{2}} \pmod{p}.$$

Vecchi¹³⁵ proved that, if ν is the number of odd quadratic non-residues of a prime $p = 4n+3$, then $1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (p-2) \equiv (-1)^\nu \pmod{p}$. If μ is the number of non-residues $< p/2$, $1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (p-2) \equiv (-1)^{\mu+1} 2^{(p-1)/2} \pmod{p}$.

¹³⁰Mém. de l'Institut Nat. Genevois, 4, 1856, 33-6. ¹³³Jornal de Sciencias Math. e Astr., 3, 1881, 105-115.

¹³¹Bull. Ac. Sc. St. Pétersbourg, 15, 1857, 202-5. ¹³⁴Periodico di Mat., 16, 1901, 22-4.

¹³²Nouv. Corresp. Math., 5, 1879, 156 (177). ¹³⁵Ibid., 22, 1907, 285-8.

Convolution Polynomials

Donald E. Knuth
Computer Science Department
Stanford, California 94305-2140

Abstract. The polynomials that arise as coefficients when a power series is raised to the power x include many important special cases, which have surprising properties that are not widely known. This paper explains how to recognize and use such properties, and it closes with a general result about approximating such polynomials asymptotically.

If we now replace z by iz and x by x/i to eliminate the minus signs, we find that $f(z) = \arcsin z$, because $\ln(iz + \sqrt{1 - z^2}) = i\theta$ when $z = \sin \theta$. Thus we can deduce a closed form for the coefficients of $e^{x \arcsin z} = \mathcal{B}_{1/2}(2iz)^{x/(2i)}$:

$$\begin{aligned} n! [z^n] e^{x \arcsin z} &= (2i)^{n-1} x \left(\frac{x}{2i} + \frac{n}{2} - 1 \right) \cdots \left(\frac{x}{2i} - \frac{n}{2} + 1 \right) \\ &= \begin{cases} x^2(x^2 + 2^2) \cdots (x^2 + (n-2)^2), & n \text{ even;} \\ x(x^2 + 1^2)(x^2 + 3^2) \cdots (x^2 + ((n-2)^2)), & n \text{ odd.} \end{cases} \end{aligned}$$

This remarkable formula is equivalent to the theorem of [Gomes Teixeira 1896].

Ilustração 217 – Referência ao trabalho de Gomes Teixeira *Sur le développement de x^k en série ordonnée suivant les puissances du sinus de la variable*, (Nouvelles Annales de Mathématiques, série 3, vol. 15, pp. 270-274) por Donald E. Knuth, no artigo *Convolution Polynomials* (1992).

CELEBRATED PROBLEMS OF GEOMETRY.

Sur les Problèmes célèbres de la Géométrie élémentaire non résolubles avec la Règle et le Compas. Par F. GOMES TEIXEIRA. Coïmbre, Imprimerie de l'Université, 1915.* 4to. 132 pp.

THERE have been many historical surveys of the three famous problems of the ancients. One such was Montucla's anonymous work of 1754 on the history of the problem of the squaring of the circle with a supplement concerning the problems of the duplication of the cube and the trisection of an angle.† But a more adequate history of the problem of the duplication of the cube was published by Reimer in 1798.‡ An accurate and still more elaborate presentation which took due account of later research was published about a century later by Ambros Sturm.§ A. Conti's account of the problems of duplication of the cube and trisection of an angle occupied about 70 pages of the second part of Enriques's *Fragen der Elementargeometrie*, which appeared in 1907. This same work contained B. Calò's chapter (60 pages) on transcendental problems, especially that of squaring the circle. These chapters underwent some revisions in the new Italian edition: *Questioni riguardanti le Matematiche elementari* (1914).|| Prior to Calò's article, one of the best sketches of the history of the problem of squaring the circle was by Rudio, 1892;¶ Vahlen's discussion** (1911) is also valuable; Hobson's most readable history appeared in 1913.

Such are some of the chief historical surveys. The most

* Also published as an Appendix to Gomes Teixeira's *Obras sobre Mathematica*, vol. 7, 1915, pages 285–412.

† *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle*. Paris, MDCCLIV. 47 + 304 pp. + 8 plates. Nouvelle édition revue et corrigée (par S. F. Lacroix). Paris, 1831. 16 + 300 pp. + 4 plates.

‡ N. T. Reimer, *Historia problematis de cubi duplicatione*. Gottingæ, MDCCXCVIII. 16 + 222 pp. + 2 plates.

§ A. Sturm, *Das Delische Problem*, Linz, 1895–1897. 140 pp.

|| Vol. 2, Bologna, 1914. Pp. 185–335.

¶ F. Rudio, *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Uebersicht über die Geschichte des Problemes von der Quadratur des Zirkels, von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage*. Leipzig, 1892. History, pp. 1–69.

** T. Vahlen, *Konstruktionen und Approximationen*. Leipzig, 1911. Pp. 175 ff. and 306 ff.

recent bibliography of the problems is by Professor Guimaraes.* In the writer's opinion the most elementary presentation of the proofs of the impossibility of their solution with ruler and compasses is due to Klein.†

Since Montucla's work is very scarce, those unacquainted with German or Italian who wished to learn the main facts in such surveys as the ones to which I have referred, have had, till recently, considerable difficulty in satisfying their desires. We have now, however, the very interesting and excellent volume under review, of Professor Gomes Teixeira, Rector of the University of Porto. His power of lucid exposition and his scholarly style are probably familiar to many Americans through the two-volume *Traité des Courbes spéciales remarquables planes et gauches* of 1908-09.‡

Nearly the whole of the volume on "problèmes célèbres" is given over to a consideration of the three famous problems of the ancients. Chapter I (pages 5-46) is entitled: "Sur le problème des moyennes proportionnelles. Duplication du cube;" Chapter II (pages 47-82): "Sur la division de l'angle;" Chapter III (pages 83-104): "Sur la quadrature du cercle;" and the last chapter: "Sur l'impossibilité de la résolution par la règle et le compas des problèmes considérés précédemment." There are many references to the author's treatise on curves and it is especially in this connection that new features are introduced.

For example, in the first chapter we have: the curve of Archytas—a skew curve; the kampyle of Eudoxus, the simple folium in the method of Villapandus, and the conchoid of Nicomedes—quartics; the hyperbola mesolabica of Viviani, the circular unicursals in the solutions of Plato and Diocles, and the right strophoid in connection with Huygens's solution—cubics; the method of Menæchmus—by conics; and so on. The chapter contains also solutions by Hero of Alexandria, Philo of Byzantium, Apollonius, Eratosthenes, Viète, Descartes, Fermat, Newton, Clairaut, and Montuucci.

The second chapter sets forth the methods of Hippias, Archimedes, Nicomedes, Pappus, Etienne Pascal (with his

* R. Guimaraes, "Algunas consideraciones sobre tres problemas célebre de geometría elemental," *Revista de la Sociedad matemática Española*, año 6, Enero-Abril, 1917, pp. 18-27, 74-94.

† F. Klein, *Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementar-Geometrie*. Leipzig, 1895. English translation by Beman and Smith, Boston, 1897.

‡ Pages 1-284 of Gomes Teixeira's *Obras sobre Mathematica*, vol. 7 (1915), contain five chapters supplementary to this work.

limaçon), Descartes and Fermat, Kinner, Ceva, Maclaurin, Delanges, Chasles, Lucas, Catalan, Longchamps, and Kempe, with many interesting connections and generalizations. It is shown that the solution of the following problem of Archimedes reduces to that of the trisection of an angle: "To cut a sphere by a plane so that the volumes of the segments are to one another in a given ratio." At this point it would have been interesting to have added a reference to Brocard's pamphlet, *Mémoire sur divers problèmes de géométrie dont la solution dépend de la trisection de l'angle* (Algiers, 1912).

Viète and Descartes stated that the solution of any problem depending on an equation of the third degree could be reduced to the solution of a problem of finding two mean proportionals, or to that of the trisection of an angle. With a proof of this theorem, and some general remarks, the chapter concludes.

"Given a fixed conic (except circle and line pair) in the plane of construction every problem of the third order can be carried through with ruler and compasses." Professor Gomes Teixeira has apparently followed Vahlen in crediting this theorem to "S. Smith" (1868). To the Englishman, "H. J. S. Smith" seems more natural.

"All problems of the third order can be carried through with ruler alone if a complete fixed curve of the third order is given; for metrical problems a square (or rectangle) must also be given." This theorem was shown by London in 1896. Its statement on page 82 needs to be revised. Compare Conti's article. In his *Arithmetica Universalis* Newton solved cubic and biquadratic equations by means of the conchoid and ruler and compasses.

In the third chapter there are a number of unusual expressions for π , and its powers, taken from the writings of Wallis, Euler, and Cauchy. Due credit is given to Chinese discoveries in accordance with Mikami's History. On page 88, line 14, for Chang Hing read Chang Hêng.*

The derivation of the results leading to the fundamental theorem by means of which it is shown that the problem of the duplication of the cube is impossible is based mainly on the discussion in Petersen's *Theory of Equations*. The work concludes with Klein's proof of the impossibility of the

* Some fairly obvious misprints occur at the following places: page 25, line 4 from bottom; page 26, line 17; page 56, line 12; page 68, line 6 from bottom; page 82, line 6; page 103, last line; page 105, line 6 from bottom; page 122, line 25.

problem of squaring the circle with ruler and compasses.

On page 122 occurs the sentence: "La division de la circonference en 3 et 5 parties égales a été considérée dans les Elements d'Euclide." Quite true; but why not have written "3, 4, 5, 6 et 15 parties égales"? The statement that the first geometric construction of the regular polygon of 17 sides was found by Erchinger needs revision. Gauss reported Erchinger's paper in 1825 and pointed out that its merit was not so much in the construction as in the synthetic proof of its correctness. Indeed Gauss himself refers to two earlier constructions by Paucker.* At least two more were published before 1825; one by John Lowry in 1819† and the other by Samuel Jones in 1820.‡

We heartily recommend Professor Gomes Teixeira's book for every mathematical library, as no other publication of the kind can take its place. The little book is characterized by marked individuality. When a new edition is called for we hope that the author may be moved to add another chapter on still more of the many famous problems of the category he has been considering. For example, an adequate history of the following century-old problem has not yet been published: "Given the length of the bisectors of the angles of a triangle between the vertices and the opposite sides to construct the triangle." In 1911, Professor R. P. Baker published a hundred-page doctor's dissertation on this problem.

R. C. ARCHIBALD.

BROWN UNIVERSITY,
PROVIDENCE, R. I.

* (a) "Geometrische Verzeichnung des regelmässigen 17-Ecks und 257-Ecks in d. Kreis," *Jahresverhandl. d. kurländische Gesellschaft für Literatur und Kunst*, Mitau, Band 2, 1822. (b) *Die ebene Geometrie der geraden Linie und des Kreises*, Königsberg, 1823, p. 187.

† *The Mathematical Repository*, new series, vol. 4 (1819), p. 160.

‡ The paper dated "Dublin, 17th October, 1819" and read January 24, 1820, was published in *Transactions of the Irish Academy*, vol. 13 (1818), pp. 175-187.

Alguns documentos comprovativos da obtenção de graus e títulos

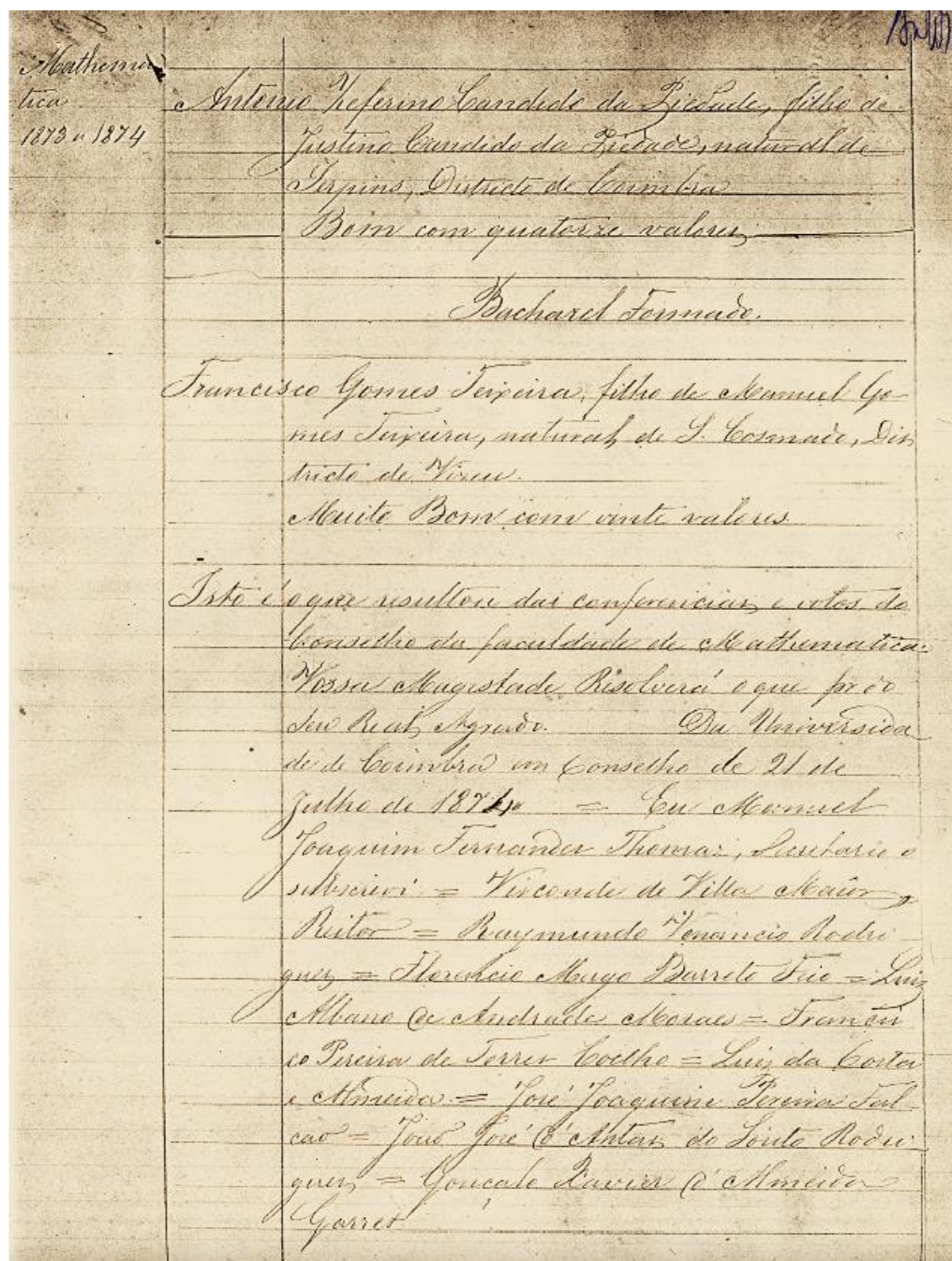


Ilustração 222 – Documento comprovativo da obtenção do grau de Bacharel por Gomes Teixeira, disponibilizado pelos arquivos da Universidade de Coimbra.

Exame de Licenciado na Faculdade de Mathe[m]atica de Francisco
Gomes Teixeira filho de
Manoel Gomes Teixeira natural de
S. Cosme do Distrito de Viana

Aos 25 de Janeiro de mil oitocentos setenta
e cinco fez exame de Licenciado na Faculdade de Mathe-
matica, Francisco Gomes Teixeira

Presente o Ex.^{mo} Vitorino de Villa Maiz, Rector da
Universidade
 Padrinho o Ex.^{mo} Dr. Raymundo Venancio Rodrigues
 Arguentes na primeira lição os Doutores Floriano Magalhães Bar-
reto João, Luiz Estanislau de Andrade Moraes, e
Luiz da Costa e Almeida
 Arguentes na segunda lição os Doutores João Joaquim Pereira
Falante, João José Santos de Almeida Rodrigues, e
Genivaldo Xavier de Almeida Garrit

E tendo-se procedido á votação, feitas as recommendações que orde-
 nam os Estatutos, e regulados os votos, sahio o licenciando Francisco
Gomes Teixeira, aprovado de Unanime Dispensado

Do que se lavrou este assento que eu Manoel Joaquim de
Thomas, Secretario Substituto
Vitorino de Villa Maiz Francisco de Castro
Dr. Raymundo Venancio Rodrigues

E passando em seguida á Real Capella, ahi o licenciando Francisco
Gomes Teixeira recebeu o gráo de Licenciado
 na dicta Faculdade, que lhe conferiu o mesmo Ex.^{mo} Sr. Vitorino
de Villa Maiz

Testemunhas os Doutores Floriano Magalhães Barreto João,
Luiz Estanislau de Andrade Moraes

Do que se lavrou este assento, que eu Manoel Joaquim de
Thomas, Secretario Substituto
Manoel Joaquim de Thomas

Ilustração 223 – Documento comprovativo da obtenção de grau de Licenciado por Gomes Teixeira, disponibilizado pela Universidade de Coimbra.

Grão de Doutor na Faculdade de *Mathematica* de *Francisco*
Gomes Teixeira filho de *Alvaro Gomes*
Teixeira natural de *S. Cosma e Damião*
de Viseu

Aos *dezoito* de *Julho* de mil oitocentos *setenta e cinco*
 recebeu o grão de Doutor na Faculdade de *Mathematica*
Francisco Gomes Teixeira que lhe conferiu *Com S. de*
 — auctoritate regia — o Ex.^{mo} *Vicente de M. Alvaiz, Reitor* *Julho de 1875*
da Universidade E. commetteu as suas
 vezes para o condecorar com as insignias doutoraes ao padrinho o Doutor
Raimundo Francisco Rodrigues
 foram oradores os Doutores *Henrique Vaz de Almeida*
Gomes e Affonso Albuquerque de Azevedo
 Testemunhas os Doutores *Francisco Alago Barreto Vaz,*
e Luis Adolpho de Almeida e Albuquerque
 Do que se lavrou este assento que eu *Alvaro Gomes Teixeira*
Reitor *Assentado e subscrito*
Alvaro Gomes Teixeira

Ilustração 224 – Documento comprovativo da obtenção de grau de Doutor por Gomes Teixeira,
 disponibilizado pelos arquivos da Universidade de Coimbra.



Ilustração 226 - Diploma da Sociedade Real Boémia (1891)

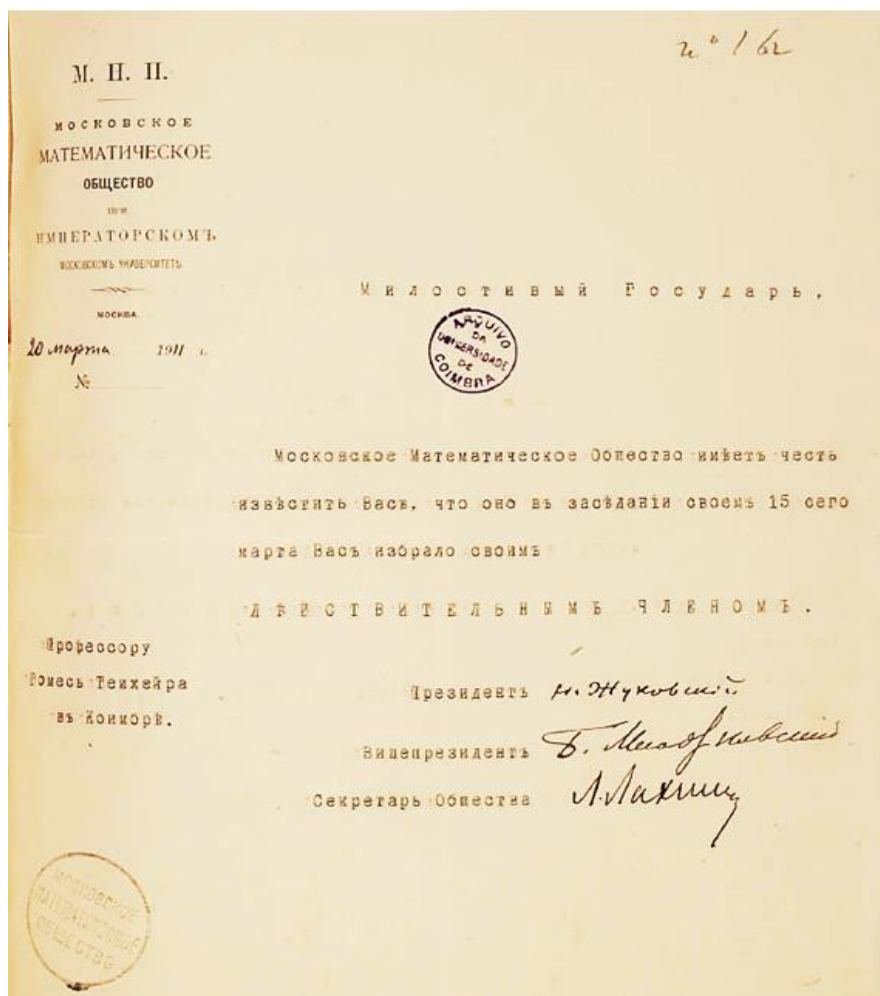


Ilustração 227 – Carta nº 162. Documento de aceitação do Gomes Teixeira na Sociedade Matemática de Moscovo a 15 de Março de 1911.

Tradução para o português:

Sociedade Matemática de Moscovo, 20 de Março, 1911

Excelentíssimo senhor,

A Sociedade Matemática de Moscovo tem a honra de lhe comunicar
que na assembleia de 15 de Março o nomeou seu MEMBRO EFETIVO.

Presidente..... *N. Zukovskj*

Vice-presidente..... *B. Mlodzievskj*

Secretário..... *L. Lakhtin*

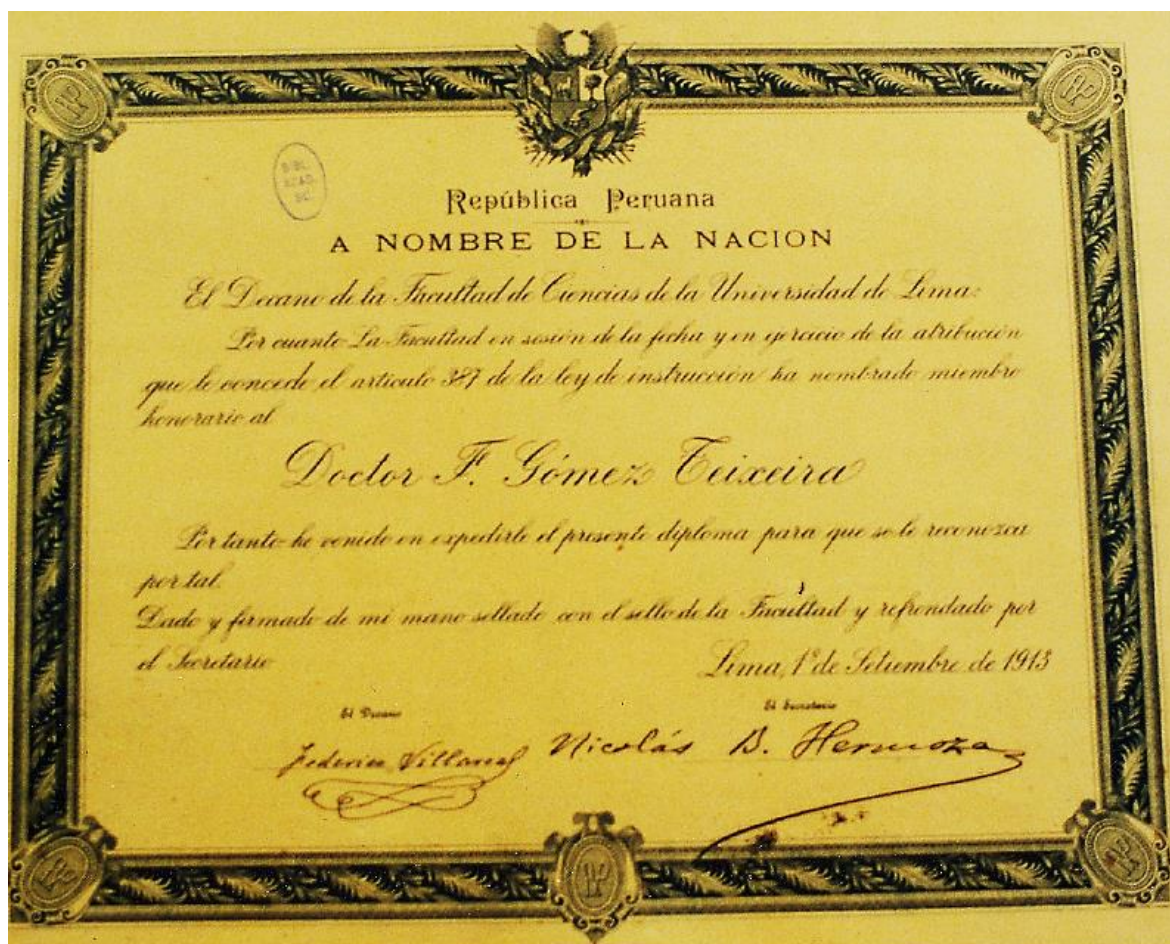


Ilustração 228 - Diploma da Faculdade de Ciências da Universidade de Lima (1913)



Ilustração 229 - Diploma de sócio correspondente da Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei



Ilustração 230 - Diploma de sócio ordinário da *Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei*

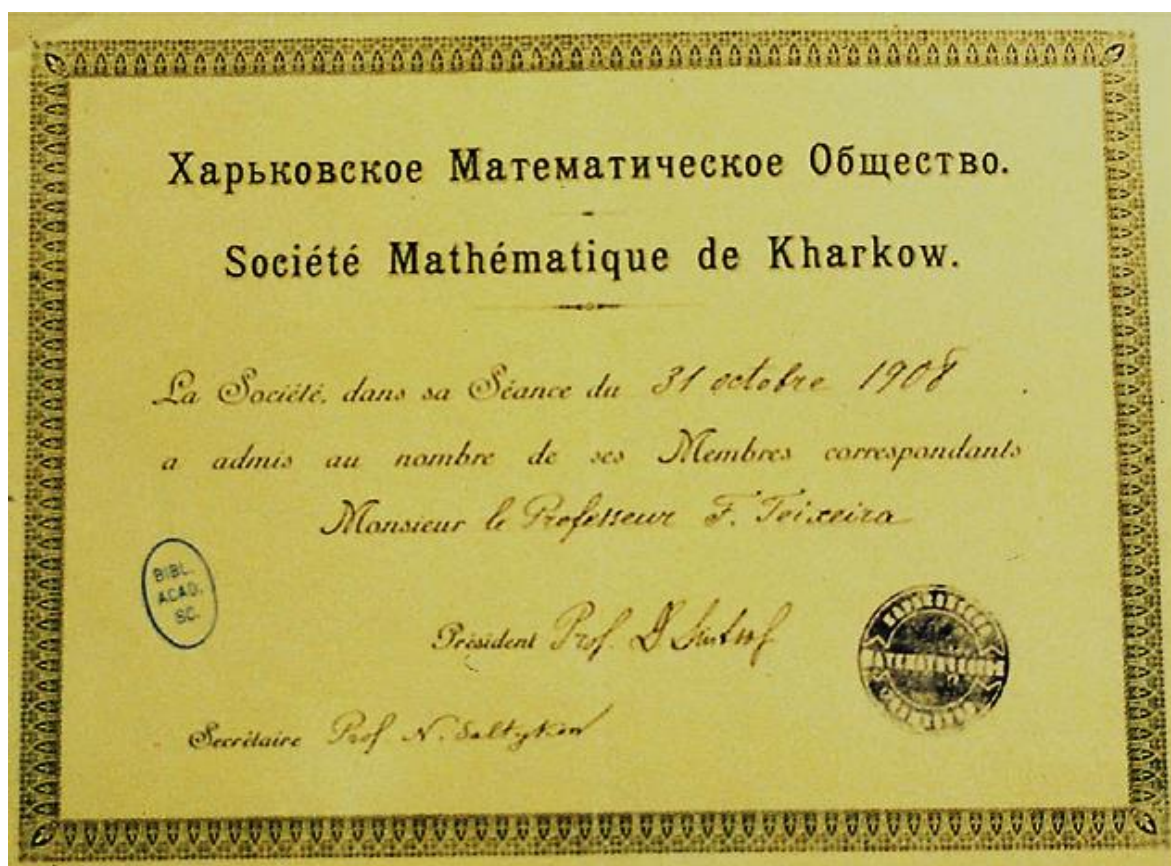


Ilustração 231 – Diploma da Sociedade Matemática de Kharkov (1908)

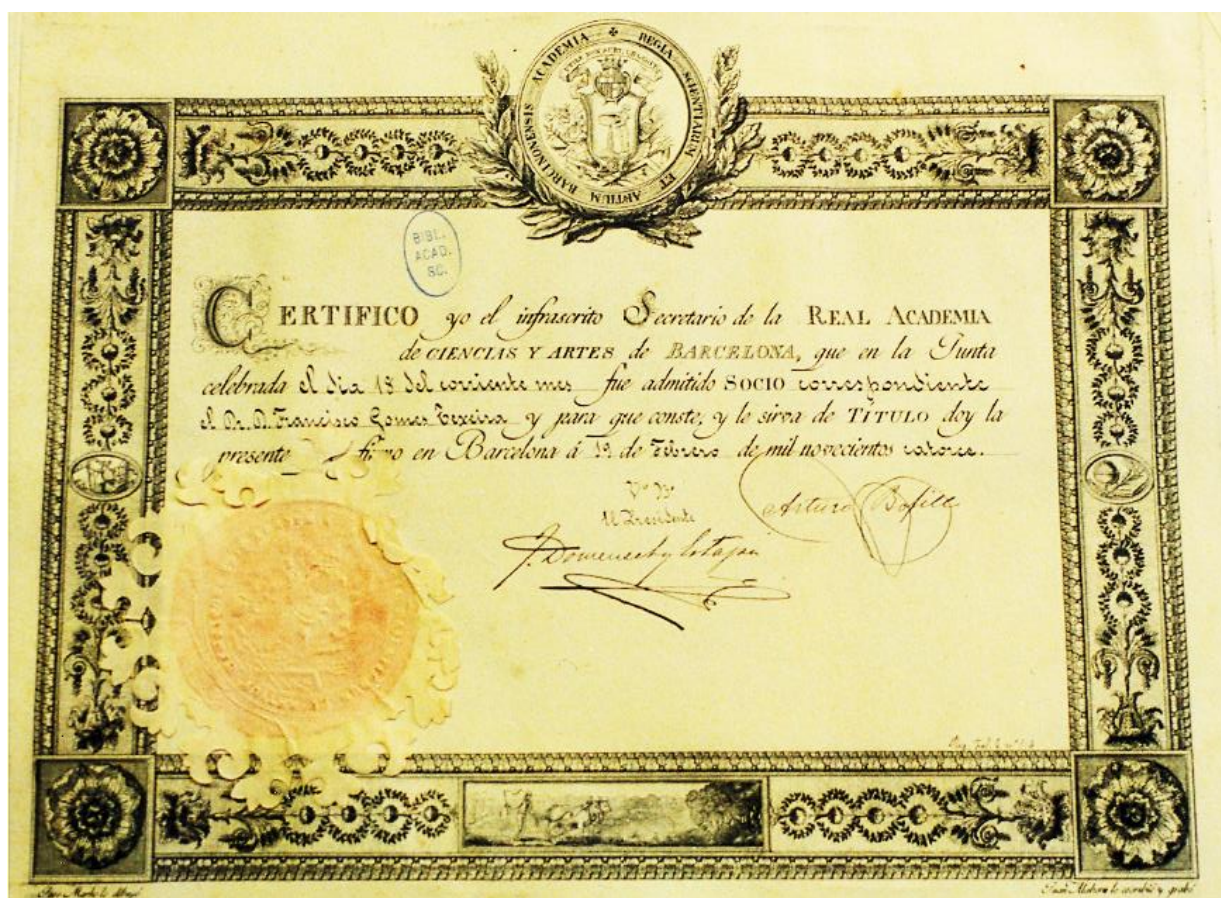


Ilustração 232 – Certificado de Sócio Correspondente de *Real Academia de Ciências e Artes* de Barcelona

BOLETIM DO INSTITUTO

ASSEMBLEIA GERAL DE 12 DE NOVEMBRO DE 1924

Aos 12 de Novembro de 1924 reuniu-se a Assembleia Geral do Instituto de Coimbra, sob a presidência do prof. COSTA LOBO.

Por proposta do Presidente, e dos professores ANSELMO FERRAZ DE CARVALHO, JOAQUIM DE CARVALHO, ALBERTO PESSOA e AMADEU FERRAZ DE CARVALHO foi resolvido iniciar no próximo ano uma nova série de *O Instituto*, sendo cometido o respectivo encargo aos proponentes. Em seguida procedeu-se à eleição de sócios, que deu o seguinte resultado:

SÓCIOS CORRESPONDENTES ESTRANGEIROS

FRANCISCO RODRÍGUEZ MARÍN, director da Biblioteca Nacional de Madrid.

D. LOPES OTERO, director da Escola Agrícola de Madrid.

NICOLAU KRYLOF, professor da Universidade de Kievo.

Dr. LADISLAU GORKZINCS, director do Instituto da Universidade de Varsóvia.

J. KANAWSKI, director do Observatório da Universidade Livre de Varsóvia.

HENRI MERIMÉE, professor da Universidade de Toulouse.

SÓCIOS CORRESPONDENTES NACIONAIS

Dr. JORGE MACEDO DE OLIVEIRA SANTOS.

CONDE DE SAMPAIO (ANTÓNIO).

D. FRANCISCO ALMEIDA MANUEL DE VILHENA.

CARLOS SANTOS.

JOÃO AUGUSTO RIBEIRO, professor da Academia das Belas Artes do Porto.

VOL. 71.º, N.ºs 11 E 12 — NOVEMBRO E DEZEMBRO DE 1924.

31

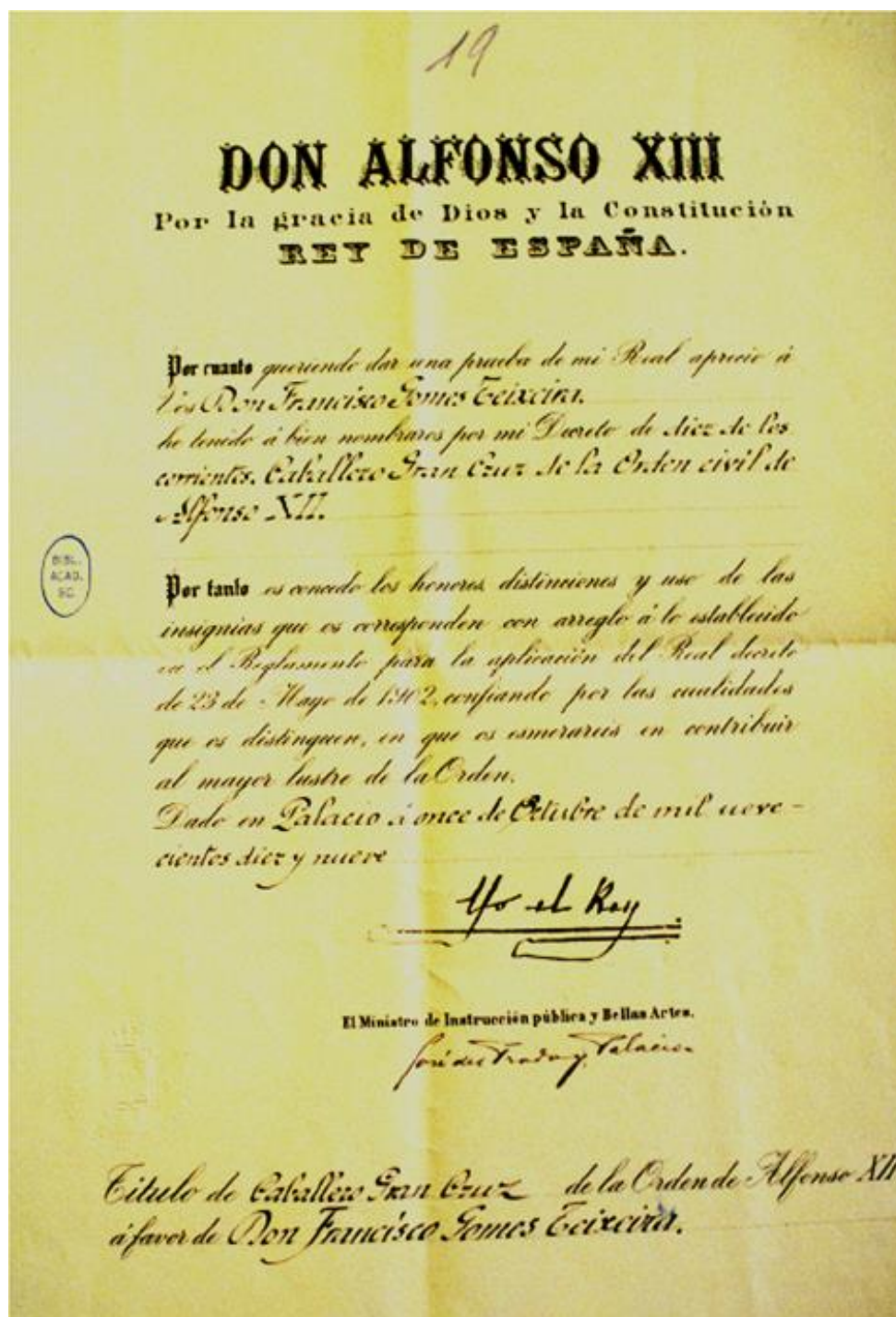


Ilustração 234 – Diploma relativo ao Título de *Caballero de Gran Cruz de Afonso XII*²⁹⁵

²⁹⁵ (Alves, 2004)

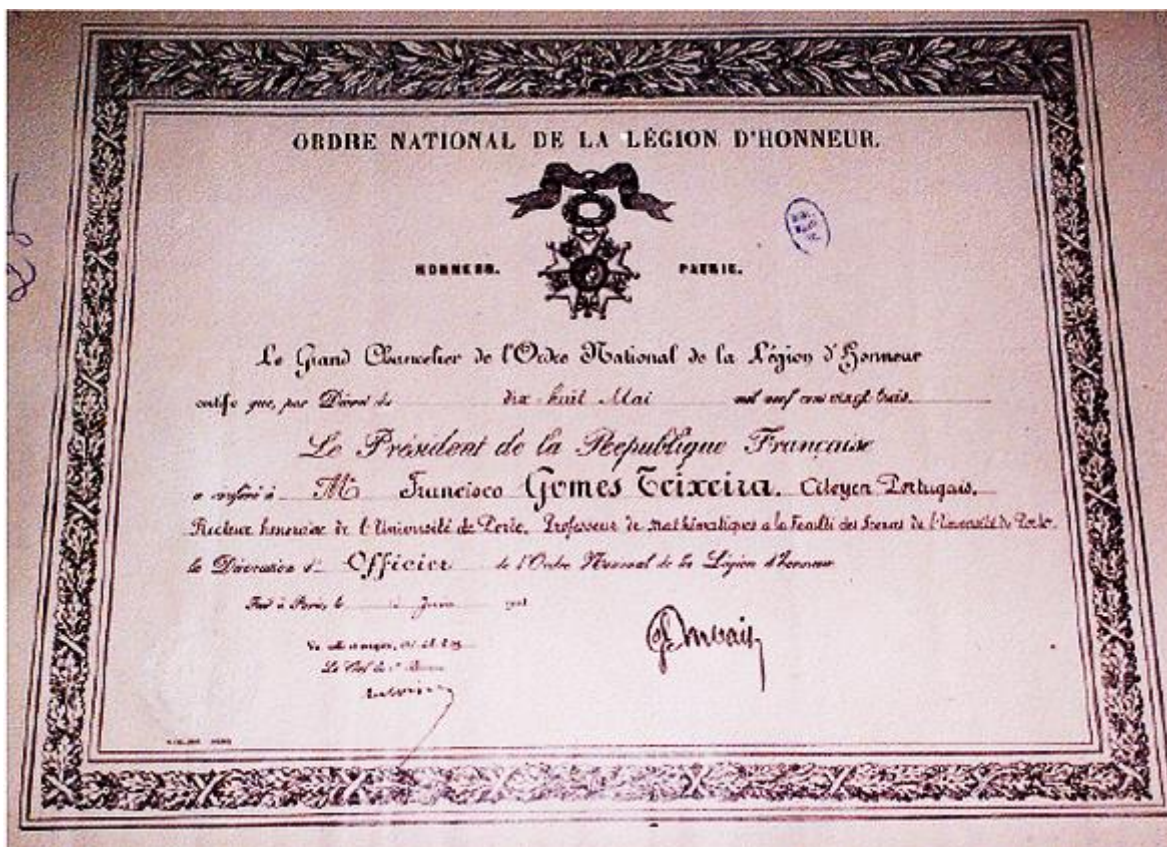


Ilustração 236 – Diploma relativo à Ordem Nacional da Legião da Honra²⁹⁷

²⁹⁷ (Alves, 2004)

Galardoando um sabido

O illustre ministro da França em Lisboa, Mr. Charles Bonin, entrega a Cruz da Legião de Honra ao dr. Gomes Teixeira



O SR. DR. GOMES TEIXEIRA AO LADO DO EMBAIXADOR DA FRANÇA

Foi altamente significativa e tocante a festa ontem realizada no Consulado da França. Tratava-se, como noticiamos, da investidura das insígnias da Legião de Honra com que o governo francez agraciara, quando da sua recente viagem a França, o sabio mathematico sr. dr. Gomes Teixeira, venerando reitor honorario da nossa Universidade.

Pouco antes das 17 horas principiaram chegando ao Consulado os primeiros convidados que pelo illustre consul, Mr. Ferry de Fontnouvelle, iam sendo apresentados ao sr. ministro da França, Mr. Bonin.

Pelas 17 horas, estando já no salão nobre todos os convidados para quem o sr. consul foi amabilissimo, Mr. Bonin, rodeado de todo o pessoal do Consulado, leu um pequeno mas precioso discurso. Recordou a coincidência gratia que o fez encontrado em Paris com a missão dos professores portugueses, de que era chefe o egregio scientista sr. dr. Gomes Teixeira, t'ala dos brilhantissimos triunfos colhidos pela missão intelectual que, a convite das Universidades do seu paiz, visitara a França, e salienta, sem desprimor para Eugenio de Castro e Celestino da Costa, o sr. dr. Gomes Teixeira, cujo elogio faz em palavras calorosas. Diz da satisfação que sentiu quando soube que o seu governo agraciara, e merecidamente com a Cruz da Legião de Honra, as mais apreciadas condecorações francezas, o sabio mathematico portuguez. O seu governo determinára, e nisso foi de encontro á sua vontade, que ele, ministro, fizesse com toda a solenidade, na legação, a entrega das insígnias aos illustres professores portugueses. O sr. dr. Gomes Teixeira não pôde, pelos seus afazeres, ir a Lisboa. Veio por isso, ele, ministro, ao Porto. Felicitase-se por ser no Consulado tão distintamente representada a colonia franceza e por ver como as principais autoridades e representantes das mais importantes colectividades desta nobre cidade se apressaram a honrar o convite que o sr. consul lhes fez.

Sauda Portugal, o paiz amigo e aliado,

e faz a calorosa apologia da amizade franco-lusa das nossas queridas e belas patrias.

(Uma salva de palmas ergoa as ultimas palavras do illustre diplomata). Feito o de novo silencio, Mr. Bonin colocou no peito do nosso egregio sabio as insígnias da Legião de Honra, beijando-o nas faces.

O sr. dr. Gomes Teixeira agradece as homenagens que acabavam de lhe ser prestadas, lendo em francez o seguinte discurso:

«Sr. Ministro — Sou vivamente reconhecido ao governo francez pela honra que acaba de me dar concedendo-me a Cruz da Legião de Honra.

Tenho orgulho em possuir esta condecoração, muito considerada em todos os paizes, e sou bem sensivel ás felicitações que ha poucos dias me foram enviadas pelo reitor da Universidade de Paris, Mr. Apell, que deu assim uma alta e para mim muito sympathica significação ao acto ministerial.

A vossa resolução, sr. ministro, de me entregar pessoalmente a Legião de Honra comove-me profundamente.

Agradeço-vos calorosamente, e julgo-me muito feliz por ter mais esta ocasião para exprimir os meus sentimentos de admiração e sympathia pelo vosso paiz, sentimentos muito naturaes num velho que, desde a sua juventude, um discipulo dos grandes Mestres da sciencia franceza.»

Novas palmas se ouvem e, com Mr. Bonin, todos os presentes vão felicitar e abraçar o sr. dr. Gomes Teixeira.

Conversa-se e, entretanto, o nosso reporter fotografico prepara-se para tirar um grupo. Pouco depois o sr. consul manda servir vinho do Porto. Iniciam-se os brindes, sendo novamente saudado o sr. dr. Gomes Teixeira, bem como os srs. ministros e consul da França. Foi tambem servido tabaco. Conversa-se ainda por alguns minutos, formando-se grupos. Perto das 19 horas principiaram saindo os convidados. O sr. ministro da França retira no

automovel do sr. dr. Vasco Nogueira, e por ele guiado. O sr. dr. Gomes Teixeira é convidado a tomar lugar no automovel do sr. Manuel da Costa Oliveira.

Estava terminada a linda festa e todos retiraram encantados com as finanças recebidas do illustre consul. Mr. Ferry de Fontnouvelle, a quem agradecemos todas as atenções dispensadas ao representante de «O Primeiro de Janeiro».

Lembra-nos ter visto no Consulado, entre outras pessoas, os srs.: dr. Vasco Nogueira, representando a Camara Municipal; tenent. r. Valença representando o sr. governador civil; capitão sr. Fonseca, representando o sr. general da Divisão; dr. Couto dos Santos, director da Faculdade Technica, representando o sr. reitor da Universidade; dr. Miguel Mendonça Balsemão, meretissimo presidente do Tribunal da Relação; dr. conego Joaquim Pereira, representando o rev.^{ma} Bispo do Porto, ausente na Curia; dr. Luiz Woodhouse, director da Faculdade de Sciencias; prof. Paul Querret, representando o sr. dr. Leonardo Coimbra, director da Faculdade de Letras, ausente por motivo de gervigo de exames; engenheiro sr. Xavier Esteves, presidente da Associação Industrial; Manuel da Costa Oliveira, presidente da Associação Commercial; Rodrigues Leite, presidente do Centro Commercial; presidente da Camara de Comercio franceza; Mr. Parinet, director do Crédit Franco-Portugais; Mr. Laurir, director da Companhia das Aguas; Mrs. Klin, Brondell, Krug, professores universitarios, etc., etc.

No restaurant do Palácio da Christal foi ontem oferecido um jantar a Mr. Bonin, pela colonia franceza.

O illustre ministro da França retira hoje, no sud-express, para Lisboa acompanhado de sua ex.^{ma} esposa.

Principio de Janeiro de 22 de Junho 1923

1 Card. Gaymans
1. Kletter, Peter

²⁹⁸ (Alves, 2004)



Ilustração 239 – Diploma de Doutoramento *Honoris Causa* de Francisco Gomes Teixeira, pela Universidade Central de Madrid²⁹⁹

²⁹⁹ (Alves, 2004)

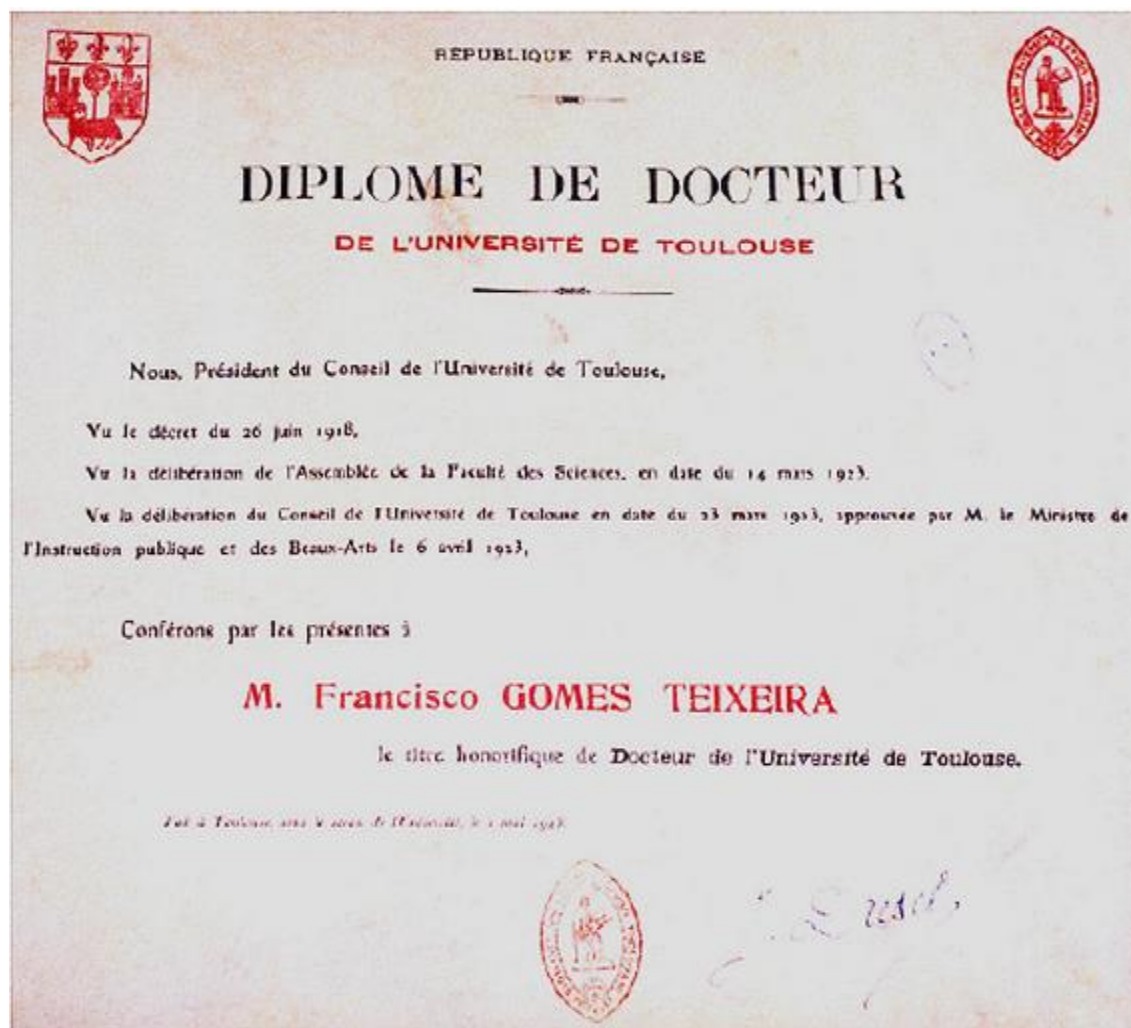


Ilustração 240 – Diploma de Doutoramento *Honoris Causa* de Gomes Teixeira, pela Universidade de Toulouse³⁰⁰

³⁰⁰ (Alves, 2004)

Den 21. Mai 1906.

Hochgeehrter Herr Präsident!

Hierdurch beehren wir uns, für die Aufnahme in die Kais.
Leopold.-Carol. Deutsche Akademie der Naturforscher folgende Herren
als Mitglieder in Vorschlag zu bringen:

1. Professor Julius Molok an der Universität Nancy,
2. Professor G.B. Guccia an der Universität Palermo,
3. Professor T. Levi-Civita an der Universität Padua,
4. Professor Niels Nielsen in Kopenhagen,
5. Professor F. Gomes Teixeira an der Technischen Hochschule
in Porto, Portugal,
6. Professor Pietzker am Gymnasium in Nordhausen.

In ausgezeichnetester Hochachtung

A. Gutzmer - Halle V.
P. Stäckel - Hannover
A. Wangerin.
J. Cantor.


Ilustração 241 - Carta assinada por Gutzmer, Stäckel, Wangerin e Cantor a propor, entre outros, Gomes Teixeira como membro da Academia Leopoldina.

Transcrição (em alemão)	Tradução para o português
Den 21 Mai 1906	21 de Maio 1906
Hochgeehrter Herr Präsident!	Prezado Senhor Presidente!
Hierdurch beehren wir uns, für die Aufnahme in die Kais. Leopold.-Carol. Deutsche Akademie der Naturforscher folgende Herren als Mitglieder in Vorschlag zu bringen:	Temos a honra de, por este meio, apresentar a proposta de eleição dos seguintes Senhores como membros da Academia Imperial Alemã Leopoldino-Carolina de Cientistas da Natureza:
1. Professor Julius Molk an der Universität Nancy,	1. Professor Julius Molk na Universidade de Nancy,
2. Professor G. B. Guccia an der Universität Palermo,	2. Professor G. B. Guccia na Universidade de Palermo,
3. Professor T. Levi-Civita an der Universität Padua,	3. Professor T. Levi-Civita na Universidade de Pádua,
4. Professor Niels Nielsen in Kopenhagen,	4. Professor Niels Nielsen em Copenhaga,
5. Professor F. Gomes Teixeira an der Technischen Hochschule in Porto	5 Professor F. Gomes Teixeira na Escola Superior Técnica de Porto
6. Professor Pietzker am Gymnasium in Nordhausen	6. Professor Pietzker no colégio em Nordhausen
In ausgezeichnete Hochachtung	Com a mais alta consideração
A. Gutzmer - Halle S.	A. Gutzmer - Halle S.
P. Stäckel - Hannover	P. Stäckel - Hannover
A. Wangerin	A. Wangerin
G. Cantor	G. Cantor

Ilustração 242 - Transcrição e tradução da carta apresentada na Ilustração 241.

Halle ^{am} 9. d. d. 21. Juni 1766.

Sehr geehrter Herr!



In meiner Freude haben auf meinen und mehrerer Mitglieder Antrag der Sektionsvorstand für Mathematik und Astronomie sowie das Adjunkt-Collegium Sie zum Mitgliede der Kaiserlichen Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher gewählt.

Im Vertrauen auf Ihre Einwilligung, der Akademie angehören zu wollen, lasse ich mich Ihnen ein Exemplar der Statuten sowie einen Fragebogen für biographische Mittheilungen zu übersenden.

Kangjährigster Sitte gemäß legt unsere Akademie einem solchen jedem neuemtreitenden Mitgliede vor, um die Erinnerung durch eigenhändige Aufzeichnungen und durch ein gutes Bild eines Jeden für die Zukunft zu erhalten. Haben Sie die Freundlichkeit die Mittheilungen über Ihr Leben und namentlich Ihr Bild baldigst mir zuzuschicken.

Nach Eingang Ihrer Kassenbeiträge (Soll der Statuten) werden Sie in das Album unserer Akademie eingetragen, Ihre Aufnahme in der Leopoldina veröffentlicht und das Mitgliedsdiplom Ihnen zugesandt.

Hochachtungsvoll
Der Präsident der Kaiserlichen Leop.-Carol. Akademie
A. Wangerin.

Herrn Professor F. Gomes Teixeira,
Lisbo

Ilustração 243 - Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Imperial das Ciencias de Halle, comunicando a eleição para sócio correspondente.

Transcrição (em alemão)	Tradução para o português
<p>Halle a/S., den 30. Juni 1906</p> <p>Sehr geehrter Herr!</p> <p>Zu meiner Freude haben auf meinen und mehrerer Mitglieder Antrag der Sektionsvorstand für Mathematik und Astronomie sowie das Adjunktenkollegium Sie zum Mitglied der Kaiserlichen Leopoldinisch – Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher gewählt. Im Vertrauen auf Ihre Geneigtheit, der Akademie angehören zu wollen, beehre ich mich Ihnen ein Exemplar der Statuten und einen Fragebogen für biographische Mitteilungen zu übersenden. Langjähriger Sitte gemäß legt unsere Akademie einen solchen jedem neueintretenden Mitgliede vor, um die Erinnerung durch eigenhändige Aufzeichnungen und durch ein gutes Bild eines Jeden für die Zukunft zu erhalten. Haben Sie die Freundlichkeit die Mitteilungen über Ihr Leben und womöglich Ihr Bild baldgeneigtest mir zu schicken. Nach Eingang Ihrer Kassenbeiträge (§ 11 der Statuten) werden Sie in das Album unserer Akademie eingetragen, Ihre Aufnahme in der Leopoldina veröffentlicht und das Mitgliedsdiplom Ihnen übersandt.</p> <p>Hochachtungsvoll</p> <p>Der Präsident der Kaiserlichen Leop. – Carol. Akademie</p> <p>A. Wangerin</p> <p>Herrn Prof. F. Gomes Teixeira Porto</p>	<p>Halle ^a/S., 30 de Junho de 1906</p> <p>Prezado Senhor!</p> <p>Para minha grande satisfação, sob proposta minha e de vários outros membros, a Direção da Secção de Matemática e Astronomia bem como o Colégio de Adjuntos, elegeram-no como membro da Academia Imperial Alemã Leopoldino – Carolina de Cientistas da Natureza.</p> <p>Confiante na sua concordância em pertencer à Academia, tenho a honra de lhe enviar um exemplar dos estatutos e um formulário para preenchimento de informação biográfica.</p> <p>De acordo com uma norma de há longa data, a nossa Academia publica notas autobiográficas e uma boa fotografia de cada novo membro, para memória futura.</p> <p>Agradecia-lhe a amabilidade de me enviar esta informação sobre a sua vida e, se possível, a sua fotografia, com a maior brevidade de acordo com as suas conveniências.</p> <p>Após a entrada da sua contribuição pecuniária (§ 11 dos estatutos), será incluído no álbum da nossa Academia, a sua admissão na Leopoldina será tornada publica e ser-lhe-á concedido o diploma de membro.</p> <p>Como a mais elevada consideração</p> <p>O Presidente da Academia Imperial Leop. Carol.</p> <p>A. Wangerin</p> <p>Senhor Prof. F. Gomes Teixeira (Porto)</p>

Ilustração 244 - Transcrição e tradução da carta apresentada na ilustração anterior.

3227

32 17

Biographische Mittheilungen,
welche die Ksl. Leop.-Carol. Deutsche Akademie der Naturforscher
nach § 7 der Statuten
von ihren neuereintretenden Mitgliedern zur Aufbewahrung im Archiv erbittet.

1. Wie lautet Ihr voller Name? (Der Rufname gefälligst zu unterstreichen.)
Francisco Gomes Teixeira

2. Tag und Ort der Geburt?
S. Cosmado (Portugal), 28 janvier, 1851.

3. Voller Name und Stellung des Vaters?
Manoel Gomes Teixeira

4. Name der Mutter?
Maria Magdalena Machado

5. Auf welchen Lehranstalten erhielten Sie Ihre Vorbildung?
Docteur en Mathématiques à l'Université de Coimbra

6. Welche Universitäten oder höhere Lehranstalten haben Sie besucht und während welcher Zeitperioden?
J'ai étudié à l'Université de Coimbra

7. Wann und wo wurden Sie promovirt?
Professeur extraordinaire à l'Université de Coimbra en 1877, professeur ordinaire à la même Université en 1880, professeur à l'Académie Polytechnique de Oporto en 1884, directeur de la même Académie en 1886.

8. Welche Stellungen und innerhalb welcher Zeiten haben Sie früher inne gehabt, event. welche grössere wissenschaftliche Reisen gemacht, welche sonstige Lebensereignisse wünschen Sie Ihren biographischen Mittheilungen hinzuzufügen?

Ilustração 245 - Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina.

9. Welches sind Ihre gegenwärtigen Stellungen, Titel und genaue Adresse? *Directeur et Professeur à l'Académie Polytechnique de Oporto, Membre de l'Académie des Sciences de Lisbonne, de l'Académie des Sciences de Madrid, des Sociétés des Sciences de Liège, Prague, Châteaubriant, Bordeaux, etc.*

10. Würden Sie die Akademie durch Uebersendung Ihrer Photographie oder eines anderen Bildes erfreuen? *Je vous adresse une photographie.*

11. Welcher Fachsektion (Statuten § 13 Anm.) wünschen Sie beizutreten? *Mathématiques*

12. Welches sind die von Ihnen herausgegebenen Schriften? *Cours de Analyse infinitésimale (trois volumes), ouvrage couronné par l'Académie des Sciences de Lisbonne avec le prix D. Luis per. Tratado de las curvas especiales notables, ouvrage couronné par l'Académie des Sciences de Madrid. Diverses mémoires et notes réunies en une édition intitulée Obras sobre Mathématiques, publiée par le gouvernement portugais.*

13. Würden Sie so gütig sein, die obigen Werke, sowie Ihre ferneren Schriften der Akademie-Bibliothek (Statuten § 2) zu überweisen? *J'ai adressé déjà à l'Académie de Halle le volume des Obras sobre Math.; s'il n'a pas été adressé, j'adresserai un autre exemplaire. Les autres volumes ne sont pas adressés. A présent j'adresse le Tratado de curvas notables.*

Ilustração 246 - Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina (cont.)

14. Wünschen Sie das Eintrittsgeld (Statuten § 8) und die Jahresbeiträge (§ 8 Abs. 1) baar zu leisten oder (nach § 11 sub 2) durch wissenschaftliche Arbeiten (unter Anrechnung des für Aufsätze in der Leopoldina gewährten Honorars)?

Ja donne en échange des publications des Annales de l'Académie Polytechnique, qui sont publiés sous ma direction.

15. Ziehen Sie vor, die Jahresbeiträge jährlich (6 Rmk.) zu leisten oder dieselben durch einmalige Zahlung des zehnfachen Betrages (60 Rmk.) abzulösen? (§ 8 Abs. 4. Letzteres wäre der Akademie erwünschter.) Die Akademie liefert die Leopoldina.

16. Wünschen Sie die Verabfolgung auch der Nova Acta? (§ 8 Abs. 7 mit Jahresbeitrag zusammen 30 Rmk.; für Nova Acta und Jahresbeitrag (Leopoldina) Ablösungssumme 300 Rmk.)

17. Die betreffenden Sendungen werden an die Adresse des Präsidiums der Akademie erbeten.

Ort: Datum: Name:

Porto 20 octobre 1900 *F. Gomes Teixeira.*

Ilustração 247 - Formulário preenchido pela mão de Gomes Teixeira contendo as informações biográficas necessárias ao seu registo como membro da Academia Leopoldina (cont.)

Halle 99, den 30. October 1906.

n.º 184

Hochgeehrter Herr!



Mit dem Ausdruck meiner besonderen Freude über
Ihren Eintritt in die Leop. Carol. Akademie beehre
ich mich Ihnen beifolgend das Mitgliedsdiplom
ergebenst zu überreichen.

Nachdem Sie unter N.º 327 in das Album der
Akademie eingetragen sind, wird die Veröffentlichung
Ihrer Aufnahme in der Novembernummer der Leo-
poldina erfolgen.

Für Ihr Bild und das Werk *Tratado de las cur-
vas especiales notables* sagt die Akademie Ihnen
besten Dank. Obra sobre Mathematica Vol. I
hat die Akademie früher erhalten und dankt sie
für dessen freundliche Uebersendung.

Hochachtungsvoll
Der Präsident der Kaiserlichen
Leop.- Carol. Akademie

A. Wangerin.

Herrn Professor
Dr. F. Gomes Teixeira,
Lisbo.

Ilustração 248 – Carta de A. Wangerin, presidente da Academia Leopoldina, a propósito do envio a Gomes Teixeira do respetivo diploma de membro.

<p>Halle a/S., den 30. Oktober 1906</p> <p>Hochgeehrter Herr!</p> <p>Mit dem Ausdruck meiner besonderen Freude über Ihren Eintritt in die Leop. Carol. Akademie beehre ich mich Ihnen beifolgend das Mitgliedsdiplom ergebenst zu überreichen. Nachdem Sie unter Nr. 3227 in das Album der Akademie eingetragen sind, wird die Veröffentlichung Ihrer Aufnahme in der Novembernummer der Leopoldina erfolgen. Für Ihr Bild und das Werk <i>Tratado de las curvas especiales notables</i> sagt die Akademie Ihnen besten Dank. Obras sobre Mathematica Vol. 1 hat die Akademie früher erhalten und dankt sie für dessen freundliche Übersendung.</p> <p>Hochachtungsvoll</p> <p>Der Praesident der Kaiserlichen Leop. – Carol. Akademie</p> <p>A. Wangerin</p> <p>Herrn Prof.</p> <p>Dr. F. Gomes Teixeira</p> <p>Porto</p>	<p>Halle a/S., 30 de Outubro de 1906</p> <p>Excelentíssimo Senhor!</p> <p>Expressando a minha particular satisfação pela entrada de V. Ex^a na Academia Leop. Carol., tenho a honra de lhe enviar o respetivo diploma de membro. Depois de efetuado o seu registo, com o N^o 3227, no álbum da Academia, a sua admissão será anunciado no número de novembro da Leopoldina. A Academia agradece-lhe pelo envio da sua fotografia, bem como da obra <i>Tratado de las curvas especiales notable</i>. A Academia já recebeu anteriormente as Obras sobre Mathematica Vol. 1, cujo amável envio agradece.</p> <p>Como a mais elevada consideração</p> <p>O Presidente da Academia Imperial Leop. - Carol.</p> <p>A. Wangerin</p> <p>Senhor Prof.</p> <p>Dr. F. Gomes Teixeira</p> <p>Porto</p>
--	---

Ilustração 249 – Transcrição e tradução da carta de A. Wangerin reproduzida na ilustração anterior.

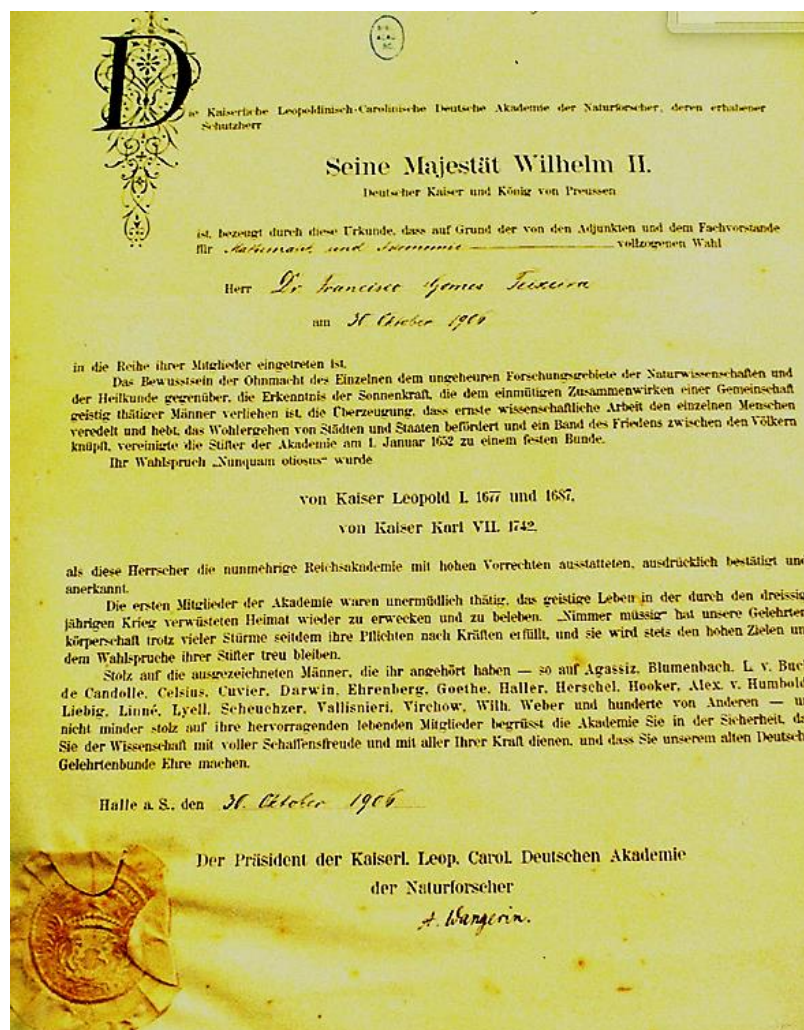


Ilustração 250 – Diploma de membro da Academia Leopoldina concedido a Gomes Teixeira

Transcrição do diploma:

Die Kaiserlich Leopoldinisch-Karolinische Deutsche Akademie der Naturforscher,
deren erhabener Schutzherr

Seine Majestät Wilhelm II

Deutscher Kaiser und König von Preussen

ist, bezeugt durch diese Urkunde, dass auf Grund der von den Adjunkten und dem
Fachvorstande für *Mathematik und Astronomie*----- vollzogenen Wahl

Herr *Dr. Francisco Gomes Teixeira*

am *30. Oktober 1906*

in die Reihe ihrer Mitglieder eingetreten ist.

Das Bewusstsein der Ohnmacht des Einzelnen dem ungeheuren Forschungsgebiete der Naturwissenschaften und der Heilkunde gegenüber, die Erkenntnis der Sonnenkraft, die dem einmütigen Zusammenwirken einer Gemeinschaft geistig thätiger Männer verliehen ist, die Überzeugung, dass ernste wissenschaftliche Arbeit den einzelnen Menschen veredelt und hebt, das Wohlergehen von Städten und Staaten befördert und ein Band des Friedens zwischen den Völkern knüpft, vereinigte die Stifter der Akademie am 1. Januar 1652 zu einem festen Bunde.

Ihr Wahlspruch "Nunquam otiosus" wurde

von Kaiser Leopold I. 1677 und 1687,

von Kaiser Karl VII. 1742

als diese Herrscher die nunmehrige Reichsakademie mit hohen Vorrechten ausstatteten ausdrücklich bestätigt und anerkannt.

Die ersten Mitglieder der Akademie waren unermüdlich thätig, das geistige Leben in der durch den dreissigjährigen Krieg verwüsteten Heimat wieder zu erwecken und zu beleben. "Nimmer müssig" hat unsere Gelehrtenkörperschaft trotz vieler Stürme seitdem ihre Pflichten nach Kräften erfüllt, und sie wird stets den hohen Zielen und dem Wahlspruch ihrer Stifter treu bleiben.

Stolz auf die ausgezeichneten Männer, die ihr angehört haben - so auf Agassiz, Blumenbach, L. v. Buch, de Candolle, Celsius, Cuvier, Darwin, Ehrenberg, Goethe, Haller, Herschel, Hooker, Alex. v. Humboldt, Liebig, Linné, Lyell, Scheuchzer, Vallisnieri, Virchow, Wilh. Weber und hunderte von Anderen - und nicht minder stolz auf ihre hervorragenden lebenden Mitglieder begrüsst die Akademie Sie in der Sicherheit, dass Sie der Wissenschaft mit voller Schaffensfreude und mit aller ihrer Kraft dienen, und dass Sie unserem alten Deutschen Gelehrtenbunde Ehre machen.

Halle a. S. den 30. Oktober 1906

Der Präsident der Kaiserl. Leop. Carol. Deutschen Akademie
der Naturforscher

(Siegel der Akademie)

A. Wangerin

Alguns extratos de resenhas de trabalhos de Gomes Teixeira no *Jahrbuch*

Extrato da resenha de Lampe sobre *Curso de analyse infinitesimal*, 1887 (JFM 19.0244.01).

As aplicações dos resultados anteriormente expostos à geometria no plano e no espaço constituem o tema do terceiro capítulo. Agora, no Capítulo IV, as derivadas de ordem arbitrária são definidas, estando a elas ligada a prova das séries de Taylor e de MacLaurin. As aplicações analíticas e geométricas da fórmula de Taylor encontram-se distribuídas de forma adequada nos dois capítulos seguintes (V e VI).

Embora a extensão do volume se mantenha dentro de limites moderados, o trabalho distingue-se pelo facto de ser obtido a partir do ponto de vista da teoria das funções e de abordar alguns assuntos que não estão se encontram noutros manuais de cursos introdutórios. Mas, mesmo nas partes elementares, que constituem a propriedade comum de todos os livros didáticos de cálculo, há alguns pensamentos originais do autor, já anteriormente por si publicados em revistas periódicas, e que foram oportunamente referenciados no Jahrbuch. A qualidade da edição é excelente, mas, infelizmente, existem alguns erros tipográficos...

Extrato da resenha de Lampe sobre *Curso de analyse infinitesimal. Cálculo integral*, (Secunda parte), 1892 (JFM 24.0243.01).

A exibição da primeira parte do cálculo integral ocorreu em F.d. M XXI. 1889 255 (ver JFM 21.0255.01); também, esta parte merece o mesmo elogio que os dois volumes anteriores: o modo original como o autor trabalhou o material apresentado, testemunhado paralelamente trabalhos publicados em revistas, já anteriormente referidos no Jahrbuch, cria no leitor a sensação agradável de uma visão profunda de uma linha de pensamento

original...

Extrato da resenha de Lampe sobre *Obras sobre mathematica* (volume I), 1904 (JFM 35.0039.05).

O matemático de grande mérito, que é indiscutivelmente o principal cientista em Portugal no campo da matemática, foi homenageado pelo governo do seu país através do financiamento estatal de uma edição das suas obras completas, que ele próprio está a organizar. O primeiro volume foi publicado no ano em curso, e estamos satisfeitos por poder congratular por esta honra o nosso fiel colaborador, que nos envia desde há longos anos os trabalhos sobre a literatura matemática da Península Ibérica...

Extrato da resenha de Lampe sobre trabalho *Sobre o desenvolvimento das funções em série*, 1897. Obra premiada, fora de concurso, e publicada em *Memorias la Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de Madrid* (JFM 28.0333.01).

O problema proposto pela Academia de Madrid para atribuição do respetivo Prémio, cuja resposta premiada é dada no presente trabalho, exigiu uma exposição científica e metódica do desenvolvimento em série para as funções matemáticas, da sua teoria geral, do significado de série divergente e da investigação de uma série típica a partir da qual, se possível, as séries particulares de maior importância e aplicação na análise, como a de Taylor, a de Lagrange e outras análogas, podem ser derivadas. O sábio escritor e investigador adotou no seu trabalho uma perspetiva histórica e crítica do material, apresentando os resultados das suas considerações em seis capítulos...

**Anexo C - Publicações no *Jornal de Sciencias
Mathematicas e Astronomicas***

Tabela 15 - Análise do número de autores nacionais e internacionais no *Jornal de Teixeira*

Volume	nº autores portugueses	nº autores estrangeiros	Ano
I	13	2	1877
II	6	3	1878
III	7	0	1881
IV	6	1	1882
V	8	1	1883
VI	9	4	1885
VII	8	5	1886
VIII	4	7	1887
IX	5	6	1889
X	3	7	1891
XI	6	11	1892
XII	5	6	1894
XIII	2	6	1897
XIV	4	5	1900
XV	2	5	1902

Tabela 16 - Análise do número de artigos nacionais e internacionais no *Jornal de Teixeira*

Volume	Nº artigos portugueses	Nº artigos estrangeiros	Ano
I	27	2	1877
II	14	6	1878
III	20	0	1881
IV	9	1	1882
V	9	1	1883
VI	10	6	1885
VII	8	14	1886
VIII	6	16	1887
IX	10	8	1889
X	5	8	1891
XI	9	11	1892
XII	5	8	1894
XIII	2	7	1897
XIV	4	6	1900
XV	2	6	1902

Tabela 17 – Lista de todos os autores e artigos publicados no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*³⁰¹

Vol.	Nome de autor	Artigo	Pagina	Pais
I	L. Porfirio da Motta Pegado	<i>Sobre um problema de analyse indeterminada</i>	150	Portugal
I	F. da Ponte Horta	<i>Sobre divisibilidade dos numeros</i>	57	Portugal
I	F. da Ponte Horta	<i>Sobre o movimento d'um ponto actuado por uma força perpendicular ao raio vector</i>	161	Portugal
I	F. da Ponte Horta	<i>Estudo sobre o problema proposto no nº 10</i>	180	Portugal
I	A. Z. Candido	<i>Sobre a questão proposta no numero anterior</i>	94	Portugal
I	A. Z. Candido	<i>Sobre um theorema da theoria dos números</i>	171	Portugal
I	F. Gomes Teixeira	<i>Sur la décomposition des fractions rationnelles</i> ³⁰²	1, 17, 33, 49, 97, 113	Portugal
I	F. Gomes Teixeira	<i>Noticia sobre Saturno</i>	13, 25, 41, 63, 90	Portugal
I	F. Gomes Teixeira	<i>Noções elementares sobre a theoria dos determinantes</i>	138	Portugal
I	Daniel A. da Silva	<i>Lettre de M. D. A. da Silva à M. Moigno</i>	38	Portugal
I	A. F. da Rocha Peixoto	<i>Sobre a organização do Real Observatorio Astronomico de Lisboa</i>	76, 121	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Note sur l'angle d'une courbe avec une droite</i>	81	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Nota sobre as soluções da questão proposta no nº 4 d'este jornal</i>	105	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Note sur l'étude de Mr. Jules de la Gournerie à l'égard de la division homographique de deux droites</i>	117	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Generalisation de la methode de M. Chapuy</i>	129	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Sobre a questão proposta no nº 8</i>	142	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta no nº 10</i>	174	Portugal
I	A. Schiappa Monteiro	<i>Note de géometrie descriptive sur l'intersection des surfaces de révolution d'un ordre quelconque</i>	177	Portugal
I	C. H. d'Aguiar Craveiro Lopes	<i>Sobre a questão proposta no numero anterior (primeiro solução)</i>	71	Portugal
I	Pedro Amorim Vianna	<i>Sobre a questão proposta no numero anterior (segunda solução)</i>	71	Portugal
I	Pedro Amorim Vianna	<i>Demonstração do theorema de M. Villarceau sobre o toro</i>	84	Portugal
I	Pedro Amorim Vianna	<i>Solução da questão proposta no nº 7</i>	127	Portugal
I	Pedro Amorim Vianna	<i>Solução da questão proposta no nº 9</i>	158	Portugal
I	R. R. de Sousa Pinto	<i>Noticias sobre Le Verrier</i>	86	Portugal
I	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre um problema de geometria</i>	102, 133	Portugal
I	L. Woodhouse	<i>Sobre a questão proposta no nº 6</i>	110	Portugal
I	Pereira Caldas	<i>Primeira arithmetica impressa</i>	156	Portugal
I	Ch. Hermite	<i>Sur les formules de Mr. Frenet</i>	65	France
I	G. Bellavitis	<i>Soluzione trovata col método delle equipollenze</i>	145	Italia
II	F. da Ponte Horta	<i>Estudo sobre o problema proposto no nº 10</i>	7	Portugal
II	F. Gomes Teixeira	<i>Sur la décomposition des fractions rationnelles</i>	33	Portugal
II	F. Gomes Teixeira	<i>Sobre a integração das equações às derivadas parciais lineares de 2ª ordem</i>	138	Portugal
II	F. Gomes Teixeira	<i>Noticia sobre G. Bellavitis</i>	189	Portugal
II	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre um problema de mecânica aplicada</i>	42	Portugal
II	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre a questão proposta Nº 11</i>	50	Portugal
II	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre a equação de segundo grau</i>	77	Portugal
II	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre a questão proposta Nº 13</i>	126	Portugal
II	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre um problema</i>	165	Portugal
II	C. H. Craveiro Lopes	<i>Resolução da questão proposta no Nº 1</i>	46	Portugal
II	A. Schiappa Monteiro	<i>Sobre a área lateral e volume d'uma cunha cônica</i>	68, 81, 110	Portugal
II	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta no nº 1 do vol. II</i>	97	Portugal

³⁰¹ A tabela apresenta os dados ordenados por volumes do *Jornal*, apresentando primeiro os autores portugueses que apareciam em cada volume, e terminando pelos autores estrangeiros do mesmo volume. Os artigos do mesmo autor, caso haja mais do que um, aparecem agrupados para melhor percepção da informação apresentada na tabela.

³⁰² Os artigos com os nomes repetidos, do mesmo autor, que aparecem repetidamente na tabela com as páginas diferentes são publicações parciais do mesmo artigo que apareciam em diferentes fascículos que compunham o mesmo volume do jornal. Isto é mais uma vez a prova daquilo que o jornal editava-se de uma forma contínua durante o ano e depois as suas publicações eram agrupadas num volume.

II	A. Schiappa Monteiro	<i>Recherches syntétiques et analytiques sur le cercle variable assujéti à couper continuellement deux cercles donnés sous des angles également donnés</i>	54, 130, 174	Portugal
II	J. A. Martins de Silva	<i>Sobre uma formula integral</i>	167	Portugal
II	G. Bellavitis	<i>Soluzione trovata col método delle equipollenze</i>	3	Italia
II	G. Bellavitis	<i>Extracto de uma carta do Professor G. Bellavitis a F. Gomes Teixeira</i>	49	Italia
II	G. Bellavitis	<i>Resolução da questão proposta no nº 12</i>	96	Italia
II	Ch. Hermite	$\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x) dx$ <i>Sur l'Integrale</i>	65	França
II	M. Birger Hansted	<i>Trois théorèmes relatifs à la theorie des nombres</i>	154	Dinamarca
II	M. Birger Hansted	<i>Quelques transformations de l'équation différentielle linéaire a coefficients constants par substitution d'une nouvelle variable</i>	183	Dinamarca
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Sur une question proposée dans le Journal de Mathématiques Élémentaires</i>	3	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta nº 17</i>	81	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Note de géométrie descriptive sur l'intersection des surfaces du second ordre</i>	97	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta nº 16</i>	117	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Note sur la ligne de striction de l'hyperboloide</i>	131	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta nº 15</i>	151	Portugal
III	A. Schiappa Monteiro	<i>Solução da questão proposta nº 14</i>	187	Portugal
III	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre um problema de Geometria</i>	7	Portugal
III	J. A. Martins de Silva	<i>Sobre a transformação das funcções Xn de Legendre em integral definido</i>	17	Portugal
III	J. A. Martins de Silva	<i>Sobre a redução directa de uma classe de integraes definidos múltiplos</i>	49	Portugal
III	J. A. Martins de Silva	<i>Demonstração de um theorema de Mr. Besge</i>	65	Portugal
III	J. A. Martins de Silva	<i>Nota sobre a transformação d'um integral definido</i>	177	Portugal
III	F. Gomes Teixeira	<i>Prelecção sobre a origem e sobre os princípios do calculo infinitesimal feita aos alumnos da Universidade de Coimbra</i>	21	Portugal
III	F. Gomes Teixeira	<i>Sobre a historia do Nonius</i>	73	Portugal
III	F. Gomes Teixeira	<i>Sobre a multiplicação dos determinantes</i>	185	Portugal
III	A. F. da Rocha Peixoto	<i>Sobre um theorema relativo as secções planas do cone de revolução</i>	46	Portugal
III	J. M. Rodrigues	<i>Sobre uma fórmula de Wronski</i>	55	Portugal
III	J. M. Rodrigues	<i>Sobre a theoria das faculdades</i>	87	Portugal
III	J. M. Rodrigues	<i>Sobre uma fórmula de Euler</i>	157	Portugal
III	Pedro Gomes Teixeira	<i>Sobre alguns theoremas de Arithmetica</i>	105	Portugal
IV	J.A. Martins de Silva	<i>Sur quelques formules nouvelles relatives aux racines des équations algébriques</i>	3	Portugal
IV	J.A. Martins de Silva	<i>Solução da questão proposta nº 21</i>	190	Portugal
IV	A. Schiappa Monteiro	<i>Sobre a divisão em partes eguas da distancia entre dois pontos e da circunferência empregando o compasso ordinário</i>	39	Portugal
IV	A. Schiappa Monteiro	<i>Note sur la génération d'une conique au moyen du cercle ou d'une autre conique, et sur autres études géométriques</i>	95	Portugal
IV	F. da Ponte Horta	<i>Algumas propriedades das cónicas</i>	65	Portugal
IV	D. Leite Pereira da Silva	<i>Sobre alguns integraes indefinidos</i>	121	Portugal
IV	D. Leite Pereira da Silva	<i>Derivadas de ordem qualquer de y em ordem a x, quando é f(x,y)=0</i>	109	Portugal
IV	J. M. Rodrigues	<i>Sobre a fórmula de Lagrange</i>	121	Portugal
IV	J. C. O'Neil de Medeiros	<i>Sobre um problema de álgebra elementar</i>	177	Portugal
IV	M. Birger Hansted	<i>Généralisation de la fonction Xn de Legendre</i>	53	Dinamarca
V	J. A. Martins de Silva	<i>Nota sobre a independencia dos zeros da função Jacobiana de integraes abelianos normaes de primeira especie</i>	3	Portugal
V	J. A. Martins de Silva	<i>Sobre uma fórmula relativa á theoria das funcções elípticas</i>	75	Portugal
V	H. da Fonseca Barros	<i>Nota sobre um problema da Mecanica Racional</i>	9	Portugal
V	D. Leite Pereira da Silva	<i>Sobre alguns integraes definidos</i>	21	Portugal
V	A. F. Rocha Peixoto	<i>Sobre os triedros homologicos</i>	17	Portugal
V	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre as equações trinomias</i>	50	Portugal
V	G. C. Lopes Banhos	<i>Determinação geométrica dos momentos de inércia dos sólidos de revolução</i>	125	Portugal

V	A. Schiappa Monteiro	<i>Recherches relatives au cercle variable qui coupe deux cercles donnés sous des angles donnés</i>	143	Portugal
V	F. Gomes Teixeira	<i>Solução da questão proposta nº 23</i>	185	Portugal
V	C. le Paige	<i>Homographies et involutions des ordres supérieurs</i>	27, 77	Belgica
VI	Joao d'Almeida Lima	<i>Sobre uma curva do terceiro grão</i>	13	Portugal
VI	R. Pereira dos Sanctos	<i>Sobre a mudança da variável independente</i>	24	Portugal
VI	F. Gomes Teixeira	<i>Introdução á theoria das funções</i>	33, 129	Portugal
VI	F. Gomes Teixeira	<i>J. A. Martins da Silva</i>	194	Portugal
VI	Rudolpho Guimaraes	<i>Emprego da cycloide para a resolução gráfica d'alguns problemas de Geometria</i>	85	Portugal
VI	H. da Fonseca Barros	<i>Nota sobre o emprego do paralelepipedo elementar</i>	96	Portugal
VI	A. Schiappa Monteiro	<i>Recherches relatives au cercle variable qui coupe deux cercles donnés sous des angles donnés</i>	103	Portugal
VI	J. A. Martins de Silva	<i>Sur trois relations différentielles données par Mr. Lipschitz dans la théorie des fonctions elliptiques</i>	169	Portugal
VI	L. Woodhouse	<i>Principio fundamental da theoria das equações algébricas</i>	177	Portugal
VI	J. M. Rodrigues	<i>Sobre uma equação periódica</i>	191	Portugal
VI	Maurice d'Ocagne	<i>Sur une transformation polaire des courbes planes</i>	3	França
VI	Maurice d'Ocagne	<i>Étude de Géométrie segmentaire</i>	125	França
VI	Ernesto Cesaro	<i>Remarques arithmétiques</i>	17, 91	Itália
VI	Ch. Hermite	<i>Sur les polynômes de Legendre</i>	81	França
VI	M. H. le Pont	<i>Démonstration nouvelle des théorèmes de Pascal e Brianchon</i>	183	França
VI	M. H. le Pont	<i>Note de Géométrie</i>	188	
VII	J. C. d'Oliveira Ramos	<i>Sobre a decomposição das funções circulares</i>	7	Portugal
VII	J. C. d'Oliveira Ramos e C. J. de Faria	<i>Sobre os coeficientes da fórmula que dá a derivada d'ordem qualquer das funções compostas</i>	41	Portugal
VII	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre a theoria do hyperboloide</i>	49	Portugal
VII	J. M. Rodrigues	<i>Theoria da rotação</i>	81	Portugal
VII	Rodolpho Guimaraes	<i>Sobre um theorema relativo à comparação de arcos de ellipse</i>	111	Portugal
VII	J. Bruno de Cabedo	<i>Sobre a formula de Taylor</i>	145	Portugal
VII	F. Gomes Teixeira	<i>Aplicações da formula que dá as derivadas de ordem qualquer das funções de funções</i>	150	Portugal
VII	Duarte Leite	<i>Sur la partie transcendante de l'intégrale d'une fraction rationnelle</i>	180	Portugal
VII	Ernesto Cesaro	<i>Remarques arithmétiques</i>	3	Itália
VII	Ernesto Cesaro	<i>Extrait d'une lettre à Mr. d'Ocagne</i>	28	Itália
VII	Ernesto Cesaro	<i>Remarques sur la théorie des séries" (Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira)</i>	171	Itália
VII	Maurice d'Ocagne	<i>Sur certaines determinations de limites; moyennes limites de deux nombres</i>	19	França
VII	Maurice d'Ocagne	<i>Extrait d'une lettre à F. Gomes Teixeira</i>	27	França
VII	Maurice d'Ocagne	<i>Sur certaines sommations arithmétiques</i>	117	França
VII	Maurice d'Ocagne	<i>Sur certaines fonctions symétriques; application au calcul de la somme des puissances semblables des racines d'une equation</i>	133	França
VII	Maurice d'Ocagne	<i>Sur les arcs d'ellipse rectifiables" (Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira)</i>	178	França
VII	M. Lerch	<i>Remarques sur la théorie des séries" (Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira)</i>	79	Bohême
VII	M. H. le Pont	<i>Note de Géométrie</i>	91	França
VII	M. H. le Pont	<i>Démonstration nouvelle du théorème de Ch. Dupin</i>	98	França
VII	M. H. le Pont	<i>Note sur le mouvement d'un point materiel sollicité par une centre fixe</i>	182	França
VII	Gino Loria	<i>Nota sulla moltiplicazione di due determinante</i>	101	Itália
VII	Gino Loria	<i>Se una proprietà del determinante di una sostituzione ortogonale</i>	129	Itália
VIII	F. Gomes Teixeira	<i>Sobre o desenvolvimento em serie das funções de variáveis imaginarias</i>	17	Portugal
VIII	F. Gomes Teixeira	<i>Sobre a derivação das funções compostas</i>	120	Portugal
VIII	F. Gomes Teixeira	<i>Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques</i>	164	Portugal
VIII	Rodolpho Guimaraes	<i>Nota relativa á rectificação dos arcos de ellipse</i>	30	Portugal
VIII	A. Schiappa Monteiro	<i>Note sur le triangle isoscèle</i>	51	Portugal
VIII	J. M. Rodrigues	<i>Nota sobre a serie de Lagrange</i>	59	Portugal
VIII	M. Lerch	<i>Sur un theorem relative à la théorie des fonctions elliptiques</i>	3	Bohême
VIII	M. Lerch	<i>Modification de la troisième demonstration donnée par</i>	137	Bohême

<i>Gauss de la loi de réciprocité de Legendre</i>				
VIII	M. Lerch	Sur une propriété des nombres	161	Bohême
VIII	H. Novarese	Note sur les nombres parfaits	11	Itália
VIII	E. Cesaro	Remarques sur la théorie des séries	15	Itália
VIII	A. Gutzmer	Sur une série considérée par M. Lerch	33	Alemanha
VIII	A. Gutzmer	Remarques sur la théorie des séries	81	Alemanha
VIII	A. Gutzmer	Sur certaines moyennes arithmétiques des fonctions d'une variable complexe	147	Alemanha
VIII	H. le Pont	Note de Calcul intégral	37	França
VIII	H. le Pont	Note sur les lignes asymptotiques et les lignes de courbure	43	França
VIII	H. le Pont	Deuxième note de Calcul intégral	65	França
VIII	H. le Pont	Note de Calcul intégral	175	França
VIII	Ed. Weyr	Deux remarques relatives aux séries	97	Bohême
VIII	Maurice d'Ocagne	Note sur un problème de Arithmétique	101	França
VIII	Maurice d'Ocagne	Note sur les coniques	104	França
VIII	Maurice d'Ocagne	Problème d'Algèbre	171	França
IX	Duarte Leite	Sobre a representação paramétrica das curvas do primeiro género	3	Portugal
IX	F. Gomes Teixeira	Alguns pontos da theoria dos integraes definidos	39	Portugal
IX	F. Gomes Teixeira	$\int_0^{\pi} \cot(x - \alpha) dx$ Sobre o integral	113	Portugal
IX	F. Gomes Teixeira	Aplicações de uma formula que dá as derivadas de ordem qualquer das funcções de funcções	137	Portugal
IX	F. Gomes Teixeira	Note sur l'intégration des équations aus dérivées partielles du second ordre	163	Portugal
IX	José Pedro Teixeira	Sobre as funcções duplamente periódicas de segunda espécie	103	Portugal
IX	José Pedro Teixeira	Sobre as funcções elípticas	132	Portugal
IX	J. Bruno de Cabedo	Demonstração do theorema de Cauchy	7	Portugal
IX	J. Bruno de Cabedo	Duas formulas de Analyse	129	Portugal
IX	J. A. Martins de Silva	Sur trois formules de la théorie des fonctions elliptiques	173	Portugal
IX	Ernesto Cesaro	Remarques sur divers articles concernant la théorie des séries	26	Itália
IX	Gino Loria	Nota su due applicazioni algebriche dell eliminazione	33	Itália
IX	A. Gutzmer	Note sur un point de la théorie des séries	60	Alemanha
IX	G. Pirondini	Sur les lignes sphériques	65	Itália
IX	M. Lerch	Sur une fonction continue dont la derive est partout discontinue	97	Bohême
IX	M. Lerch	Nova demonstração de uma fórmula de Kirkkoff	111	Bohême
IX	Maurice d'Ocagne	Sur la transformation isogonal de W. Roberts	109	França
IX	Maurice d'Ocagne	Sur le développement de $\sin n\phi$ e de $\cos n\phi$ suivant les puissances de $\sin \phi$	161	França
X	J. Bruno de Cabedo	Sobre o resto da formula de Taylor	13	Portugal
X	J. Bruno de Cabedo	Sobre a convergência dos productos infinitos	138	Portugal
X	Duarte Leite	Sobre o theorema de d'Euler-Lambert	29	Portugal
X	F. Gomes Teixeira	Sobre o desenvolvimento das funcções em serie ordenada segundo as potencias dos senos e cosenos	35	Portugal
X	F. Gomes Teixeira	Notas sobre a theoria das funcções elípticas	150	Portugal
X	A. Gutzmer	Remarque sur certaines équations différentielles	3	Alemanha
X	M. Lerch	Sur une classe de fonctions à espace lacunaire	27	Bohême
X	M. Lerch	Sur une série	103	Bohême
X	Ernesto Cesaro	Nouvelles remarques sur divers articles concernant la théorie des séries	57	Itália
X	M. A. Bassani	Sur l'application d'un développement des fonctions implicites à une extension du problem universel de Wronski	81	Itália
X	C. A. Laisant	Quelques propriétés cinématiques d'un système de deux mouvements simultanés	97	França
X	G. Pirondini	Sur le contact et l'osculation des lignes entre elles	113	Itália
X	Maurice d'Ocagne	Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira	185	França
XI	F. da Ponte Horta	Dois theoremas de geometria elementar	3	Portugal
XI	António Cabreira	Alguns theoremas de Mecanica	42	Portugal
XI	Rodolpho Guimaraes	Sobre a normal á ellipse	55	Portugal
XI	J. Bruno de Cabedo	Demonstração do segundo theorema da media	67	Portugal
XI	J. Bruno de Cabedo	Definição analytica dos números complexos	117	Portugal
XI	José Pedro Teixeira	Processos expeditos para achar os desenvolvimentos de alguns determinantes	88	Portugal

XI	José Pedro Teixeira	<i>Sobre a addição e as differencias nas funcções ellipticas</i>	136	Portugal
XI	José Pedro Teixeira	<i>Novo methodo de desenvolver os determinantes</i>	173	Portugal
XI	João Arez	<i>Sobre uma formula de Analyse</i>	187	Portugal
XI	G. Pirondini	<i>Sur la conique osculatrice des lignes planes</i>	9	Itália
XI	Ch. Hermite	<i>Sur l'addition des arguments dans les fonctions elliptiques</i>	65	França
XI	E. Lemoine	<i>Résolution complète des équations indéterminées</i> $x^2 + 1 = 2y^2$; $x^2 - 1 = 2y^2$	68	França
XI	Ch. de la Vallée Poussin	<i>Note sur les séries dont les termes sont fonctions d'une variable complexe</i>	77	França
XI	M. A. Bassani	<i>Sur une représentation des fonctions exponentielles par des produits infinis</i>	93	Itália
XI	M. Lerch	<i>Sur la différentiation des series</i>	107	Bohême
XI	Maurice d'Ocagne	<i>Extrait d'une lettre à Mr. E. Lemoine</i>	115	França
XI	S. Pincherle	<i>Sur les séries de fonctions</i>	129	Itália
XI	R. Marcolongo	<i>Sur les lignes géodésiques des paraboloides</i>	145	Itália
XI	Juan J. Durán Loriga	<i>Nota matemática</i>	161	Espanha
XI	G. Vivanti	<i>Sur une équation aux différences finies et partielles</i>	167	Itália
XII	Antonio José Teixeira	<i>Biographia do dr. Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto</i>	2	Portugal
XII	R. Guimarães	<i>Congresso de Caen</i>	43	Portugal
XII	J. Bruno de Cabedo	<i>Sobre os coefficients da serie de Fourier</i>	81	Portugal
XII	Joao Arez	<i>Sobre uma formula de Analyse</i>	110	Portugal
XII	J. Frederico de Avillez	<i>Sobre um theorema de Geometria superior</i>	137	Portugal
XII	G. Pirondini	<i>Sur les surfaces réglés</i>	19	Itália
XII	Juan J. Durán Loriga	<i>Nota sobre el triangulo</i>	45	Espanha
XII	Juan J. Durán Loriga	<i>Sobre los círculos radicales</i>	97	Espanha
XII	Davide Besso	<i>Di alcune formole relative alla funzione sferica $P_n(a)$</i>	65	
XII	E. Lemoine	<i>Règle d'analogies dans le triangle ou transformation continue et transformation analytique correspondente</i>	105	França
XII	E. Lemoine	<i>Note sur la Géométrie ou art des constructions géométriques</i>	114	França
XII	M. Lerch	<i>Sur diverses formules d'Arithmétique</i>	129	Bohême
XII	R. Marcolongo	<i>Sur un cas particulier du mouvement d'un corps solide dans un liquide</i>	161	Itália
XIII	Antonio Cabreira	<i>Sobre as velocidadesna espiral</i>	49	Portugal
XIII	J. Pedro Teixeira	<i>Sobre os coefficients do desenvolvimento da potencia do gráo qualquer d'un polynomio</i>	65	Portugal
XIII	A. Gutzmer	<i>Note sur certaines equations differentielles linéaires</i>	1	Alemanha
XIII	M. P. H. Schoute	<i>Les quartiques à trois points doubles d'inflexion</i>	10	
XIII	R. Marcolongo	<i>Sur une propriété de deux mouvement à Poinsol concordantes</i>	17	Itália
XIII	R. Marcolongo	<i>Les composantes de déformation d'un milieu</i>	161	Italia
XIII	Juan J. Durán Loriga	<i>Segunda nota sobre los círculos radicales y antiradicales</i>	33	Espanha
XIII	G. Pirondini	<i>Sur le cylindre orthogonal à quelques surfaces</i>	77	Itália
XIII	M. Lerch	<i>Remarque élémentaire sur la constante d'Euler</i>	129	Bohême
XIV	F. Gomes Teixeira	<i>Noticia bibliographica sobre F. da Ponte Horta</i>	2	Portugal
XIV	Jorge F. d'Avillez	<i>Sur quelques propriétés de trois cercles concentriques à une ellipse</i>	70	Portugal
XIV	J. B. d'Almeida Arez	<i>Sobre uma formula de Varing</i>	117	Portugal
XIV	J. Pedro Teixeira	<i>Algumas propriedades curiosas dos números inteiros</i>	179	Portugal
XIV	Otto d'Alencar Silva	<i>De l'action d'une force accélératrice sur la propagation du son</i>	17, 97	Brasil
XIV	M. Lerch	<i>Sur la fonction pour les valeurs impaires de l'argument</i>	65	Bohême
XIV	G. Pirondini	<i>Sur quelques propriétés des coniques</i>	75	Itália
XIV	M. E. N. Barisien	<i>Note sur certaines courbes derives des épi et hypocycloides</i>	121	
XIV	R. Marcolongo	<i>Les paramètres rationnels de Rodrigues</i>	161	Itália
XIV	R. Marcolongo	<i>Sur une démonstration d'un théorème de Jacobi</i>	169	Itália
XV	J. B. d'Almeida Arez	<i>Duas classes de números</i>	3	Portugal
XV	L. F. Marrecas Ferreira	<i>Sobre a theoria das raízes conjugadas</i>	105	Portugal
XV	Leopoldo Nery Vollú	<i>Application des lois générales de la formation des mondes à la génération spéciale du notre</i>	33	Brasil
XV	M. E. N. Barisien	<i>Note sur certaines courbes dérivées de la cycloide</i>	47	
XV	Filipo Siberiani	<i>Un teorema delle teorie delle serie di potenze</i>	79	Italia
XV	M. Lerch	<i>Sur la cinquième démonstration de Gauss de la loi de réciprocité de Legendre</i>	97	Bohême
XV	G. Pirondini	<i>Sur les pseudo-spirales</i>	145	Itália
XV	G. Pirondini	<i>Deux problèmes relatifs aux lignes tracées sur une surface de révolution</i>	174	Itália

